

LINEARIZAÇÃO EXATA E LÓGICA NEBULOSA APLICADAS AO CONTROLE
DE UM SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA

LUIZ TORRES, CARLOS A. V. VASCONCELOS JÚNIOR, LEIZER SCHNITMAN

Laboratório de Controle, Programa de Pós-graduação em Mecatrônica, Universidade Federal da Bahia
Rua Aristides Novis, nº 02, Escola Politécnica, 2º andar, 40.210-630, Salvador, Bahia, Brasil
E-mails: {luiztorres, carlosvasconcelos, leizer}@ufba.br

Abstract— This paper uses the combination of two techniques to control a non-linear system, represented by a Magnetic Levitation Systems. Initially, the exact linearization technique is applied with the goal of, through a states feedback of the system, obtaining a linear system. The linearization is made through of direct cancellation of non-linear functions, which represent the phenomenological model of the system. To treat the presence of uncertainties in the model is used an adaptive controller, based on fuzzy, to estimate the functions that represent the non linearities of the system model.

Keywords— Adaptive Control; Exact Linearization; Fuzzy Control; State Feedback; Magnetic Levitation.

Resumo— Este artigo utiliza a combinação de duas técnicas para o controle de um sistema não linear, representado por um sistema de levitação magnética. Inicialmente, a técnica de linearização exata é aplicada com o objetivo de, por meio de uma realimentação dos estados do sistema, obter um sistema linear. A linearização é feita por meio do cancelamento direto das funções não lineares que representam o modelo fenomenológico do sistema. Para tratar a presença de incertezas no modelo é utilizado um controlador adaptativo, utilizando lógica nebulosa, para estimar as funções que representam as não-linearidades do modelo do sistema.

Palavras-chave— Controle Adaptativo; Linearização Exata; Controle Fuzzy; Realimentação de Estados; Levitação Magnética.

1 Introdução

Nos últimos anos a área de controle para sistemas não-lineares tem sido alvo de muitos estudos. Avanços computacionais possibilitaram aplicações de técnicas mais complexas para a solução de problemas de não linearidades. Nesse contexto, este artigo apresenta uma metodologia para aplicação de técnicas de controle a um Sistema de Levitação Magnética (SLM), visando desenvolver uma aplicação de controle. O SLM foi escolhido por possuir dinâmica não linear e pelo fato do sistema físico (um kit didático) estar disponível para testes práticos e para continuidade dos trabalhos.

O SLM utilizado é fabricado pela ECP – Educational Control Product (www.ecpsystems.com) e será descrito com mais detalhes na seção 2. O objetivo é controlar o deslocamento de um disco magnético ao longo de um guia de vidro, por meio da aplicação de uma corrente elétrica aplicada em uma bobina.

A relação da corrente elétrica aplicada à bobina e o deslocamento do disco magnético é dada por uma equação diferencial não linear de segunda ordem do tipo $\dot{x} = \phi(t, x) = Ax + B[F(x) + G(x)u]$. Assim sendo, para controlar a posição do disco, pode-se recorrer à utilização de técnicas de controle não linear, como por exemplo, controladores *fuzzy*, *neuro-fuzzy*, linearização exata, entre outros. Neste artigo a técnica de linearização exata será utilizada.

A técnica de linearização exata permite a transformação de um sistema não linear em um sistema linear por meio da incorporação de compensadores não lineares nas malhas do sistema de controle. Téc-

nicas de linearização por realimentação de estado necessitam, entretanto, de um modelo matemático que represente bem a dinâmica da planta real, caso contrário, podem não gerar resultados satisfatórios. As incertezas presentes no modelo fenomenológico, por sua vez, pode não contribuir para a obtenção de bons resultados. Um controlador adaptativo é então utilizado para resolver o problema de incertezas no modelo do sistema. A lei de controle formulada utiliza as estimativas das funções que representam as não linearidades combinando-as com a técnica de linearização exata por realimentação de estado. Neste trabalho, estimadores *fuzzy* são utilizados para estimar as funções $F(x)$ e $G(x)$. A estrutura nebulosa é do tipo *Takagi-Sugeno-Kang* (TSK) de ordem zero. A metodologia adotada garante tanto a convergência das estimativas para os valores ótimos das funções, quanto à estabilidade do sistema.

