

# Superando a Hipótese do Mercado Eficiente Fraca com Redes Neurais Morfológicas Profundas

<sup>1</sup>Ya-Sin B. Mghazli, <sup>2</sup>Ricardo de A. Araújo e <sup>1</sup>José M. de Seixas

<sup>1</sup>Laboratório de Processamento de Sinais, COPPE/POLI, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

<sup>2</sup>Laboratório de Inteligência Computacional do Araripe, Instituto Federal do Sertão Pernambucano, Ouricuri, PE, Brasil.  
yasin.barcelos@lps.ufrr.br, ricardo.araujo@ifsertao-pe.edu.br, seixas@lps.ufrr.br

**Abstract**—Neste trabalho será apresentado uma análise da eficácia de modelos de previsão a partir do uso de técnicas de pré-processamento em séries temporais financeiras, tendo como objetivo superar a hipótese do mercado eficiente fraca, na qual os preços das ações refletem todas as informações disponíveis sobre o seu fenômeno gerador. Os resultados obtidos mostram que o uso de redes neurais morfológicas profundas combinadas com pré-processamento adequado pode aumentar significativamente a precisão da previsão no caso particular de séries temporais financeiras. Esses achados têm implicações importantes para aprimorar estratégias de investimento e gerenciamento de riscos para investidores.

**Index Terms**—Hipótese do Mercado Eficiente Fraco, Séries Temporais Financeiras, Previsão, Mercado de Ações, Redes Neurais Morfológicas Profundas.

## I. INTRODUÇÃO

A análise e previsão de séries temporais financeiras são temas recorrentes em estudos acadêmicos, dada a sua importância para decisões de investimento e gestão de riscos [1]. Neste contexto, a previsibilidade dessas séries é frequentemente questionada e debatida, em especial diante da Hipótese do Mercado Eficiente (HME) [2]. Conforme a forma fraca da HME, os preços de ações refletem integralmente todas as informações passadas, o que tornaria inviável a obtenção de retornos acima da média do mercado com base na análise de séries temporais de preços históricos.

Este trabalho propõe-se a contestar tal pressuposto, explorando a possibilidade de superar a forma fraca da HME por meio da aplicação de técnicas para a previsão de séries temporais financeiras [3]. Em particular, o estudo concentra-se na comparação do desempenho de diferentes modelos em relação ao pré-processamento dos dados de entrada.

A motivação deste estudo encontra-se na oportunidade de aprimorar estratégias de investimento e a gestão de riscos [4]. Além disso, visa contribuir para a literatura existente ao oferecer uma análise comparativa da eficácia de distintas abordagens de pré-processamento na previsão de séries temporais financeiras [5].

Assim, os objetivos deste trabalho são: primeiramente, desafiar a forma fraca da HME ao buscar superar o passeio aleatório ao prever séries temporais financeiras utilizando diversos modelos [1]; em segundo lugar, comparar o o impacto do desempenho dos modelos em função do pré-processamento dos dados de entrada [6]. Espera-se que este estudo traga informações valiosas tanto para a comunidade acadêmica, quanto para profissionais do setor financeiro [7].

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior — Brasil (CAPES) — Código de Financiamento 001, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ)

## II. BACKGROUND

A previsão de séries temporais se baseia na análise de dados históricos para antecipar comportamentos futuros de fenômenos temporais [8]. Padrões regulares nos dados passados auxiliam a compreender a dinâmica da série temporal e fazer previsões precisas. A seleção adequada das defasagens, que capturam a relação temporal entre observações, é essencial para a representação eficaz da série [8].

A janela temporal, um conjunto de observações passadas (conhecidas como retardos temporais), influencia a qualidade da previsão: janelas curtas podem necessitar de informação, enquanto as longas podem conter ruído [7]. A janela temporal é representada por:

$$\mathbf{X}^{(t,w)} = x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-w} \quad (1)$$

onde  $t$  é o índice temporal e  $w$  é o tamanho da janela.

O desafio da previsão de séries temporais é mapear a série histórica em um conjunto de variáveis de entrada e saída, seja por aprendizado de máquina, técnicas estatísticas ou modelos híbridos [7], [9]–[12]. Vários métodos buscam identificar os retardos temporais relevantes para a previsão [13]–[16]. A previsão é comumente representada por:

$$\hat{y}_{t+1:t+h} = f(\mathbf{X}^{(t,w)}) + r_t \quad (2)$$

onde  $\hat{y}_{t+1:t+h}$  são os valores futuros,  $f$  é a função de previsão, e  $w$  é o tamanho da janela temporal. A função  $f: \mathbb{R}^w \rightarrow \mathbb{R}^h$  mapeia os pontos do passado  $\mathbf{X}^{(t,w)}$ . O termo  $r_t$  representa ruído, que diminui à medida que  $w$  aumenta. Em sistemas completamente determinísticos, esse termo tende a zero quando  $w$  excede a dimensão mínima para uma correta caracterização do fenômeno. Assim, a adequação do tamanho da janela temporal e do mapeamento  $f$  é crucial para obter previsões precisas [17].

