

# CONTROLE PREDITIVO COMPOSTO DE ALGORITMO DE FILTRAGEM DE KALMAN E DE REDES NEURAIS FEEDFORWARD UTILIZANDO DERIVADAS MÉDIAS APLICADO EM SIMULAÇÃO DE VÔO AUTÔNOMO DE UM VANT

Jonatas Sant'Anna Santos<sup>1</sup> e Paulo Marcelo Tasinaffo<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> IEC- Divisão de Ciência da Computação, ITA - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Pça Mal. Eduardo Gomes, 50, Jd. das Acácias, CEP: 12228-900, São José dos Campos, SP  
[jonsjc89@gmail.com](mailto:jonsjc89@gmail.com); [tasinafo@ita.br](mailto:tasinafo@ita.br)

**Resumo** – Este artigo tem como objetivo demonstrar a possibilidade de se realizar um controle preditivo sobre sistemas físicos regidos por dinâmicas não-lineares, sendo neste caso, uma simulação de voo do VANT Vector-P. A estrutura para tornar estes sistemas fac-símiles é feita por uma rede neural feedforward, sendo ela treinada para aprender as derivadas médias através de um treinamento supervisionado, onde os padrões de treinamento são gerados a partir de um integrador numérico de alta ordem que, neste caso, será o de Runge-Kutta 4-5 sobre um modelo considerado. A estrutura de controle preditivo resolve um problema de otimização de um funcional quadrático para encontrar uma política de controle suave através do algoritmo do filtro de Kalman, tendo como vínculo uma rede neural treinada previamente. O motivo de não se utilizar os métodos convencionais, como exemplo o tipo NARMAX, se dá porque o método de derivadas médias reduz a complexidade numérica, além de alcançar o erro mínimo desejado mais facilmente, obtendo a mesma precisão elevada encontrada nos demais métodos.

**Palavras-chave** – Controle Preditivo, Simulação de Voo Autônomo, Rede Neural Feedforward, Derivadas Médias

## 1. Introdução

As descobertas sobre a funcionalidade de redes neurais artificiais começaram no século passado. Sua aplicabilidade se encontra hoje em muitos problemas práticos envolvendo, por exemplo, mineração de dados, processamento de imagens, previsão de séries temporais, modelagem de sistemas dinâmicos não-lineares, teoria de controle, entre muitos outros. O problema que se pretende explorar, neste artigo, é representar, através de uma rede neural do tipo *feedforward*, sistemas dinâmicos não-lineares, sendo eles as equações do movimento com os dados do VANT (Veículo Aéreo Não-Tripulado) Vector-P e posterior aplicação em controle neural envolvendo uma estrutura de controle preditivo. A vasta aplicação de redes neurais está no fato delas serem consideradas aproximadores universais de funções [4].

A metodologia mais comum consiste na representação de sistemas dinâmicos com entradas atrasadas, conhecida como NARMAX (*Nonlinear Auto-regressive Moving Average with Exogeneous Inputs*) [5]. Além da metodologia NARMAX podem-se citar também outras duas, quais sejam, a metodologia envolvendo derivadas instantâneas [10, 11 e 17] e a metodologia envolvendo derivadas médias [13 e 15].

Neste artigo pretende-se utilizar o método das derivadas médias o qual a rede neural irá aprender através de um treinamento supervisionado utilizando o algoritmo de filtragem de Kalman com processamento paralelo [8]. Tendo a rede *feedforward* atingido um erro quadrático, dentro de uma faixa aceitável para o aprendizado da função de derivadas médias, a mesma é inserida numa estrutura de controle preditivo. O problema de controle preditivo poderá então ser resolvido como um de minimizar um funcional quadrático que rastreará uma trajetória de referência através de uma política de controle suave [9, 10 e 16].

Em conjunto será colocado um integrador numérico de alta ordem do tipo Runge-Kutta 4-5 que simulará o posicionamento correto para o sistema físico considerado e, através da estimação da política de controle adequada, será possível comparar estes dados corretos com os valores estimados pela rede neural no sentido de perseguir uma trajetória de referência, caracterizando assim, um problema de controle e

navegação. Portanto, um erro do posicionamento é obtido e a estrutura de controle preditivo, cujo vínculo é a própria rede neural já treinada, calculará o próximo posicionamento considerando este erro.

Para um melhor entendimento desta metodologia, a seção 2 traz alguns conceitos matemáticos e definições para sustentar formalmente o método das derivadas médias, a seção 3 descreve brevemente uma estrutura de controle preditivo, a seção 4 exhibe as equações do movimento sendo estas o sistema dinâmico representadas pela rede neural, a seção 5 aplica a metodologia considerada numa simulação de vôo autônomo envolvendo o controle do movimento longitudinal, a seção 6 comenta os resultados obtidos e a seção 7 traz considerações finais e conclusões.

## 2. Embasamento Matemático do Método das Derivadas Médias

Esta seção tem o objetivo de embasar matematicamente o método das derivadas médias. Para evitar um cálculo excessivo, serão postos os conceitos e teoremas sem demonstrações. Primeiramente, tem-se o sistema autônomo de equações diferenciais ordinárias não-lineares,

$$\dot{y} = f(y) \quad (1)$$

sendo  $y_j^i = y_j^i(t)$ , para  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ , uma trajetória que passa por  $y_j(t_o)$  no instante inicial ( $t_o$ ). É necessário, nesta trajetória, conhecer apenas um conjunto discreto de pontos, pois, na maioria dos casos, não existe solução analítica. Estes pontos podem ser escritos da seguinte forma:  $[y^i(t+k \cdot \Delta t) \ y^i(t+(k+1) \cdot \Delta t) \ \dots \ y^i(t+(k+n) \cdot \Delta t)] = [{}^k y^i \ {}^{k+1} y^i \ \dots \ {}^{k+n} y^i]$ . Sendo  ${}^k y^i = y^i(t+k \cdot \Delta t)$  e  $\Delta t = (t_{k+n} - t_k) / n$ .

