

PREVISÃO DA ARRECADAÇÃO FEDERAL COM REDES NEURAIAS

FÁBIO DAROS DE FREITAS*, PATRICK MARQUES CIARELLI†, ALBERTO FERREIRA DE SOUZA‡

**Secretaria da Receita Federal do Brasil
Pietrângelo de Biase 56 sala 308. centro
29.190-010 — Vitória, E.S., Brazil*

†*Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo*

‡*Departamento de Informática, Universidade Federal do Espírito Santo
Av. Fernando Ferrari, 514
29075-910, Vitória - ES, Brazil*

Emails: freitas@computer.org, simply_pmc@yahoo.com.br, albertodesouza@lcad.inf.ufes.br

Abstract— The revenue forecast is a main role of the tax administrations and an essential tool in government planning and decision making, with profound impacts on the effectiveness of public policies. In Brazil, the forecast of federal revenue is performed by Secretariat of the Federal Revenue of Brazil, the Secretaria da Receita Federal do Brasil, with a methodology developed for this purpose. In recent years, alternative methods for revenue forecasting have been proposed. This paper presents two methods based on artificial neural networks for revenue forecasting: the Autoregressive Neural Network and the Probabilistic Neural Network. Our experimental results employing these neural predictors in predicting the monthly federal revenue showed that they can outperform the traditional methods, and achieved prediction errors 21% lower than the method used by Secretaria da Receita Federal do Brasil and 14% lower than the ARIMA model, while presenting low prediction bias and superior predictive capability with respect to *naïve* predictor.

Keywords— Revenue forecast, time-series prediction, Autoregressive Neural Network, Probabilistic Neural Network.

Resumo— A previsão de receitas é uma atribuição das administrações tributárias e um instrumento fundamental no planejamento e no processo decisório da gestão governamental, com profundos impactos na eficácia das políticas públicas. A previsão da arrecadação federal é realizada pela Secretaria da Receita Federal do Brasil, que utiliza uma metodologia própria desenvolvida para esta finalidade. Nos últimos anos, métodos alternativos para a previsão da arrecadação federal têm sido propostos. Este trabalho apresenta dois métodos baseados em redes neurais artificiais para a previsão da arrecadação federal: a Rede Neural Auto-regressiva e a Rede Neural Probabilística. Nossos resultados experimentais com o emprego destes métodos na previsão da arrecadação federal mensal mostraram que os preditores neurais podem superar o desempenho dos métodos tradicionais, e alcançaram erros de previsão 21% menores que o método utilizado pela Secretaria da Receita Federal do Brasil e 14% menores que o modelo ARIMA, exibindo um baixo viés de previsão e capacidade preditiva superior à do preditor ingênuo.

Palavras-chave— Previsão da arrecadação, previsão de séries temporais, Rede Neural Auto-regressiva, Rede Neural Probabilística.

1 Introdução

A previsão de séries temporais econômico-financeiras é um instrumento fundamental no planejamento e no processo decisório da gestão corporativa. Nos organismos estatais, especialmente nas administrações tributárias das três esferas de governo, a previsão de receitas públicas é uma atribuição determinada pelo Art. 11 da Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000 — a Lei de Responsabilidade Fiscal. A previsão de receitas integra o Regimento Interno da Secretaria da Receita Federal do Brasil (RFB), que atribui ao órgão a finalidade de realizar a previsão, o acompanhamento, a análise e o controle das receitas sob sua administração.

Diversas técnicas de previsão de receitas têm sido propostas e praticadas pela administração pública, abrangendo modelos econométricos, modelos de séries temporais e procedimentos *ad-hoc* (dos Santos et al., 2008). A RFB realiza suas previsões de receitas atra-

vés do procedimento denominado *método dos indicadores* (Melo, 2001). Este método é baseado nas identidades contábeis relacionadas à arrecadação dos tributos e obtém a previsão da receita futura de um tributo através da aplicação à sua receita atual das estimativas das variações de grandezas relacionadas à sua arrecadação, os *indicadores do efeito-preço, efeito-quantidade, efeito-legislação e efeito-residual*. O método dos indicadores produz resultados satisfatórios, principalmente se considerarmos a simplicidade da sua abordagem, e a sua formulação matemática está sempre correta *ex-post* (dos Santos et al., 2008).

