

## ANÁLISE E PROJETO DE CONTROLE NEBULOSO ROBUSTO PARA SISTEMAS NÃO-LINEARES COM ATRASO

CARLOS CESAR TEIXEIRA FERREIRA\*, GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA†

\**Doutorado Interinstitucional UFCG-IFMA*

†*Avenida Getúlio Vargas, 04, Monte Castelo, 65025-001  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão (IFMA)  
São Luís, Maranhão, Brasil*

Emails: carlos.teixeira@ee.ufcg.edu.br, ginalber@ifma.edu.br

**Abstract**— This paper proposes the analysis and design of robust fuzzy control to nonlinear systems with time delay. The nonlinear system to be controlled, is studied in the context of Linear Parameters Varying (LPV) systems, it is partitioned into several linear sub-models of second order with time delay, in terms of transfer function, forming a convex polytope. Once defined the linear sub-models of the plant, these are organized into fuzzy Takagi-Sugeno (TS) structure. From the Parallel Distributed Compensation (PDC) strategy, a mathematical formulation is defined in the frequency domain, based on the gain and phase margins specifications, to obtain robust PID sub-controllers in accordance to the Takagi-Sugeno fuzzy model of the plant. Results for the robust stability conditions with the proposal of one Axiom and two Theorems are also presented.

**Keywords**— Takagi-Sugeno fuzzy control, robust control, Linear Parameters Varying (LPV) systems, Parallel Distributed Compensation (PDC).

**Resumo**— Neste artigo é proposta a análise e projeto de controle nebuloso robusto para sistemas não-lineares com atraso de transporte. O sistema não-linear, a ser controlado, é estudado no contexto de sistemas Lineares e Variantes nos Parâmetros (LPV), ou seja, é particionado em vários sub-modelos lineares de segunda ordem com atraso, em termos de função de transferência, formando um politopo convexo. Uma vez definidos os sub-modelos lineares da planta, estes são organizados em uma estrutura de modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS). A partir da estratégia de Compensação Paralela e Distribuída (CPD), é definida uma formulação matemática, no domínio da frequência, baseado nas especificações de margens de ganho e fase, para a obtenção de sub-controladores PID robustos de acordo com a estrutura de modelo nebuloso Takagi-Sugeno da planta. Resultados das condições de estabilidade robusta com a proposta de um axioma e dois teoremas, são apresentados.

**Keywords**— Controle nebuloso Takagi-Sugeno, controle robusto, sistemas Lineares e Variantes nos Parâmetros (LPV), Compensação Paralela Distribuída (CPD).

### 1 Introdução

O objetivo principal de um especialista em controle é projetar controladores que resistam às mudanças na planta (variações paramétricas e não-linearidades) ou nas condições de operação (ruídos e perturbações) do sistema de controle. Este fato tem motivado, desde 1980, a proposta de novas metodologias para projeto de controladores robustos. Neste contexto, sistemas nebulosos tem sido largamente utilizados devido a flexibilidade de sua estrutura em incorporar informações linguísticas (conhecimento de um especialista) com informações numéricas (medida dos sensores e atuadores), bem como a sua eficiência funcional por ser um aproximador universal capaz de tratar adequadamente incertezas, variações paramétricas e não-linearidades da planta a ser controlada [(Ibrahim, 2003), (Serra and Bottura, 2006), (Takagi and Sugeno, 1985), (Ying and Buckley, n.d.), (Park and Tahk, 2007)]. Este artigo apresenta a proposta de controle nebuloso robusto onde, a partir da estratégia de Compensação Paralela Distribuída (PDC), uma formulação matemática é definida no domínio da frequência, baseada nas especificações das margens de ganho

e fase para obtenção de sub-controladores PID robustos de acordo com o modelo Takagi-Sugeno da planta não-linear a ser controlada.