A derivada da função  $y^i(t)$  pode ser representada como um conjunto de coeficientes angulares, como exemplo, um dos coeficientes angulares é achado pela tangente entre dois pontos pertencentes à trajetória,  ${}^k y_j^i$  e  ${}^{k+1} y_j^i$ , com a taxa de variação igual a  $\Delta t$ . Então, matematicamente, pode-se escrever:

$$\tan_{\Delta t} {}^k \alpha^i(t+k \cdot \Delta t) = \tan_{\Delta t} {}^k \alpha^i = \frac{{}^{k+1} y_j^i - {}^k y_j^i}{\Delta t} \quad (2)$$

para  $j=1, 2, 3, \dots, n$ , onde  ${}^k \alpha^i$  é o ângulo de uma reta que une os dois pontos  ${}^k y_j^i$  e  ${}^{k+1} y_j^i$  pertencentes a função  $y_j^i(t)$ . O segmento de reta que une dois pontos é a secante, por definição [7]. No teorema do valor médio diferencial [13] demonstra-se que, se uma função  $y_j^i(t)$  para  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  é definida e contínua no intervalo fechado  $[t_k, t_{k+n}]$  e diferenciável no intervalo aberto  $(t_k, t_{k+n})$ , então existe pelo menos um número  $t_k^*$  com  $t < t_k^* < t + \Delta t$  tal que:

$$\dot{y}_j^i(t_k^*) = \frac{{}^{k+1} y_j^i - {}^k y_j^i}{\Delta t} \quad (3)$$

sendo  $\dot{y}_j^i(t_k^*)$  a derivada média da função  $y_j^i(t)$  no intervalo de tempo fechado  $[t_k, t_{k+n}]$ . O nome do método, derivadas médias, é obtido por basear o cálculo no teorema do valor médio [11]. Comparando a Equação (2) e (3), conclui-se que:

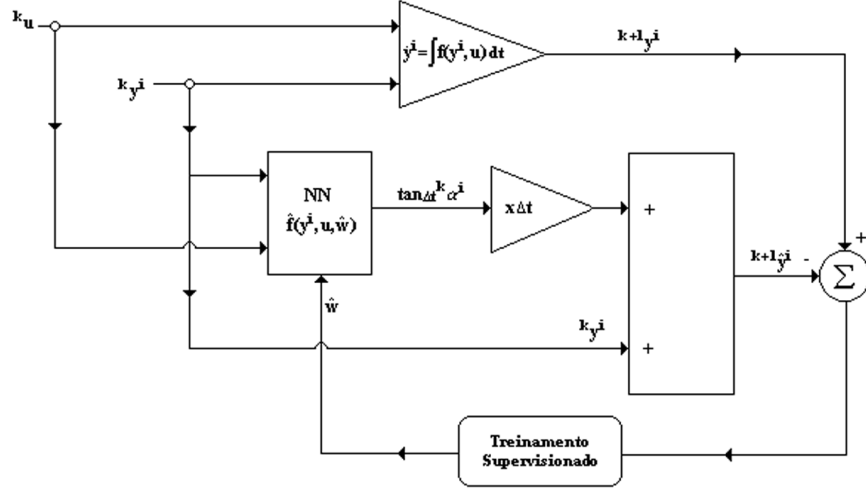
$$\dot{y}_j^i(t_k^*) = \tan_{\Delta t} {}^k \alpha^i \quad (4)$$

Portanto, a derivada média da função  $y_j^i(t)$  é igual à tangente entre dois pontos unidos pela secante. Retomando a Equação (2), isola-se  ${}^{k+1} y_j^i$ , obtendo a Equação (5):

$${}^{k+1}y_j^i = {}^k y_j^i + \Delta t \cdot \tan_{\Delta t}^k \alpha^i \quad (5)$$

Em resumo, o ponto  ${}^{k+1}y_j^i$  é calculado através do posicionamento atual mais a sua variação. É importante observar que, basta saber a posição atual  ${}^k y_j^i$  para estimar o valor de  $\tan_{\Delta t}^k \alpha^i$ .

A Figura 1 ilustra o esquema de funcionamento da estrutura do integrador neural de Euler utilizada no treinamento supervisionado das derivadas médias. O erro de integração neural se dá ao fato de que o valor estimado nunca será igual ao valor exato.



**Figura 1** – Treinamento supervisionado de uma estrutura de integração do tipo Euler com uma rede *feedforward* que aprende a função de derivadas médias do sistema dinâmico não-linear [11].