Nos últimos anos, modelos alternativos para a previsão da arrecadação federal têm sido propostos (Melo, 2001; Siqueira, 2002). Estes trabalhos apresentam resultados superiores ao método dos indicadores, tipicamente empregando métodos de decomposição, alisamento exponencial e variações do modelo ARIMA (Makridakis et al., 1997; Box and Jenkins, 1970). Contudo, examinando os resultados apresentados por Siqueira (2002), considerado por dos Santos et al. (2008) o trabalho mais importante desta literatura, verificamos que apesar dos métodos propostos dominarem o método dos indicadores em quase todas as séries estudadas, os er-

Este trabalho apresenta somente dados e informações tributárias de domínio público. As opiniões emitidas neste trabalho são de exclusiva e de inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista da Secretaria da Receita Federal do Brasil.

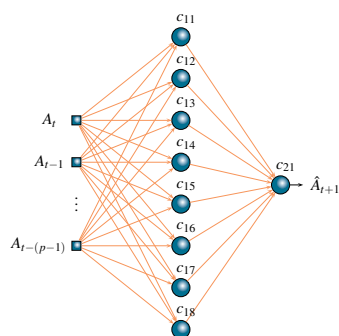


Figura 1: Exemplo de Rede Neural Auto-regressiva.

ros de predição da arrecadação anual para a maioria das séries superaram os sete pontos percentuais.

As redes neurais artificiais têm superado os modelos de séries temporais e de regressão na predição de séries econômico-financeiras (Kohzadi et al., 1996; Aminian et al., 2006). Neste trabalho, nós investigamos a aplicação de preditores neurais na previsão da arrecadação federal. Nossos resultados mostraram que estes preditores podem superar o desempenho do método dos indicadores da RFB e de alternativas propostas na literatura. Após esta introdução, apresentaremos os preditores neurais utilizados neste trabalho na Seção 2. Em seguida, descreveremos nossos métodos experimentais na Seção 3 e apresentaremos os resultados obtidos na Seção 4. Por fim, nossas conclusões e perspectivas de trabalhos futuros serão apresentadas na Seção 5.

2 Predição da Arrecadação com Redes Neurais

A predição da arrecadação federal para um período à frente é aqui definida como o processo no qual se utiliza a série de N observações passadas da arrecadação, $A_{t-(N-1)}, \dots, A_{t-1}, A_t$, para obter uma estimativa do seu valor futuro, \hat{A}_{t+1} . Nós implementamos este processo de previsão através dos preditores neurais que serão apresentados a seguir.

2.1 Rede Neural Auto-regressiva (RNAR)

A RNAR é uma rede neural *feedforward* totalmente conectada que utiliza neurônios do tipo McCulloch-Pitts com função de transferência sigmoideal. Suas entradas são o valor atual e os $p-1$ valores passados da arrecadação, $A_t, A_{t-1}, \dots, A_{t-(p-1)}$, e o seu neurônio de saída fornece a predição do valor futuro da arrecadação, \hat{A}_{t+1} . A Fig. 1 mostra um exemplo de RNAR com uma única camada oculta com oito neurônios (c_{11} a c_{18}).

O método de treinamento da RNAR é selecionado conforme a topologia utilizada, sendo o algoritmo *backpropagation* a escolha padrão. A RNAR implementa um modelo de regressão múltipla não-linear para a série histórica (Makridakis et al., 1997), e seus parâmetros são estimados pelo algoritmo de treinamento utilizado.