2 O Modelo

2.1 Sistema de Levitação Magnética

No presente artigo utilizou-se o SLM da ECP, mostrado na Figura 1. Ele é composto por dois discos magnéticos, um guia de vidro, dois sensores laser e duas bobinas. Os sensores são utilizados para se obter a resposta do sistema com precisão, e que associa a posição do disco magnético. A entrada do sistema é dada por meio da aplicação de uma corrente elétrica nas bobinas.

Para que o sistema físico possa se comunicar com o computador digital o kit dispõe de um DSP – *Digital Signal Processing* e uma *blackbox* responsá-

vel pelos drivers de corrente e suprimento de energia ao kit.



Figura 1: Foto do sistema físico de levitação magnética da ECP.

O SLM da ECP pode ser classificado de duas formas, SISO (*Single Input – Single Output*) ou MIMO (*Multi Input – Multi Output*) a depender da configuração utilizada. No caso SISO apenas um disco magnético é utilizado, no MIMO os dois. Neste artigo o SLM será configurado como SISO.

Juntamente com o sistema físico foi fornecido o manual (Parks, 1999) do SLM. O manual mostra o desenvolvimento matemático, baseado nas leis da física, para se obter o modelo por equação diferencial que representa o sistema de levitação magnética, entretanto, não faz parte do escopo deste trabalho apresentar tal desenvolvimento. Assim, tem-se que a equação obtida, por meio do balanço de forças, é dada por (Laithwaite, 1965):

$$y'' + \frac{c}{m} y' = \frac{F_m}{m} - g, \quad (1)$$

onde,

- y - posição do disco magnético a bobina;
- \dot{y} - primeira deriva da posição do disco magnético;
- \ddot{y} - segunda deriva da posição do disco magnético;
- c - Coeficiente de atrito do disco com o ar;
- m - massa do disco magnético;
- F_m - força magnética aplicada ao disco magnético.

E ainda, de acordo com o manual (Parks, 1999), a força magnética pode ser escrita na forma:

$$F_m = \frac{i}{a(y+b)^4}, \quad (2)$$

onde,

i é a corrente aplicada a bobina;

g é a aceleração da gravidade;

a e b são constantes relacionadas as propriedades físicas das bobinas.

E, portanto, substituindo (2) em (1) e simplificando a equação, tem-se que o modelo por equação diferencial que relaciona a posição do disco magnético e a corrente aplicada à bobina é dado por:

$$y'' = -g - \frac{c}{m} y' + \frac{1}{ma(y-b)^4} i \quad (3)$$

que se traduz numa relação não linear.

2.2 Estimação de parâmetros

Como já foi visto, a equação (3) do SLM possui 5 parâmetros, g , c , m , a e b . Os parâmetros $g = 9,81 [m/s^2]$, $m = 0,12 [Kg]$ e $c = 0,15 [Ns/m]$ são fornecidos pelo manual (Parks, 1999). Os parâmetros a e b estão relacionados com as propriedades magnéticas das bobinas e precisam ser estimados.

Em (Silva, 2009), os métodos de mínimos quadrados e Monte Carlo foram utilizados para estimar a e b . Segundo o autor, baseado no conceito de função custo, o método de Monte Carlo apresentou os valores para os parâmetros $a = 0,95$ e $b = 6,28$ que mais se aproximam do sistema real. Eles serão utilizados neste trabalho.

3 A Técnica de Controle

3.1 Linearização Exata por Realimentação de estados

A linearização exata por realimentação de estados pode ser aplicada a uma família de sistemas não lineares, dentre os quais encontra-se o SLM em estudo. O sistema de controle que utiliza a técnica de linearização exata se baseia no cancelamento das não linearidades do sistema. Entretanto, para que seja possível aplicar a técnica, a dinâmica do sistema deve ser representada por (Bedrossian, 1991):

$$\dot{X} = F(X) + G(X)u \quad (4)$$

onde as funções $F(X)$ e $G(X)$ representam as não linearidades dos estados, u a entrada de controle e X é o vetor de estados. E ainda, duas condições devem ser satisfeitas.