O valor exato é  ${}^{k+1}y_j^i$  e o valor estimado é  ${}^{k+1}\hat{y}_j^i$ , conforme ilustra a Figura 1. Com isso, as Equações (6.a) e (6.b) são a expansão da Equação (5) substituindo pelo valor exato e estimado, respectivamente.

$${}^{k+1}y_j^i = {}^k y_j^i + \Delta t \cdot \tan_{\Delta t}^k \alpha^i \quad (6.a)$$

$${}^{k+1}\hat{y}_j^i = {}^k y_j^i + \Delta t \cdot (\tan_{\Delta t}^k \alpha^i + e_m) \quad (6.b)$$

sendo  $e_m$  o erro absoluto médio da saída da rede neural depois de treinada com a função de derivadas médias. Subtraindo a Equação (6.a) da (6.b), tem-se o erro total local  $\varepsilon$  da estrutura de treinamento, ou seja:

$$\varepsilon = ({}^{k+1}\hat{y}_j^i - {}^{k+1}y_j^i) = e_m \cdot \Delta t \quad (7)$$

Por outro lado, pelo método NARMAX, ter-se-á somente:

$$\varepsilon = ({}^{k+1}\hat{y}_j^i - {}^{k+1}y_j^i) = e_m \quad (8)$$

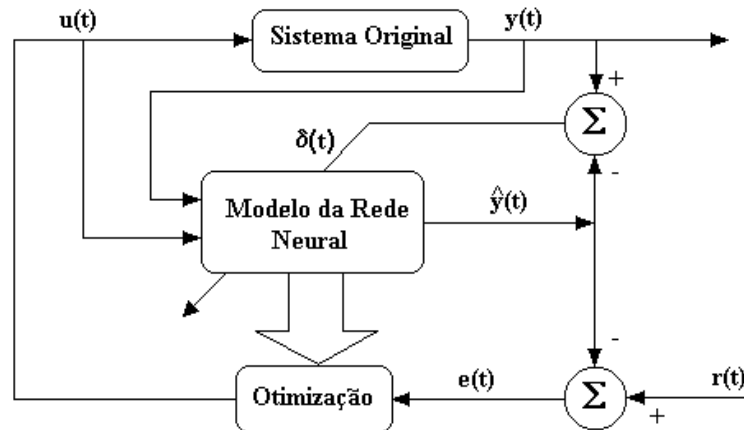
Desta forma, por exemplo, se para um caso particularizado o erro total local ( $\varepsilon$ ) exigido pelo método NARMAX chegar a  $\varepsilon = 10^{-4}$  para começar a obter simulações aceitáveis, então não ocorrerá uma redução de  $e_m$ . Por outro lado, para o método das derivadas médias e para um erro total local ( $\varepsilon$ ) na mesma ordem de grandeza do caso anterior, ou seja,  $\varepsilon = 10^{-4}$  e se utilizar um passo de integração  $\Delta t = 0.1$  necessitar-se-á, neste caso, somente de um valor  $e_m = 10^{-3}$  para ter-se a mesma precisão do método NARMAX, ocorrendo assim, uma economia de processamento durante a fase de treinamento supervisionado.

### 3. Estrutura de Controle Preditivo

Os algoritmos de filtragem de Kalman com ou sem processamento paralelo podem ser utilizados não só para treinar as redes *feedforward* que possuem a capacidade inerente de representar a dinâmica de sistemas físicos, mas também para determinar a política de controle suave numa estrutura de controle preditivo em malha fechada. Nesta seção, adotando-se uma abordagem heurística e meramente descritiva, apresentar-se-á o projeto e análise de convergência de um método de controle preditivo neural. Para maiores informações e aprofundamento teórico ver [9].

Este método consiste em resolver um problema de otimização de um índice quadrático de desempenho, cujo vínculo é a rede já treinada com a dinâmica do sistema desejado. Por se tratar de um problema de otimização não-linear a solução é obtida iterativamente para as ações discretas de controle através de sucessivas linearizações. Com a evolução dos processadores atuais isto não constitui nenhum problema que impeça sua utilização.

A Figura 2 apresenta a estrutura de controle preditivo de forma simplificada, tendo uma rede neural colocada em paralelo com a planta na tentativa de aprendê-la. Quando o aprendizado alcançado estiver dentro de um erro ou tolerância aceitável, então a determinação dos controles suaves poderá ser obtida pelo algoritmo da filtragem de Kalman como a solução de um problema de otimização vinculado à rede [9] e que rastreará também a trajetória de referência  $r(t)$ .



**Figura 2** – Esquema de otimização neural para a determinação da política de controle suave  $u(t)$  que rastreará a trajetória de referência  $r(t)$ .

O problema que se deseja resolver é o de *controlar* o sistema dinâmico dado por,

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (9)$$

onde um modelo de entrada/saída não-linear discretizado no tempo é utilizado para prever respostas aproximadas do sistema dado na Equação (9):

$$\hat{y}(t_j) = f(y(t_{j-1}), \dots, y(t_{j-n_y}); u(t_{j-1}), \dots, u(t_{j-n_u}), w) \quad (10)$$

onde,  $t_j = t + j \cdot \Delta t$ . Neste artigo faz-se a Equação (10) ser particularizada pela Equação (5), ou seja, pelo integrador neural de Euler por derivadas médias. O esquema de controle preditivo neural utiliza-se de uma rede *feedforward* que possui a habilidade de aprender, com precisão desejada, um mapeamento como aquele representado pela Eq. (10) para modelar o sistema dinâmico da Eq.(9). O modelo interno representado pela rede será então o modelo de resposta que poderá ser utilizado para determinar as ações de controle suaves que rastrearão a trajetória de referência por minimizar um índice de performance preditivo quadrático [16] em uma estrutura de controle preditivo. O índice de performance ou funcional desta estrutura de controle é dado por:

$$J = \left\{ \sum_{j=1}^n [y_r(t_j) - \hat{y}(t_j)]^T \cdot r_y^{-1}(t) \cdot [y_r(t_j) - \hat{y}(t_j)] + \sum_{j=0}^{n-1} [u(t_j) - u(t_{j-1})]^T \cdot r_u^{-1}(t) \cdot [u(t_j) - u(t_{j-1})] \right\} / 2 \quad (11)$$

onde,  $y_r(t_j)$  é a trajetória de referência no instante  $t_j$ ;  $n$  horizonte em que as ações de controle e trajetórias de referência são consideradas;  $r_y(t_j)$  e  $r_u(t_j)$  matrizes de pesos definidas positivas; e  $\hat{y}(t_j)$  saída da rede *feedforward* treinada para aproximar o modelo do sistema dinâmico.