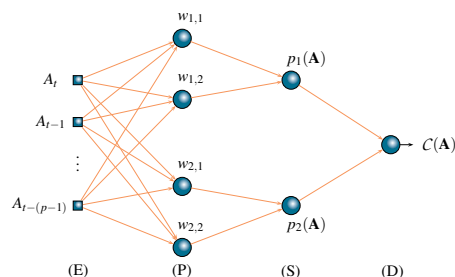


Figura 2: Exemplo de Rede Neural Probabilística.

2.2 Rede Neural Probabilística (RNP)

A RNP implementa um classificador que produz um mapeamento não linear entre suas entradas e saídas próximo ao modelo de decisão ótima de Bayes, sendo originalmente proposta por Specht (1990).

A RNP é composta por quatro camadas: a camada de entrada (E), a camada de padrões (P), a camada de soma (S) e a camada de decisão (D). O treinamento da RNP é realizado em um único passo, consistindo em associar cada exemplo de treinamento k da classe i ao seu respectivo neurônio $w_{k,i}$ da camada de padrões, que é conectado ao neurônio i da classe de soma. A Fig. 2 mostra uma RNP com p entradas e duas classes com dois exemplos de treinamento cada — $w_{1,1}$ e $w_{2,1}$ para a classe 1 e $w_{1,2}$ e $w_{2,2}$ para a classe 2,

Durante a operação, a saída do neurônio $w_{k,i}$ da camada de padrões é calculada para cada vetor de entrada \mathbf{A} como:

$$F_{k,i}(\mathbf{A}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^p}} e^{(\mathbf{A}^T \mathbf{A}_{w_{k,i}} - 1)/\sigma^2}, \quad (1)$$

onde $F_{k,i}(\mathbf{A})$ é a saída do neurônio $w_{k,i}$ para a entrada \mathbf{A} ; σ é o desvio padrão da Gaussiana, que determina o seu campo receptivo; p é a dimensão de \mathbf{A} ; \mathbf{A}^T é o vetor transposto de \mathbf{A} ; e $\mathbf{A}_{w_{k,i}}$ é o k -ésimo exemplo de treinamento da classe i , com $1 \leq k \leq N_i$ (número de neurônios da classe i na camada de padrões). Os vetores de entrada são normalizados tal que $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = 1$ e $\mathbf{A}_{w_{k,i}}^T \mathbf{A}_{w_{k,i}} = 1$.

Em seguida, a camada de soma calcula a probabilidade da entrada \mathbf{A} pertencer a cada classe i dos seus neurônios como:

$$p_i(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^{N_i} F_{k,i}(\mathbf{A}). \quad (2)$$

Por fim, a camada de decisão associa a entrada \mathbf{A} à classe $\mathcal{C}(\mathbf{A})$ que apresentar o maior valor de $p(\mathbf{A})$.

3 Métodos

3.1 Dados

Nossos estudos foram baseados na série histórica “Arrecadação das receitas federais — receita bruta R\$ (mi-

lhões)”, divulgada pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea)¹, utilizando 176 observações mensais da arrecadação federal brasileira entre julho de 1994 e fevereiro de 2009.

Nós avaliamos o desempenho dos preditores neurais em duas situações distintas. No primeiro conjunto de experimentos, nós realizamos 12 previsões mensais da arrecadação federal entre janeiro e dezembro de 2001, com o objetivo de comparar o desempenho dos preditores neurais com os resultados apresentados por Siqueira (2002) para o método dos indicadores da RFB e para a modelagem ARIMA². No segundo conjunto de experimentos, nós realizamos 38 previsões mensais da arrecadação federal para o período de janeiro de 2006 a fevereiro de 2009, com o objetivo de avaliar o desempenho dos preditores neurais antes e durante a crise econômica mundial deflagrada em setembro de 2008.