### 2 Formulação do Problema

Nesta seção apresenta-se os principais conceitos para a formulação e desenvolvimento da metodologia proposta: estratégia de controle nebuloso TS-LPV robusto com o esquema CPD, baseado nas especificações das margens de ganho e fase. A forma geral de um sistema LPV, em termos de função de transferência, é dada por:

$$G(s, \nu) = \frac{b_\alpha(\nu)s^\alpha + b_{\alpha-1}(\nu)s^{\alpha-1} + \dots + b_1(\nu)s + b_0(\nu)}{s^\beta + a_{\beta-1}(\nu)s^{\beta-1} + \dots + a_1(\nu)s + a_0(\nu)} \quad (1)$$

onde:  $a_*(\nu)$  e  $b_*(\nu)$  são os parâmetros variantes;  $\nu(t)$  é a variável de escalonamento variante com o tempo;  $s$  é o operador de Laplace;  $\alpha$  e  $\beta$  são as ordens do numerador e denominador, respectivamente (com  $\beta \geq \alpha$ ). A variável de escalonamento  $\nu$  pertence a um conjunto compacto  $\nu \in V$ , com

sua taxa de variação limitada por  $|\dot{\nu}| \leq d^{\max}$ , com  $d^{\max} \geq 0$ . O problema de projeto do controlador para sistemas LPV é conhecido na literatura como escalonamento de ganhos (*gain scheduling*). Portanto, no caso do rastreamento de erro  $E(s)$ , a lei de controle  $H(s, \nu)$  varia com a variável  $\nu$ , e a ação de controle  $U(s)$  é dada por

$$U(s) = H(s, \nu)E(s) \quad (2)$$

O sistema de inferência TS, originalmente proposto em (Takagi and Sugeno, 1985), apresenta no consequente uma expressão funcional das variáveis linguísticas do antecedente. A  $i$ -ésima regra, em que  $l$  é o número de regras, é dada por:

*Regra*<sup>(i)</sup> :

$SE \tilde{x}_1 \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i |_{\tilde{x}_1} E \dots E \tilde{x}_n \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i |_{\tilde{x}_n}$

$$\text{ENTÃO } y_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (3)$$

onde o número total de regras é  $l = p_{\tilde{x}_1} \times \dots \times p_{\tilde{x}_n}$ . O vetor  $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T \in \mathfrak{R}^n$  contém as variáveis linguísticas do antecedente, em que  $T$  representa o operador para matriz transposta. Cada variável linguística tem seu próprio universo de discurso  $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$ , particionados por conjuntos nebulosos representando seus termos linguísticos, respectivamente. Na  $i$ -ésima regra, a variável  $\tilde{x}_{\{1,2,\dots,n\}}$  pertence ao conjunto nebuloso  $F_{\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i$  com um grau de pertinência  $\mu_{F_{\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i}^i$  definido por uma função de pertinência  $\mu_{F_{\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i}^i : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$ , com  $\mu_{F_{\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i}^i \in \{\mu_{F_1|\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i}, \mu_{F_2|\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i}, \dots, \mu_{F_p|\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i\}$ , em que  $p_{\{\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n\}}^i$  é o número de partições do universo de discurso associado a variável linguística  $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$ . A saída do modelo nebuloso TS é uma combinação convexa das expressões funcionais do consequente  $f_i(\tilde{\mathbf{x}})$ , ou seja,

$$y(\tilde{\mathbf{x}}, \gamma) = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\mathbf{x}}) f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (4)$$

onde  $\gamma$  é a variável de escalonamento do modelo nebuloso TS. Observa-se que o modelo nebuloso TS que representa o sistema não-linear pode ser considerado como uma classe de sistemas LPV, em que  $\gamma_i(\tilde{\mathbf{x}})$  denota uma decomposição convexa das variáveis linguísticas  $[\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T \in \mathfrak{R}^n$  para um politopo no espaço do consequente, a partir das expressões funcionais locais  $f_i(\tilde{\mathbf{x}})$ . Uma vez obtido o modelo nebuloso TS da planta LPV,  $G(s, \nu)$ , a lei de controle nebulosa  $H(s, \nu)$  pode ser definida utilizando-se a Compensação Paralela Distribuída.

Nesta estratégia um controlador PID,  $H(s)$ , é projetado para cada sub-modelo,  $G(s)$ , da planta LPV e organizado numa estrutura de modelo TS.