A saída da rede *feedforward*  $\hat{y}(t_j)$  é representada pela Eq. (10). Os parâmetros ou pesos  $w$  desta rede já devem ter passado por um treinamento supervisionado que produza uma saída na rede com um erro dentro de uma tolerância aceitável. O primeiro termo do funcional da Eq. (11) está associado ao rastreamento da trajetória de referência e o segundo termo na determinação de uma política de controle suave. Quando este funcional é minimizado espera-se que estas duas condições sejam satisfeitas simultaneamente.

O problema de determinação das ações de controle preditivo pode ser tratado também como uma estimação linear ótima de parâmetros, permitindo assim, a derivação e utilização de um algoritmo do tipo Filtro de Kalman. Este método estocástico assume inicialmente que o problema de determinação do controle sobre o funcional da Eq. (11) pode ser visto como o seguinte problema de estimação de parâmetros estocásticos [9]:

$$y_r(t_j) = \hat{f}(\hat{y}(t_{j-1}), \dots, \hat{y}(t_{j-n_y}); u(t_{j-1}), \dots, u(t_{j-n_u}), \hat{w}) + v_y(t_j) \quad (12.a)$$

$$0 = u(t_{j-1}) - u(t_{j-2}) + v_u(t_{j-1}) \quad (12.b)$$

$$E[v_y(t_j)] = 0; E[v_y(t_j) \cdot v_y^T(t_j)] = r_y(t_j) \quad (12.c)$$

$$E[v_u(t_j)] = 0; E[v_u(t_j) \cdot v_u^T(t_j)] = r_u(t_j) \quad (12.d)$$

onde,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;  $\hat{y}(t_j) = \hat{f}(y(t_{j-1}), \dots, y(t_{j-n_y}); u(t_{j-1}), \dots, u(t_{j-n_u}), w)$  é a saída da rede neural;  $\hat{y}(t), \dots, \hat{y}(t_{1-n_y})$  e  $u(t_{-1}), \dots, u(t_{1-n_u})$  são, respectivamente, as respostas do sistema e as ações de controle já ocorridas e conhecidas;  $v_y(t_j)$  e  $v_u(t_j)$  são as componentes não-correlacionadas de ruído para diferentes valores de  $t_j$ .

A Equação (12.a) estabelece que a trajetória de referência do estado do sistema  $y_r(t_j)$  no instante futuro é igual a estimação realizada pela rede em relação aos instantes atrasados mais uma incerteza  $v_y(t_j)$ . A Eq. (12.b) traduz a característica suave das ações de controle, ou seja, duas atuações sucessivas devem ser estimadas de tal forma que a diferença entre elas esteja o mais próximo possível da média nula. Ela é uma relação recursiva que pode ser expressa na forma de uma informação a priori, conforme Eq. (13).

$$\hat{u}(t_{-1}) = u(t_{j-1}) + \sum_{k=0}^{j-1} v_u(t_k) \quad (13)$$

onde o valor a priori  $\hat{u}(t_{-1})$  é o valor estimado de um controle no instante  $t_{-1} = t - \Delta t$ . Para tratar reiterativamente o problema representado pelas Equações (12.a) e (12.b) como um de estimação linear de parâmetros é necessário tomar uma aproximação linearizada da Eq. (12.a), conforme equação a seguir:

$$\alpha(i) \cdot [y_r(t_j) - \bar{y}(t_j, i)] = \sum_{k=0}^{j-1} [\partial \hat{y}(t_j) / \partial u(t_k)]_{[\bar{u}(t_k, i)]} \cdot [u(t_k, i) - \bar{u}(t_k, i)] + v_y(t_j) \quad (14)$$

onde,  $0 < \alpha(i) \leq 1$  é uma constante que deve ser ajustada para garantir a hipótese de aproximação da perturbação linear. As derivadas parciais que aparecem na Eq. (14) são calculadas utilizando-se a regra da retro-propagação em relação às saídas dos neurônios da rede *feedforward*. Tem-se também que:

$$\alpha(i) \cdot [\hat{u}(t_{-l}) - \bar{u}(t_l, i)] = [u(t_l, i) - \bar{u}(t_l, i)] + \sum_{k=0}^l v_u(t_k) \quad (15)$$

onde,  $l = 0, 1, \dots, n-1$ ,  $i = 1, 2, \dots, I$ ;  $\hat{u}(t_{-l})$  é a solução estimada do último passo de controle;  $\alpha(i) \leftarrow \alpha(i+1)$ ;  $\bar{u}(t, i+1) = \hat{u}(t_l, i)$  é o valor estimado aproximado de  $u(t_l)$  na  $i$ -ésima iteração e para  $i = I$  são utilizados os valores estimados ou extrapolados do último passo de controle. Para  $j = 1, 2, \dots, n$  e  $l = 0, 1, \dots, n-1$  o problema das equações (14) e (15) é o de estimação linear estocástica de parâmetros. Este problema pode ser representado numa notação mais compacta e de mais fácil entendimento. Sejam então as seguintes definições:

$$U_l(t, i) \equiv u(t_l, i) \quad (16.a)$$

$$\hat{U}_l(t_{-l}) \equiv \hat{u}(t_{-l}) \quad (16.b)$$

Assim, o problema pode ser equivalentemente expresso como:

$$\alpha(i) \cdot [\hat{U}(t_{-l}) - \bar{U}(t, i)] = U(t, i) - \bar{U}(t, i) + V_u(t) \quad (17.a)$$

$$\alpha(i) \cdot \bar{Z}^u(t, i) = H^u(t, i) \cdot [U(t, i) - \bar{U}(t, i)] + V_y(t) \quad (17.b)$$

O significado das variáveis compactas nas equações acima é obtido por comparação direta das Equações (17.a) e (17.b) com as equações (14) e (15.a), respectivamente.