A primeira condição é que o sistema seja controlável, para isso a matriz formada pelos campos vetoriais (Khalil, 2002):

$$\begin{bmatrix} ad_F^0 G & ad_F^1 G & \dots & ad_F^{n-1} G \end{bmatrix} \quad (5)$$

deve possuir posto n , onde n é a ordem do sistema. A segunda condição é que o sistema seja involutivo, para isso é necessário que a distribuição formada por (Guadarbassi, *et. al.*, 2001):

$$D = \text{span}\{ad_F^0 G \ ad_F^1 G \dots ad_F^{n-1} G\} \quad (6)$$

seja involutiva. Para isto ocorrer é necessário que o posto de

$$[ad_F^0 G, ad_F^{n-1} G] \quad (7)$$

seja igual a $\dim(D)$, que é dado por $n-1$.

Satisfeitas as condições, pode-se determinar um difeomorfismo $Z = T(X)$ de modo que a dinâmica do sistema escrita na forma (4) pode ser transformada na forma (Isidori, 1995):

$$\dot{Z} = AZ + B\beta^{-1}(Z)[u - \alpha(Z)]. \quad (8)$$

Assim, fazendo u a lei de controle na forma:

$$u = \alpha(Z) + \beta(Z)v, \quad (9)$$

onde $\alpha(Z)$ e $\beta(Z)$ representam a realimentação dos estados, tem-se o sistema linear:

$$\dot{Z} = AZ + Bv, \quad (10)$$

sendo v é a lei de controle para o sistema linear. A determinação de v será discutida na seção 4.

3.2 Linearização do SLM da ECP

Para o SLM utilizado, cujo modelo é apresentado em (3), as duas condições para aplicação da linearização exata são satisfeitas. Assim pode-se determinar as variáveis de estado do SLM e a lei de realimentação:

$$u = \dot{y}, \quad x_1 = y \quad \text{e} \quad x_2 = \dot{y}, \quad (11)$$

e a dinâmica do SLM (3) pode ser reescrita na forma (4):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -g - \frac{c}{m}x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{ma(x_1 + b)^4} \end{bmatrix} u \quad (12)$$

de modo que as funções que representam as não linearidades dos estados $F(x)$ e $G(X)$ podem ser determinadas:

$$F(X) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -g - \frac{c}{m}x_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$G(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{ma(x_1 + b)^4} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Na determinação de $Z=T(X)$ faz-se (Khalil, 2002):

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = T(X) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

e calcula-se $\alpha(Z)$ e $\beta(Z)$, neste caso são dados por:

$$\alpha(Z) = (mga + caZ_2)(Z_1 + b)^4 \quad (16)$$

$$\beta(Z) = ma(Z_1 + b)^4 \quad (17)$$

Por fim, a lei de realimentação u é dada por:

$$u = (mga + caZ_2)(Z_1 + b)^4 + ma(Z_1 + b)^4 v \quad (18)$$

Aplicando-se a lei de realimentação (18) no sistema (12), as não linearidades dos estados serão canceladas e o sistema será transformado para um sistema linear na forma da equação (10), ou ainda, a partir de (15):

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ v \end{bmatrix} \quad (19)$$

O diagrama de blocos implementado no Matlab/Simulink para simulação da técnica pode ser visto na Figura 2.

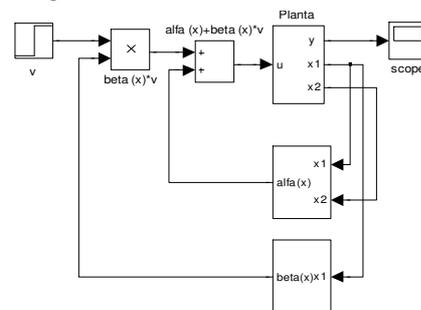


Figura 2: Diagrama de blocos no Simulink para o sistema de linearização exata.

4 A Estrutura Fuzzy

4.1 Estimadores Fuzzy

Um sistema do tipo TSK de ordem zero e com R regras (Figura 3) é utilizado e tem o seguinte formato:

$$\text{Se } x_1 \text{ é } A_1^j \dots \text{ e } x_n \text{ é } A_n^j \text{ então } y \text{ é } B_j \quad (20)$$

onde $x = [x_1, \dots, x_n] \in R^n$ é o vetor de entrada, $\{A_1^j, \dots, A_n^j\} / B_j$ são conjuntos nebulosos de entrada e saída, respectivamente, associado a j -ésima regra ($j = 1, \dots, R$) e y é a saída do sistema *fuzzy*. Considerando que y_j é o ponto em que B_j é máximo ($\mu_{B_j}(y_j) = 1$) e θ é um vetor de parâmetros na forma $\theta^T = [y_1, \dots, y_R]$, então a saída do sistema *fuzzy* é ser expressa por:

$$y = \theta^T W(x) \quad (21)$$

onde: $W(x) = [W_1(x), \dots, W_R(x)]$, sendo que

$$W_j(x) = \frac{\prod_{k=1}^n \mu_{A_k^j}(x_k)}{\sum_{j=1}^R \left(\prod_{k=1}^n \mu_{A_k^j}(x_k) \right)} \quad (22)$$

para $j = 1, \dots, R$ e $W(x) \in [0, 1]$, onde μ é a função de pertinência.

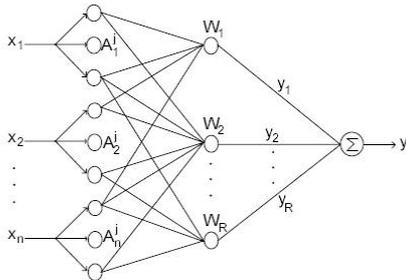


Figura 3: Diagrama da estrutura *fuzzy*, TSK de ordem zero.

A lei de controle na equação (9) não pode ser implementada, pois as funções $\alpha(Z)$ e $\beta(Z)$ não são conhecidas e necessitam ser estimadas. Entretanto, (Wang, 1993) e (Wang, 1994) utiliza estruturas *fuzzy* para estimar estas funções. A idéia é construir uma estrutura *fuzzy* capaz de gerar as estimativas $\alpha(Z | \hat{\theta}_\alpha)$ e $\beta(Z | \hat{\theta}_\beta)$, onde $\hat{\theta}_\alpha$ e $\hat{\theta}_\beta$ são os respectivos vetores de parâmetro. Para obter estes vetores de parâmetros será utilizado um esquema adaptativo. Neste artigo, a equação (9) utiliza estruturas *fuzzy* da forma:

$$\begin{aligned} \alpha(Z | \hat{\theta}_\alpha) &= \hat{\theta}_\alpha^T W(Z) \\ \beta(Z | \hat{\theta}_\beta) &= \hat{\theta}_\beta^T W(Z) \end{aligned} \quad (23)$$

4.2 Esquema de Controle Adaptativo

O método de controle se baseia em observadores de estado, porém com $\alpha(Z)$ e $\beta(Z)$ substituídos pelas correspondentes aproximações *fuzzy*:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_f &= AZ_f + B\beta^{-1}(Z | \hat{\theta}_\beta)[u - \alpha(Z | \hat{\theta}_\alpha)] + \\ &+ k^T C(Z - Z_f) \end{aligned} \quad (24)$$

onde k é um vetor de ganho da forma $k = [k_1, \dots, k_n] \in R^n$ e Z_f é o estado estimado. Considerando que existem parâmetros ótimos θ_α^* e θ_β^* , que seriam capazes de estimar satisfatoriamente as funções $\alpha(Z)$ e $\beta(Z)$, existirão também estimativas para os estados ótimos:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_f^* &= AZ_f^* + B\beta^{-1}(Z | \hat{\theta}_\beta^*)[u - \alpha(Z | \hat{\theta}_\alpha^*)] + \\ &+ k^T C(Z - Z_f^*) \end{aligned} \quad (25)$$

O erro de estimação é definido como:

$$e = Z_f^* - Z_f = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T \quad (26)$$

Escolhendo as leis de adaptação na forma (Schmitman, 2001):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_\alpha &= -\gamma_\alpha e^T P B W(Z) \\ \dot{\hat{\theta}}_\beta &= -\gamma_\beta e^T P B W(Z) u \end{aligned} \quad (27)$$

onde γ_α e γ_β são constantes positivas.

Para obter o valor de P , considere a equação de Lyapunov

$$\Delta^T P + P \Delta = -Q \quad (28)$$

onde $\Delta = A + k^T C$ e Q é uma matriz definida positiva. Sendo Δ estável, então existe uma única matriz P definida positiva que satisfaz a equação (28). Por fim, a escolha de uma função de Lyapunov definida semi-negativa para o sistema, garante que o erro de estimação e é rastreado. A aplicação do *Lemma de Barbalat* produz que $e \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. A partir da equação (26), $e \rightarrow 0$ implica que

$Z_f \rightarrow Z_f^*$ e a convergência dos parâmetros estimados para seus valores ótimos é obtida.