### 3 Controle PID Nebuloso Robusto

A  $i$ -ésima regra do modelo nebuloso TS da planta LPV de segunda ordem com atraso, é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Regra}^{(i)} : \quad SE \tilde{\tau} \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{\tau}}\}}^i |_{\tilde{\tau}} E \\ E \tilde{\tau}' \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{\tau}'}\}}^i |_{\tilde{\tau}'} E \tilde{K}_p \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{K}_p}\}}^i |_{\tilde{K}_p} \\ \text{ENTÃO } G^i(s) = \frac{K_p^i}{(1 + s\tau^i)(1 + s\tau'^i)} e^{-sL} \end{aligned} \quad (5)$$

onde  $L$  representa o atraso. As constantes de tempo  $\tilde{\tau}$  e  $\tilde{\tau}'$ , em que  $\tilde{\tau} \geq \tilde{\tau}'$ , e o ganho  $\tilde{K}_p$ , representam as variáveis linguísticas do antecedente do modelo nebuloso. Logo, o modelo nebuloso TS,  $G(s, \nu)$ , da planta LPV de segunda ordem com atraso é uma soma ponderada dos sub-modelos  $G^i(s)$  lineares, como segue:

$$\begin{aligned} G(s, \nu) = G(s, \tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) = \\ = \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{K_p^i}{(1 + s\tau^i)(1 + s\tau'^i)} e^{-sL} \end{aligned} \quad (6)$$

onde a variável de escalonamento  $\nu = [\tau \ \tau' \ K_p]^T \in \mathfrak{R}^3$ . A  $j$ -ésima regra do controlador nebuloso TS, é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Regra}^{(j)} : \quad SE \tilde{\tau} \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{\tau}}\}}^j |_{\tilde{\tau}} E \\ E \tilde{\tau}' \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{\tau}'}\}}^j |_{\tilde{\tau}'} E \tilde{K}_p \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{K}_p}\}}^j |_{\tilde{K}_p} \\ \text{ENTÃO } H^j(s) = \frac{K_c^j (1 + sT_I^j) (1 + sT_D^j)}{sT_I^j} \end{aligned} \quad (7)$$

onde  $K_c$  é o ganho proporcional,  $T_I$  é o tempo integral e  $T_D$  é o tempo derivativo dos sub-controladores PID no consequente. Portanto, o controlador nebuloso TS,  $H(s, \nu)$ , é uma soma ponderada dos sub-controladores PID,  $H^j(s)$ , como segue:

$$\begin{aligned} H(s, \nu) = H(s, \tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) = \\ = \sum_{j=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{K_c^j (1 + sT_I^j) (1 + sT_D^j)}{sT_I^j} \end{aligned} \quad (8)$$

onde a variável de escalonamento  $\nu = [\tau \ \tau' \ K_p]^T \in \mathfrak{R}^3$ . O modelo nebuloso no

ramo direto da malha fechada, considerando a planta e o controlador, a partir das Equações 6 e 8, respectivamente, é

$$H(s, \nu)G(s, \nu) = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{K_c^j K_p^i (1 + sT_I^j) (1 + sT_D^j)}{sT_I^j (1 + s\tau^i) (1 + s\tau'^i)} e^{-sL} \quad (9)$$

### 3.1 Estabilidade Robusta Baseada nas Margens de Ganho e Fase

Considerando-se a estratégia PDC nos pontos de operação e supondo-se que o parâmetro  $T_D^j$ , de cada sub-controlador PID,  $H^j(s) |_{[j=1,2,\dots,l]}$ , é igual à menor constante de tempo  $\tau^i$  do seu respectivo sub-modelo linear,  $G^i(s) |_{[i=1,2,\dots,l]}$ , para  $i = j$ , a Equação 9 resulta em:

$$H(s, \nu)G(s, \nu) = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{K_c^j K_p^i (1 + sT_I^j)}{sT_I^j (1 + s\tau^i)} e^{-sL} \quad (10)$$