Todos os experimentos utilizaram o logaritmo natural dos valores da série histórica como mecanismo de linearização de séries de crescimento (Makridakis et al., 1997), e não foram utilizados métodos de detecção e remoção de *outliers*. Os preditores neurais utilizaram auto-regressão de décima segunda ordem ($p = 12$) para coadunar com a estrutura de autocorrelação e sazonalidade de 12 meses verificada na série da arrecadação federal por Siqueira (2002).

3.2 Treinamento da RNAR

Estes preditores foram implementados com uma rede neural *feedforward* totalmente conectada, com duas camadas ocultas, função de ativação sigmoideal no intervalo $[-1, 1]$ e topologia 12:16:4:1 (12 neurônios de entrada, 16 neurônios na primeira camada oculta, quatro neurônios na segunda camada oculta e um neurônio de saída).

O treinamento da RNAR utilizou a abordagem de janelas temporais deslizantes, e cada janela forneceu conjuntos de treinamento e validação contíguos e particionados na proporção de 95%–5% dos pares entrada-saída, respectivamente, conforme a heurística descrita por Haykin (1999, pp. 217). As 12 previsões para o ano de 2001 utilizaram janelas com 78 observações cada, com a primeira janela abrangendo o período de julho de 1994 a dezembro de 1999 e fornecendo 63 pares entrada-saída de treinamento e três pares de validação (as 12 primeiras observações da janela são utilizadas como entrada da RNAR). As 38 previsões entre janeiro de 2006 e fevereiro de 2009 utilizaram janelas com 138 observações cada, com a primeira janela abrangendo o período de julho de 1994 a dezembro de 2005 e forne-

cendo 120 pares de treinamento e seis pares de validação.

Cada sessão de treinamento para a obtenção de uma previsão foi conduzida durante 200.000 épocas utilizando o algoritmo *back-propagation* com taxa de aprendizado de 0,009 e inércia de 0,95. As entradas da rede foram normalizadas no intervalo $[-0.8, 0.8]$ para evitar a saturação dos seus neurônios. Foram utilizadas duas heurísticas de treinamento adicionais (Freitas et al., 2009): o *elitismo* visou preservar o melhor conjunto de pesos obtido em cada sessão de treinamento, conforme o seu erro RMSE (ver Eq. 6) calculado no conjunto de validação; e uma variação da *validação cruzada não-linear* (Moody, 1994) visou absorver a informação mais recente disponível nos dados através de um treinamento adicional utilizando o conjunto de validação durante um pequeno número de épocas — dez épocas no nosso caso. Estes parâmetros de treinamento e pré-processamento foram determinados empiricamente de forma a balancear o compromisso entre a qualidade da convergência e o tempo computacional gasto em cada sessão de treinamento.

3.3 Treinamento da RNP

Estes preditores utilizaram RNP com 12 entradas, e o seu treinamento contou com as mesmas janelas temporais deslizantes descritas na Seção 3.2, porém, particionadas de forma distinta. As 12 previsões para o ano de 2001 utilizaram 42 pares entrada-saída no conjunto de treinamento e, conseqüentemente, contaram com 42 neurônios na camada de padrões, enquanto as 38 previsões entre janeiro de 2006 e fevereiro de 2009 utilizaram 114 pares e, conseqüentemente, 114 neurônios na camada de padrões. Nos dois casos foram utilizados 24 pares no conjunto de validação.

Em cada sessão de treinamento, a determinação do σ da Eq. 1 foi obtida com o Algoritmo Genético (AG) proposto por Houck et al. (1995), utilizando os valores padrões dos seus parâmetros e o erro MAPE (ver Eq. 5) do conjunto de validação como função de desempenho. Todas as entradas da rede foram normalizadas pela norma euclidiana.