A seguir é apresentada uma solução heurística e sem demonstração das expressões do filtro de Kalman como solução típica de uma  $i$ -ésima iteração deste problema [14]:

$$\hat{U}(t, i) = \bar{U}(t, i) + \alpha(i) \cdot [\hat{U}(t_{-l}) - \bar{U}(t, i)] + \quad (18.a)$$

$$k(t, i) \cdot \alpha(i) \cdot [\bar{Z}^u(t, i) - H^u(t, i) \cdot [\hat{U}(t_{-l}) - \bar{U}(t, i)]]$$

$$k(t, i) = R_u(t) \cdot H^{u^T}(t, i) \cdot [H^u(t, i) \cdot R_u(t) \cdot H^{u^T}(t, i) + R_y(t)]^{-1} \equiv \quad (18.b)$$

$$[R_u^{-1}(t) + H^{u^T}(t, i) \cdot R_y^{-1}(t) \cdot H^u(t, i)]^{-1} \cdot H^{u^T}(t, i) \cdot R_y^{-1}(t)$$

$$\bar{U}(t, i+1) = \hat{U}(t, i); \quad \alpha(i) \leftarrow \alpha(i+1) \quad (18.c)$$

$$\hat{U}(t) = \hat{U}(t, I); \quad \hat{R}_u(t, I) = [I_u - K(t, I) \cdot H^u(t, I)] \cdot R_u(t) \quad (18.d)$$

onde,  $i = 1, 2, \dots, I$ ;  $R_u(t)$ ,  $R_y(t)$  e  $\hat{R}(t, I)$  são, respectivamente, as matrizes de covariância de  $V_u(t)$ ,  $V_y(t)$  e  $(\hat{U}(t, I) - U(t))$ ;  $I_u$  a matriz identidade.

#### 4. Modelagem de Sistemas Dinâmicos: Equações do Movimento

A metodologia será testada em uma simulação de vôo. Serão considerados os dados da aeronave Vector-P, obtidos através de testes já realizados [2]. Nesta seção serão mostradas as equações do

movimento para o controle do movimento longitudinal, sendo que a trajetória de referência consiste na variação da altitude da aeronave.

As variáveis de estado são:  $u$ ,  $v$  e  $w$  que são componentes da velocidade linear da aeronave;  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  que são componentes do ângulo da aeronave;  $p$ ,  $q$  e  $r$  que são componentes da velocidade angular; e  $pN$ ,  $pE$  e  $H$  é o posicionamento da aeronave ao norte, leste e a altura, respectivamente. No controle longitudinal ter-se-á [12]:

$$p = r = \dot{\phi} = \dot{v} = \dot{\psi} = cte \quad (19.a)$$

$$\ddot{p} = \ddot{r} = \ddot{\phi} = \ddot{v} = \ddot{\psi} = 0 \quad (19.b)$$

As Equações (19.a) e (19.b) são consideradas porque a aeronave não fará movimento de rolagem e guinada, sendo estes pertencentes ao controle látero-direcional. Portanto, as Eqs. de (20.a) até (24.b) serão exibidas abaixo [6], sem demonstrações, utilizadas para realizar a simulação. Para maior aprofundamento teórico ver [1].

$$\dot{u} = r \cdot v - q \cdot w - g \cdot \sin\theta + [(-C_D \cdot \cos\alpha + C_L \cdot \sin\alpha) \cdot S \cdot \rho \cdot V^2/2 + \delta th \cdot F_{max} \cdot (V/V_r)^{nv} \cdot (\rho/\rho_r)^{np}] / m \quad (20.a)$$

$$\dot{w} = q \cdot u - p \cdot v + g \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta + (-C_D \cdot \sin\alpha - C_L \cdot \cos\alpha) \cdot S \cdot \rho \cdot V^2 / (2 \cdot m) \quad (20.b)$$

$$\dot{\theta} = q \cdot \cos\phi - r \cdot \sin\phi \quad (20.c)$$

$$\dot{q} = [(I_z - I_x) \cdot p \cdot r - I_{xz} \cdot (p^2 - r^2) + C_m \cdot (S \cdot \rho \cdot V^2/2) \cdot \bar{c}] / I_y \quad (20.d)$$

$$\dot{H} = u \cdot \sin\theta - v \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta - w \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta \quad (20.e)$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha + C_{L\delta el} \cdot \delta el + C_{Lq} \cdot q \cdot \bar{c} / V \quad (21.a)$$