5 Simulação

5.1 Resultados obtidos

Através do Matlab/Simulink foi possível simular o controlador proposto para o SLM da ECP utilizado neste trabalho. O diagrama de blocos elaborado no Simulink é mostrado na Figuras 4. Os parâmetros do modelo utilizados na simulação foram apresentados na subseção 2.2.

As simulações foram realizadas tendo como sinal de referência r o degrau unitário, com valores de mínimo e máximo, [0 e 10] cm, respectivamente. Na Figura 5, é mostrado o resultado da simulação do controle combinado da linearização exata com as estimativas *fuzzy* e o sinal de referência.

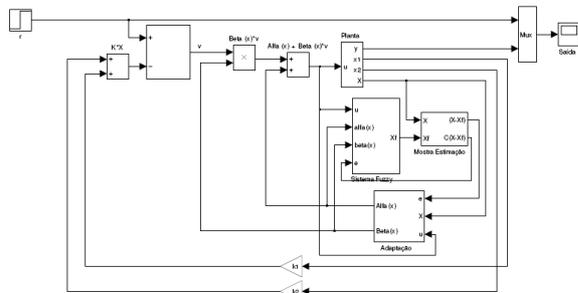


Figura 4: Diagrama de blocos no Simulink para a estrutura do controle adaptativo.

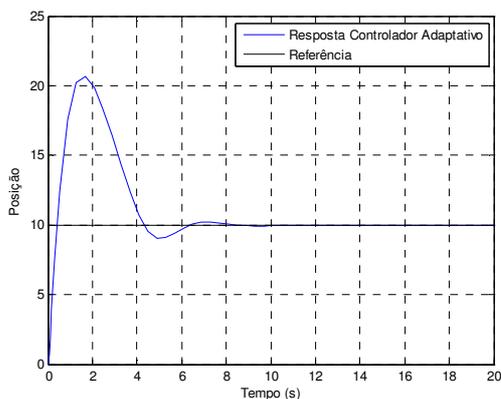


Figura 5: Reposta do sistema com o controlador adaptativo e o sinal de referência.

6 Conclusão

Neste artigo foi apresentada à combinação de duas técnicas para o controle de um sistema de levitação magnética, linearização exata por realimentação de estados e lógica nebulosa. Verificou-se por meio de simulações no Matlab/Simulink que, apesar do controlador apresentar *overshoot*, ainda sim este obteve

uma resposta satisfatória, pois, o sinal de saída rastreou o sinal de entrada, o que era esperado.

Na seqüência dos trabalhos a metodologia proposta será implementada no sistema físico.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Centro de Capacitação Tecnológica em Automação Industrial, da Escola Politécnica da UFBA, pela infra-estrutura disponibilizada e a CAPES pelo apoio financeiro.

Referências Bibliográficas

- Bedrossian N. Nonlinear Control Using Linearizing Transformations. Submitted To The Department of Mechanical Engineering on August 2, 1991 In Partial Fulfillment Of The Requirements For The Degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering – MIT.
- Guadbass, G. Savaresi, S. Approximate Linearization Via Feedback – An Overview. Automática, 2001.
- Isidori, A. Nonlinear Control Systems. Springer-Verlag. Berlin, Third Edition 1995.
- Khalil, H., Nonlinear Control, Second Edition. Prentice Hall. Michigan State University, 2002.
- Laithwaite, E. R. Electromagnetic Levitation Proc. IEEE, v. 112, n. 12, p. 2361-2375, 1965.
- Parks, Thomas R. 1999. Manual For Model 730: Magnetic Levitation System. Bell Canyon : ECP, 1999.
- Schnitman, L., “Intelligent controllers for dynamics system with state and input constraints and subjected to model uncertainties”. Tese, Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos – São Paulo, 2001.
- Silva, E. B. Modelagem e Controle de um Sistema de Levitação Magnética. Monografia, Universidade Federal da Bahia, Salvador – Bahia, 2009.
- Wang, L.-X., “Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems”, IEEE Trans on Fuzzy System, vol 1, n°2, pp. 146-155, 1993. Prentice Hall. Michigan State University, 2002.
- Wang, L.-X., Adaptive Fuzzy Systems and Control. Prentice Hall, 1994.