Para obter o valor predito da arrecadação com a RNP da Fig. 2 nós empregamos o seguinte procedimento. Cada neurônio da camada de padrões é associado ao seu respectivo vetor auto-regressivo do conjunto de treinamento. Estes vetores contém as observações $A_t, \dots, A_{t-12}, A_{t-1}, \dots, A_{t-13}$, e assim sucessivamente. Dada uma entrada \mathbf{A} , o AG seleciona os N_a neurônios com os maiores níveis de ativação da camada de padrões, que correspondem aos N_a vetores auto-regressivos do conjunto de treinamento que são mais similares a \mathbf{A} . Assim, o valor predito da arrecadação futura é obtido somando-se ao seu valor atual o incremento médio observado nestes vetores auto-regressivos entre suas observações mais recentes no tempo e cada

¹Obtida em <http://www.ipeadata.gov.br>, tema Finanças públicas, fonte Ministério da Fazenda/SRF.

²A série “Receita Total Administrada pela SRF” estudada por Siqueira (2002) não apresenta os mesmos valores da série que aqui utilizamos. Contudo, como ambas se referem à mesma variável econômica, essas diferenças não prejudicam nossas comparações.

respectiva observação subsequente, conforme a Eq. 3:

$$\hat{A}_{t+1} = A_t + \frac{1}{N_a} \sum_{j=1}^{N_a} (A_{w_j, t+1} - A_{w_j, t}), \quad (3)$$

onde \hat{A}_{t+1} é o valor predito da arrecadação para o tempo $t + 1$; A_t é o valor da arrecadação no tempo t ; N_a é o número de neurônios ativos selecionados na camada de padrões; $A_{w_j, t}$ é a observação mais recente no tempo do vetor auto-regressivo \mathbf{A}_{w_j} do conjunto de treinamento e $A_{w_j, t+1}$ a sua observação subsequente no tempo (por exemplo, se $A_{w_j, t} = A_{t-3}$ então $A_{w_j, t+1} = A_{t-2}$).

3.4 Métricas

Nós avaliamos os desempenhos dos preditores através do erro médio (*mean error* — *ME*), do erro percentual absoluto médio (*mean absolute percentage error* — *MAPE*), da raiz do erro quadrático médio (*root mean square error* — *RMSE*) e da estatística *U* de Theil (*U*), calculados como:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t - \hat{A}_t), \quad (4)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - \hat{A}_t}{A_t} \right| \times 100, \quad (5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t - \hat{A}_t)^2}, \quad (6)$$

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{\hat{A}_{t+1} - A_{t+1}}{A_t} \right)^2}{\sum_{t=1}^{n-1} \left(\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t} \right)^2}}, \quad (7)$$

onde n é o número de predições realizadas, A_t é a arrecadação observada no tempo t e \hat{A}_t é a sua predição, realizada no tempo $t - 1$. O *ME* é utilizado para avaliar o viés (*bias*) do preditor, o *MAPE* é uma medida adimensional para avaliar os erros relativos das predições, o *RMSE* é uma medida que penaliza os grandes erros e o *U* compara o desempenho do preditor com o preditor ingênuo (*naïve predictor*) (Makridakis et al., 1997).

Para todas as métricas acima, o valor zero indica um preditor perfeito, e um $U = 1$ indica um desempenho igual ao do preditor ingênuo.

4 Resultados

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos com os preditores apresentados na Seção 2 a partir dos métodos e métricas descritas na Seção 3. Na parte superior da tabela são mostrados os resultados das 12 predições mensais obtidas para o ano de 2001. Os resultados reportados por Siqueira (2002) são apresentados nas linhas da tabela para o método dos indicadores (RFB) e para o modelo ARIMA. Na seqüência, são apresentados os resultados obtidos com os preditores baseados na Rede

Tabela 1: Sumário dos resultados

Previsão da Arrecadação Federal mensal: 2001-01 a 2001-12				
	<i>ME</i>	<i>RMSE</i>	<i>MAPE</i>	<i>U</i>
RFB	1261,18	1560,20	8,48	0,81
ARIMA	1130,02	1433,58	7,74	0,77
RNAR	45,70	1233,27	6,79	0,63
RNP	-408,50	1453,44	7,87	0,77
Previsão da Arrecadação Federal mensal : 2006-01 a 2009-02				
RNAR	54,48	4719,32	7,82	0,65
RNP	-1245,27	6430,47	14,39	0,90

Neural Auto-regressiva (RNAR) e na Rede Neural Probabilística (RNP).