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (21.b)$$

onde,  $C_L$  é o coeficiente de sustentação e  $C_D$ , o de arrasto.  $g$  é a força da gravidade,  $S$  a área da asa,  $\rho$  a densidade do ar,  $\rho_r$  a densidade requerida,  $V$  a velocidade da aeronave calculada na Eq. (23.b),  $V_r$  a velocidade requerida,  $nv$  e  $np$  são constantes determinadas pelo modo de obter propulsão,  $m$  é a massa da aeronave,  $\delta th$  é o controle de abertura da válvula de combustível.  $\delta el$  é o ângulo da deriva horizontal.  $I_z$ ,  $I_x$  e  $I_y$  são inércias da aeronave e  $I_{xz}$  é o produto de inércia.  $\bar{c}$  é a corda média da asa.  $C_{L0}$ ,  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{L\delta el}$ ,  $C_{Lq}$ ,  $C_{D0}$ ,  $C_{m0}$ ,  $C_{m\alpha}$ ,  $C_{m\delta el}$ ,  $C_{mq}$  e  $C_{m\dot{\alpha}}$  são constantes obtidas através de simulação em softwares de aerodinâmica ou testes em túnel de vento e  $K$  é uma constante calculada através da geometria da aeronave.  $C_m$  é um coeficiente de momento calculado conforme Eq. (22).  $\alpha$  é o ângulo de ataque da aeronave obtido pela Eq. (23.a). A Equação (24) mostra a variação de  $\rho$  em função da altitude  $h$  [6].

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \cdot \alpha + C_{m\delta el} \cdot \delta el + (C_{mq} \cdot q + C_{m\dot{\alpha}} \cdot \dot{\alpha}) \cdot \bar{c} / V \quad (22)$$

$$\dot{\alpha} = u \cdot \dot{w} - w \cdot \dot{u} / (u^2 + w^2) \quad (23.a)$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (23.b)$$

$$\rho = \rho_r \cdot (1 - 2.2558 \cdot 10^{-5} \cdot h)^{4.2559} \quad (24)$$

O controle  $u$  da aeronave consiste na estimação do ângulo superfície de controle do profundor  $\delta el$ , da deriva vertical  $\delta r$ , do aileron  $\delta a$  e da válvula de abertura de combustível  $\delta th$ , mostrado na Eq. (25).

$$u = [\delta el \ \delta th \ \delta a \ \delta r]^T \quad (25)$$

Pelo fato do experimento envolver somente o controle longitudinal, os ângulos  $\delta a$  e  $\delta r$  são fixos em posições que garantem a estabilidade látero-direcional, analisando somente a estimação das variáveis de controle  $\delta el$  e  $\delta th$  na estrutura de controle preditivo neural.

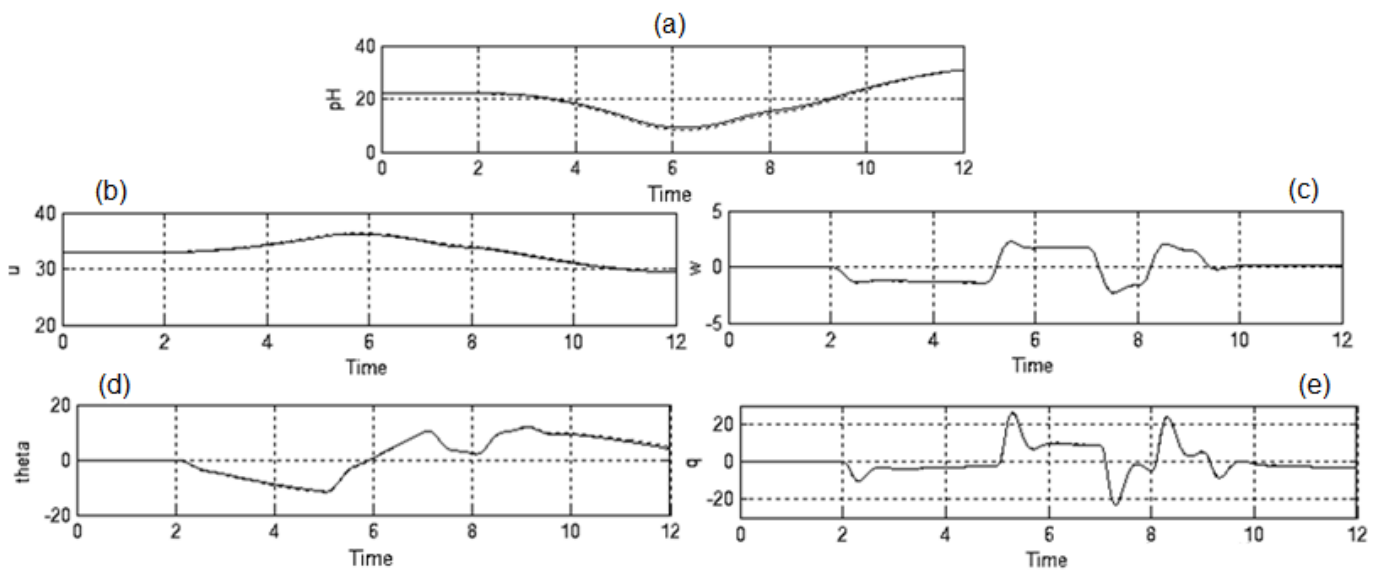
## 5. Experimento

O experimento consistiu em simular um vôo autônomo no MATLAB com os dados do VANT Vector-P, percorrendo uma trajetória de referência feita de subidas e descidas, controlando o movimento longitudinal. As variáveis de estado analisadas estão descritas na Eq. (26) e as de controle na Eq. (27).