A partir das definições básicas das margens de ganho e fase,  $A_m$  e  $\phi_m$ , respectivamente, tem-se as seguintes equações:

$$l \left[ \sum_{i=1}^l (\arctan(\omega_p T_I^i) - \arctan(\omega_p \tau^i)) - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right] = -\pi \quad (11)$$

$$A_m = \frac{1}{\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p)} \times \frac{1}{\left( \frac{K_c^j K_p^i}{\omega_p T_I^j} \right) \left( \sqrt{\frac{(\omega_p T_I^j)^2 + 1}{(\omega_p \tau^i)^2 + 1}} \right)} \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left( \frac{K_c^j K_p^i}{\omega_g T_I^j} \right) \times \left( \sqrt{\frac{(\omega_g T_I^j)^2 + 1}{(\omega_g \tau^i)^2 + 1}} \right) = 1 \quad (13)$$

$$\phi_m = l \left[ \sum_{i=1}^l (\arctan(\omega_g T_I^i) - \arctan(\omega_g \tau^i)) - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right] + \pi \quad (14)$$

em que a margem de ganho é dada pelas Equações 11 e 12, e a margem de fase é dada pelas Equações 13 e 14, respectivamente. A frequência  $\omega_p$ , na qual a Curva de Nyquist tem uma fase  $-\pi$ , é a frequência de ultrapassagem de fase, e a frequência  $\omega_g$ , na qual a Curva de Nyquist tem uma amplitude 1 é a frequência de ultrapassagem de ganho. Para um dado sub-modelo  $G^i(s, \tilde{K}_p^i, \tilde{\tau}^i, \tilde{\tau}'^i, L)$  e especificações das margens de ganho e fase ( $A_m, \phi_m$ ), as Equações 11 - 14 podem ser utilizadas para a determinação dos parâmetros dos sub-controladores PID,  $H^j(s, K_c^j, T_I^j, T_D^j)$ , nas frequências de ultrapassagem ( $\omega_p, \omega_g$ ) numericamente, mas não analiticamente, por causa da presença da função arctan. Todavia, uma solução analítica pode ser obtida aproximando-se a função arctan. A solução numérica das Equações 11 a 14 mostra que para  $\tau^i > 3L$ ,  $x \gg 1$  onde  $x$  é um dos valores de  $\omega_p T_I^j$ ,  $\omega_p \tau^i$ ,  $\omega_g T_I^j$  ou  $\omega_g \tau^i$ . Portanto, usando-se a aproximação da função arctan para o caso  $|x| > 1$ , as Equações 13 - 14 são dadas por

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \frac{A_m}{\omega_p} \times \left( \frac{K_c^j K_p^i}{\tau^i} \right) = 1 \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma_j(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \times \left( \frac{K_c^j K_p^i}{\omega_g \tau^i} \right) = 1 \quad (16)$$

respectivamente. Usando-se a mesma aproximação, da função arctan, as Equações 11 e 14 são dadas por:

$$l \left[ \sum_{i=1}^l \left( \frac{\pi}{4\omega_p \tau^i} - \frac{\pi}{\omega_p T_I^i} - \frac{\pi}{2} - \omega_p L \right) \right] = -\pi \quad (17)$$

$$\phi_m = l \left[ \sum_{i=1}^l \left( \frac{\pi}{4\omega_g \tau^i} - \frac{\pi}{\omega_g T_I^i} - \frac{\pi}{2} - \omega_g L \right) \right] + \pi \quad (18)$$

respectivamente. Portanto, a solução analítica para o ajuste dos parâmetros dos sub-controladores PID,  $H^i(s) \mid^{[i=1,2,\dots,l]}$ , de acordo com as Equações 15-18 são dadas por

$$T_D^j = \tau'^i \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i}\right) & \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i}\right) \\ \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i}\right) & \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i}\right) \\ \dots & \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i}\right) \\ \dots & \sum_{i=1}^l \gamma_i(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) \left(\frac{K_p^i}{\tau^i}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1(\tilde{\tau}, \tilde{\tau}', \tilde{K}_p) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \ddots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_c^1 \\ K_c^2 \\ \vdots \\ K_c^l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_p \\ A_m \\ \omega_g \end{bmatrix} \quad (20)$$