Conforme mostrado na tabela, a RNAR superou os outros métodos em todas as métricas avaliadas. O *RMSE* de 1233,27 apresentado pela RNAR foi 21% inferior aos 1560,20 do método dos indicadores e 14% inferior aos 1433,58 do modelo ARIMA. A RNAR apresentou um *MAPE* de 6,79 que foi 20% inferior aos 8,48 do método dos indicadores e 12% inferior aos 7,74 do modelo ARIMA.

O método dos indicadores e o modelo ARIMA apresentaram forte viés positivo na suas predições, alcançando *ME* de 1261,18 e 1130,02, respectivamente, enquanto que a RNP apresentou viés negativo, com um *ME* de -408,50. A RNAR, por sua vez, apresentou um viés bastante inferior nas suas predições, com um *ME* de 45,70.

A estatística *U* de 0,63 obtida pela RNAR mostra que a sua capacidade preditiva foi superior aos demais métodos. A RNP obteve um *U* de 0,77, que foi igual ao do modelo ARIMA e um pouco superior aos 0,81 do método dos indicadores.

Na parte inferior da Tabela 1 são apresentados os resultados das 38 predições mensais obtidas entre janeiro de 2006 e fevereiro de 2009 para a RNAR e a RNP. O *RMSE* de 4719,32 da RNAR foi 27% inferior aos 6430,47 da RNP, e a RNAR apresentou um *MAPE* de 7,82 que foi 46% inferior aos 14,39 da RNP.

A RNP apresentou forte viés negativo na suas predições, com um *ME* de -1245,27, enquanto que o *ME* de 54,48 da RNAR foi bastante inferior.

A estatística *U* de 0,65 obtida pela RNAR mostra que a sua capacidade preditiva foi superior à da RNP, que se aproximou do preditor ingênuo com um *U* de 0,90.

A Fig. 3 mostra o gráfico da série mensal da arrecadação federal (RECADM) entre janeiro de 2000 e fevereiro de 2009 e das predições realizadas com os preditores neurais. Conforme mostrado na figura, as predições da RNAR foram mais precisas que aquelas da RNP, comportamento evidenciado nos resultados numéricos da Tabela 1.

Considerando a diferença da conjuntura econômica en-

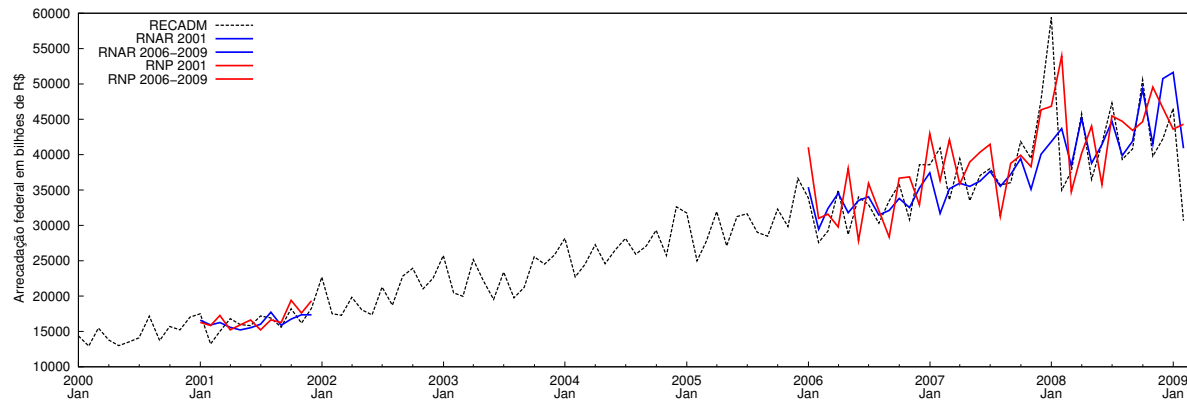


Figura 3: Previsão da Arrecadação Federal mensal.