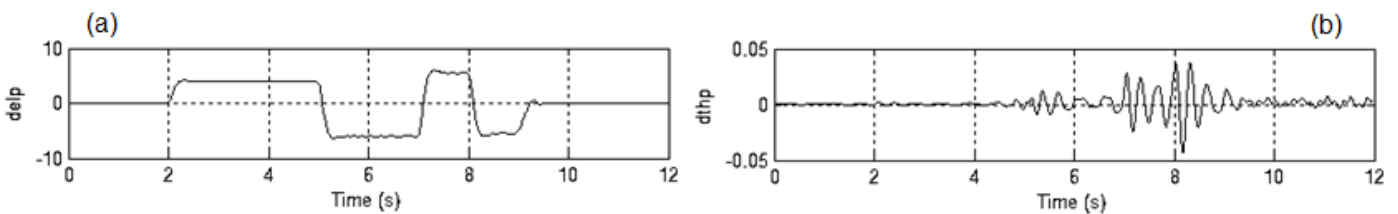
$$y = [pH \theta q u w]^T \quad (26)$$

$$u = [\delta el \delta th]^T \quad (27)$$

A Figura 3 exibe as trajetórias de referência utilizadas no problema de navegação; a Figura 4, o controle estimado pela estrutura de controle preditivo para tornar fac-símile o rastreo das trajetórias de referências. O tempo total da simulação para rastrear a trajetória de referência foi de 12 segundos, o passo de integração  $\Delta t$  foi de 0.01 segundos. O gráfico (a) da Figura 3 mostra a trajetória pré-determinada da aeronave, consistindo na variação da altura, e a trajetória que a aeronave percorreu de forma autônoma.



**Figura 3** – Variáveis de Estado percorrendo a trajetória de referência. (a) altura; (b) velocidade linear  $u$  referente ao eixo  $x$ ; (c) velocidade linear  $w$  referente ao eixo  $z$ ; (d) ângulo  $\theta$  referente à rotação do eixo  $y$ ; (e) velocidade angular  $q$  referente ao eixo  $y$ .



**Figura 3** – Controle estimado pela Estrutura Controle Preditivo que controlou as Variáveis de Estado. (a) ângulo superfície de controle do profundor  $\delta el$ ; (b) controle de abertura da de válvula de combustível  $\delta th$ .

As Equações de (19.a) à (25) foram utilizadas na modelagem dos sistemas dinâmicos. O integrador de alta-ordem, Runge-Kutta 4-5, permitiu gerar os padrões de treinamento confiáveis utilizados durante a fase de treinamento neural das derivadas médias, ajudou a determinar dos limites inferiores e superiores das variáveis de estado e de controle a serem utilizados na geração aleatória dos padrões de treinamento e serviu de modelo do mundo real sobre o qual a rede neural foi comparada para gerar as políticas de controle ótimas.

A rede neural *feedforward* foi treinada, fazendo o papel de derivadas médias, com a estrutura composta por uma camada interna formada por 80 neurônios. Ela pode ser treinada utilizando-se vários algoritmos distintos sendo utilizado, neste experimento, o algoritmo do gradiente e o algoritmo do filtro de Kalman com processamento paralelo [8]. Foram utilizados 10.000 pontos de condições iniciais.



## 6. Resultados

Quando o controle que estima  $\delta el_p$  decidiu defletir em  $+5^\circ$  a aeronave começou a perder altitude, como pode ser observado em  $H$  na Fig. 1 a partir de 2 s. Isto acontece porque, com esta deflexão, a empenagem horizontal aumenta sua sustentação causando um momento negativo, o que fará a aeronave baixar o nariz. Por consequência, o ângulo  $\theta$  será negativo, conforme Fig. 24, e a velocidade angular  $q$ , como o esperado, também será negativo, conforme Fig. 25.

A partir de 5 s, o controle preditivo estima  $\delta el_p$  igual a  $-5^\circ$  o que causa um momento positivo dando início a sua subida. A velocidade  $u$  começa a diminuir e a velocidade  $w$ , referente ao eixo  $z$ , toma valor positivo. O ângulo  $\theta$  em conjunto com a taxa angular  $q$  adquirem valores positivos. Estes movimentos se repetem até o final da trajetória mostrando-se controláveis.

Os erros quadráticos médios de treinamento e de teste atingidos foram de  $4.38 \times 10^{-6}$  e de  $4.56 \times 10^{-6}$  respectivamente, dando maior precisão na estimação de posicionamento  $\hat{y}(t_j)$  da rede neural.

A estimação de controle foi feita com sucesso, pois o erro encontrado em relação ao posicionamento  $pN$  foi de 0,36%, considerando o seu trajeto. A distância máxima que a aeronave esteve fora da trajetória da altura  $H$  foi de 0,91 metros.

## 7. Conclusão

O sistema dinâmico, composto por equações do movimento, foi aprendido pela rede neural através de um aprendizado supervisionado e foi controlado pela estrutura de controle preditivo.

O controle preditivo neural é composto de uma rede neural *feedforward*, onde ela é dotada de pesos que são estimados através do treinamento de rede. Através da utilização do integrador numérico Runge-Kutta foi possível gerar padrões de treinamento usando o modelo de equações diferenciais do sistema dinâmico da aeronave. Feito o treinamento da dinâmica do sistema, depois que montada a arquitetura interna da rede neural *feedforward*, foi possível simular o comportamento da aeronave tendo o controle estimado pela estrutura de controle preditivo, seguindo as trajetórias de referência. Portanto possível simular de forma autônoma um voo do VANT Vector-P.