e

$$\begin{bmatrix} l \frac{\pi}{\omega_p} & l \frac{\pi}{\omega_p} & \dots & l \frac{\pi}{\omega_p} \\ l \frac{\pi}{\omega_g} & l \frac{\pi}{\omega_g} & \dots & l \frac{\pi}{\omega_g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (T_I^1)^{-1} \\ (T_I^2)^{-1} \\ \vdots \\ (T_I^l)^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \left\{ \sum_{i=1}^l \left(\frac{\pi}{4\omega_p \tau^i}\right) - \omega_p L - \frac{\pi}{2} \right\} + \pi \\ l \left\{ \sum_{i=1}^l \left(\frac{\pi}{4\omega_g \tau^i}\right) - \omega_g L - \frac{\pi}{2} \right\} - \phi_m + \pi \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde  $\omega_p$  é dada por

$$\omega_p = \frac{A_m \phi_m + \frac{1}{2} \pi A_m (A_m - 1)}{(A_m^2 - 1) L} \quad (22)$$

#### 4 Análise da Estabilidade Robusta

Para o projeto do controlador PID nebuloso robusto, a partir das Equações 19 - 21, respectivamente, e de acordo com as especificações das margens de ganho e fase são propostos o seguinte Axioma e Teoremas:

**Axioma 1:** *Os sub-modelos lineares,  $G^i(s) \mid^{[i=1,2,\dots,l]}$ , da planta LPV são, necessariamente, de fase mínima, ou seja, todos os pólos da equação característica estão localizados no semi-plano esquerdo do plano complexo.*

**Teorema 1:** Cada sub-controlador PID robusto,  $H^j(s) \mid^{[j=1,2,\dots,l]}$ , garante as especificações das margens de ganho e fase para o sub-modelo linear,  $G^i(s) \mid^{[i=1,2,\dots,l]}$ , com  $i = j$ , da planta LPV a ser controlada.

**Prova:** (Serra et al., 2009)

**Teorema 2:** Cada sub-controlador PID robusto,  $H^j(s) \mid^{[j=1,2,\dots,l]}$ , garante a estabilidade para todos os sub-modelos lineares,  $G^i(s) \mid^{[i=1,2,\dots,l]}$ , da planta LPV a ser controlada.

**Prova:** (Serra et al., 2009)

#### 5 Conclusões

Este artigo apresentou uma proposta para a análise e projeto de controle nebuloso robusto, com estrutura PID, para sistemas não-lineares com atraso, baseado nas especificações das margens de ganho e fase. Diante da análise e do projeto proposto apresenta-se as principais conclusões: a análise da planta não-linear, no contexto LPV permitiu a decomposição da planta em sub-modelos lineares; o modelo nebuloso TS, devido a flexibilidade de incorporar em sua estrutura os sub-modelos lineares da planta não-linear viabilizou, via estratégia PDC, o projeto dos sub-controladores PID robustos; o Axioma e os Teoremas propostos garantem a estabilidade robusta do sistema de controle nebuloso da planta não-linear, uma vez que toda formulação e análise são feitas no domínio da frequência, baseado nas especificações das margens de ganho e fase.

#### Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES pelo apoio financeiro desta pesquisa. O autor Carlos Cesar Teixeira Ferreira é beneficiário de auxílio financeiro da CAPES-Brasil, através do programa de doutorado interinstitucional UFCG-IFMA.

### Referências

- Ibrahim, A. M. (2003). Fuzzy Logic for Embedded Systems Applications, *Elsevier Science.USA* .
- Park, J.; Oh, C. B. H. and Tahk, M. (2007). An experimental study on attitude control of spacecraft using fuzzy controller., *Dept. of Aerospace Engineering, Korea. Advanced Institute of Science and Technology (KAIST)* .
- Serra, G. L. O. and Bottura, C. P. (2006). Multiobjective evolution based fuzzy PI controller design for nonlinear systems, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* **19**: 157–167.
- Serra, G. L. O., Ferreira, C. C. T. and Silva, J. A. (2009). Development Method for a Robust PID Fuzzy Controller of LPV Systems, *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* .
- Takagi, T. and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Trans. Syst. Man. Cyber.* **15**(4): 116–132.
- Ying, H.; Siler, W. and Buckley, J. . (n.d.). Fuzzy control theory: a nonlinear case, *Automatica* **26**: 513–520.