tre o ano de 2001 e o período de 2006 a 2009, fortemente acentuada pela crise econômica mundial deflagrada em setembro de 2008, e também considerando a diferença de escala da arrecadação federal mensal entre estes instantes (R\$ 18 bilhões em dezembro de 2001 e R\$ 42 bilhões em dezembro de 2008), o preditor RNAR conseguiu manter o mesmo perfil de desempenho nas métricas *ME*, *MAPE* e *U* nestas duas situações notadamente distintas.

5 Conclusão

Neste trabalho, nós apresentamos dois métodos baseados em redes neurais artificiais para a previsão da arrecadação federal: a Rede Neural Auto-regressiva e a Rede Neural Probabilística. Estes preditores neurais foram empregados na predição da série histórica mensal da arrecadação federal, e seus desempenhos foram comparados ao do método dos indicadores praticado pela Secretaria da Receita Federal do Brasil e ao do modelo ARIMA.

Nossos resultados experimentais mostraram que a Rede Neural Auto-regressiva superou os demais métodos em todas as métricas avaliadas, alcançando um RMSE 21% menor que o do método dos indicadores e 14% menor que o do modelo ARIMA proposto na literatura, exibindo um baixo viés de predição e capacidade preditiva bastante superior à do preditor ingênuo.

Nossos trabalhos futuros incluem o emprego de métodos evolutivos na otimização da topologia e parâmetros de treinamento das redes neurais, incluindo a determinação das defasagens temporais (*time lags*) ótimas, e a utilização de combinação de preditores (*pool of forecasts*).

Referências

Aminian, F., Suarez, E., Aminian, M. and Walz, D. (2006). Forecasting economic data with neural networks, *Com-*

putational Economics **28**(1): 71–88.

Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 1 edn, Holden-Day, San Francisco.

dos Santos, C. H., Ribeiro, M. B. and Gobetti, S. W. (2008). A evolução da carga tributária bruta brasileira no período 1995–2007: Tamanho, composição e especificações econométricas agregadas, *Technical report*, IPEA, Brasília. IPEA — Texto para Discussão nº 1350.

Freitas, F. D., De Souza, A. F. and Almeida, A. R. (2009). Prediction-based portfolio optimization model using neural networks, *Neurocomputing* **72**(10–12): 2155–2170.

Haykin, S. (1999). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2 edn, Prentice-Hall, Inc.

Houck, C. R., Joines, J. A. and Kay, M. G. (1995). A genetic algorithm for function optimization: A matlab implementation, *Technical Report NCSU-IE-TR-95-09*, North Carolina State University, Raleigh, NC.

Kohzadi, N., Boyd, M. S., Kermanshahi, B. and Kaastra, I. (1996). A comparison of artificial neural network and time series models for forecasting commodity prices, *Neurocomputing* **10**(2): 169–181. Financial Applications, Part I.

Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C. and Hyndman, R. J. (1997). *Forecasting: Methods and Applications*, 3 edn, John Wiley & Sons.

Melo, B. S. V. (2001). Modelo de previsão para arrecadação tributária, *VI Prêmio Tesouro Nacional — 2001*, Brasília.

Moody, J. (1994). Prediction risk and architecture selection for neural networks, in V. Cherkassky, J. H. Friedman and H. Wechsler (eds), *From Statistics to Neural Networks: Theory and Pattern Recognition Applications*, Springer, NATO ASI Series F.

Siqueira, M. L. (2002). Melhorando a previsão da arrecadação tributária federal através da utilização de modelos de séries temporais, *VII Prêmio Tesouro Nacional — 2002*, Brasília.

Specht, D. (1990). Probabilistic neural networks, *Elsevier Science Ltd* vol. **3**(issue 1): 109 – 118.