O experimento provou que o método de derivadas médias é aplicável e possui vantagens, no sentido de redução de complexidade sem perder a elevada precisão requerida. O artigo mostrou, resumidamente, o embasamento matemático que sustenta o método de derivadas médias aplicado sobre uma estrutura de controle preditivo. A estrutura de controle considerada minimiza um funcional quadrático com dois termos: o primeiro termo com respeito a uma política de controle suave e o segundo termo responsável por rastrear uma trajetória de referência.

Redes neurais artificiais do tipo *feedforward* vêm sendo usadas, na maioria dos casos, com o método NARMAX. Com os exemplos mostrados e testes realizados foi visto que é possível também aplicar o método de derivadas médias em rede neural do tipo *feedforward*.

Conforme experimentos já realizados [3], é afirmado que um modelo matemático ou um sistema de equações não tem a capacidade de representar de forma exata um problema real, incluindo toda a complexidade. Porém, se forem consideradas as variáveis essenciais do fenômeno observado, no caso o voo, o modelo matemático que simula a física poderá levar a soluções muito próximas das observadas na realidade.

## Agradecimentos:

Os autores agradecem o CBRN pela disseminação do conhecimento em seus eventos. Este trabalho foi realizado com o apoio do CNPq, feito no ITA. Agradeço ao meu orientador Professor Paulo Marcelo Tasinaffo, o qual me apoiou, disponibilizou o seu tempo, forneceu materiais para estudo e ferramentas que foram fundamentais para a realização deste trabalho. Agradeço ao Professor Luiz Carlos Sandoval Góes e ao Mestre João Pedro Escosteguy por apoiarem, compartilhando conhecimento e emprestando materiais de grande importância.

## Referências:

- [1] Beard, R. W.; McLain T. W., An Introduction to Autonomous Miniature Air Vehicles, **Brigham Young University**, 157 p., 2005.
- [2] Borges, R. B., Modelagem, Simulação e Controle de um Veículo Aéreo Não-Tripulado, **Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA**, São José dos Campos, Brasil, 129 p., 2008.
- [3] d’Oliveira, F. A., Histórico do Projeto VANT, **Comando-Geral de Tecnologia Aeroespacial – CTA**, São José dos Campos, Brasil, 4 p., 2005.
- [4] Hornik, K.; Stinchcombe, M.; White, H. Multilayer feedforward networks are universal approximators. **Neural Networks**, v. 2, n. 5, p. 359-366, 1989.
- [5] Hunt, K. J.; Sbarbaro, D.; Zbikowski, R.; Gawthrop, P. J., Neural networks for control systems, **A survey. Automatica**, v. 28, n. 6, p. 1083-1112, 1992.
- [6] Klüyendorf, F., System Modeling and Identification of the VECTOR-P UAV, **Institut für Flugsystemtechnik e Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA**, São José dos Campos, Brasil, 145 p., 2008.
- [7] Munem, M. A.; Foulis, D. J. *Cálculo*. Rio de Janeiro: **Editora JC**, v. 1 e v. 2, 1978.
- [8] Rios Neto, A. Stochastic optimal linear parameter estimation and neural nets training in systems modeling, **RBCM – J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences**, v. XIX, n. 2, p. 138-146, 1997.
- [9] Rios Neto, A. Design of a Kalman filtering based neural predictive control method. In: **Congresso Brasileiro De Automática – CBA**, 13., 2000, Florianópolis, código 543/00. *Anais ...* Florianópolis: UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina), 2000, p. 2130-2134. 1 CD-ROM.
- [10] Rios Neto, A. Dynamic systems numerical integrators in neural control schemes. In: **Congresso Brasileiro de Redes Neurais, CBRN**, 5., 2001, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. *Anais ...* Rio de Janeiro: Conselho Nacional de Redes Neurais, 2001, p. 85-88. 1 CD-ROM.
- [11] Rios Neto, A., Tasinaffo, P. M. Feedforward neural networks combined with a numerical integrator structure for dynamic systems modeling. In: **Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM**, 17, 2003, São Paulo, SP, código COBEM2003-1112. *Anais ...* São Paulo: IPT/USP, 2003. 1 CD-ROM.
- [12] Roskam, J., “Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls, Parts I & II”, **The University of Kansas Lawrence**, Kansas 66045, 960 p., 1998.
- [13] Tasinaffo, P. M.; Rios Neto, A. Mean Derivatives Based Neural Euler Integrator for Nonlinear Dynamic Systems Modeling. **Learning and Nonlinear Models**, v. 3, p. 98-109, 2005.
- [14] Tasinaffo, P. M.; Rios Neto, A., Predictive Control with Mean Derivative Based Neural Euler Integrator Dynamic Model, **Sociedade Brasileira de Automática - SBA**, v. 18, p. 94-105, 2006.
- [15] Tasinaffo, P. M., Rios Neto, A., .Modelagem de sistemas dinâmicos com integrador neural de euler baseado em derivadas médias. In: **Congresso Brasileiro De Automática - CBA**, 15, 2004, Gramado, RS, código CBA2004-. *Anais ...* Gramado: UFRGS, 2004. 1CD-ROM.
- [16] Tasinaffo, P. M., Rios Neto, A. Neural numerical integrators in predictive control tested in an orbit transfer problem. In: **Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações – DINCOM**, 2, 2003, São José dos Campos, SP, código DINCOM2003-. *Anais ...* São José dos Campos: ITA, 2003, p. 692-702. 1CD-ROM.
- [17] Wang, Y. J.; Lin, C.T., Runge-Kutta Neural Network for Identification of Dynamical Systems in High Accuracy, **IEEE Transactions on Neural Networks**, V.94, n.2, p. 294-307, 1998.