A previsão de séries temporais se classifica em *one-step-ahead* (um passo à frente,  $h = 1$ ) e *multi-step-ahead* (múltiplos passos à frente,  $h > 1$ ). As previsões *one-step-ahead* visam prever o próximo valor da série, enquanto as *multi-step-ahead* buscam prever uma sequência de valores futuros, aumentando a complexidade e pode acarretar maior incerteza nas previsões [18].

A importância da seleção adequada do tamanho da janela temporal e do mapeamento das funções de previsão é indispensável para garantir a precisão dos resultados [1], [7]. Essa escolha deve ser feita com base no conhecimento específico do domínio e na análise cuidadosa das características da série temporal em questão [10]. A aplicação correta desses conceitos pode ajudar a identificar padrões e relações nos dados, permitindo desenvolver modelos de previsão eficientes e adaptados às necessidades específicas de cada contexto [17].

### A. Hipótese dos Mercados Eficientes (HME)

A HME diz que o mercado financeiro reflete eficientemente todas as informações disponíveis sobre ações individuais e o mercado na totalidade [19]. Segundo a HME, os preços das ações incorporam todas as informações existentes, impossibilitando superar consistentemente o mercado [20]. Esta teoria pressupõe que os investidores agem racionalmente, processando e integrando rapidamente informações aos preços das ações [20].

A HME engloba três níveis de eficiência de mercado. A eficiência fraca sustenta que os preços dos ativos refletem todas as informações históricas de preços, eliminando ganhos extraordinários através da análise de dados passados [21]. A eficiência semi-forte assegura que os preços dos ativos refletem todas as informações públicas disponíveis. A eficiência forte afirma que os preços dos ativos incorporam todas as informações disponíveis, públicas e privadas, implicando que qualquer nova informação é rapidamente refletida nos preços dos ativos [21]. Portanto, é impossível superar o mercado, mesmo com informações privilegiadas [22].

Críticos citam fatores como comportamento irracional dos investidores, assimetria de informações e influências externas que podem tornar os mercados ineficientes [23]. Argumenta-se que a HME se baseia em suposições simplistas, não considerando a complexidade da realidade dos mercados nem a possibilidade de manipulação de preços por grandes investidores ou instituições financeiras [20].

Diversos estudos testam a HME em mercados variados, como o acionário brasileiro [21], setor de petróleo, gás e biocombustível do Brasil [24], mercados de ações [25] e mercado de criptomoedas [26]. Alguns encontraram evidências de eficiência fraca, enquanto outros demonstraram comportamento incompatível com a eficiência semi-forte [27]. Essas discrepâncias sugerem que a aplicabilidade da HME pode variar conforme o mercado e o período em análise.

A HME e a teoria do passeio aleatório, que sugere que os movimentos de preços dos ativos financeiros são imprevisíveis e aleatórios (uma vez que o comportamento dos preços é influenciado por uma série de fatores aleatórios) [28], são temas amplamente discutidos na literatura financeira.

### B. Ajuste de Fase Temporal

Para solucionar o problema da produção de previsões defasadas temporalmente pelos modelos de redes neurais artificiais foi proposto o procedimento de ajuste de fase [8]. Esse processo é composto por dois passos: primeiro apresenta-se um padrão de entrada de retardos temporais  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ao modelo de previsão para gerar uma saída  $y_1$ , em seguida o padrão de entrada é reorganizado incluindo a saída gerada, formando  $y_1, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ , e sendo apresentado ao mesmo modelo de previsão para gerar uma nova saída ( $y_2$ ). A saída  $y_2$  representa a previsão com a fase ajustada, ou seja, sem o atraso em relação aos valores reais da série temporal [8].

Conforme a Seção II-A a ineficiência ou eficiência de mercado, refletem as informações históricas, públicas ou privadas nas características do fenômeno gerador das séries temporais financeiras. Desta forma, a medida que ocorre o aumento ou diminuição da frequência da série temporal, as propriedades do fenômeno gerador tendem a mudar [29], o que torna necessário uma investigação adicional do procedimento de ajuste de fase em termos da frequência da série.

## III. ANÁLISE DAS SÉRIES TEMPORAIS

A dinâmica do mercado de ações global é influenciada por uma infinidade de fatores macroeconômicos, políticos e

socioculturais [30]. Por meio da análise de séries temporais, é possível obter uma compreensão profunda de como esses fatores interagem ao longo do tempo para influenciar os retornos do mercado de ações [5]. Este artigo se propõe a realizar uma análise comparativa das séries temporais dos seguintes índices de ações globais: IBOVESPA (BVSP - Brasil), NASDAQ Composite (IXIC - Estados Unidos), Dow Jones Industrial Average (DJI - Estados Unidos), CAC 40 (FCHI - França), Financial Times Stock Exchange 100 (FTSE - Reino Unido) e DAX Performance Index (GDAXI - Alemanha).

A Tabela I apresenta as estatísticas das séries temporais normalizadas. Cada série possui quantidade de dias úteis variável, devido à origem geográfica dos índices [1].

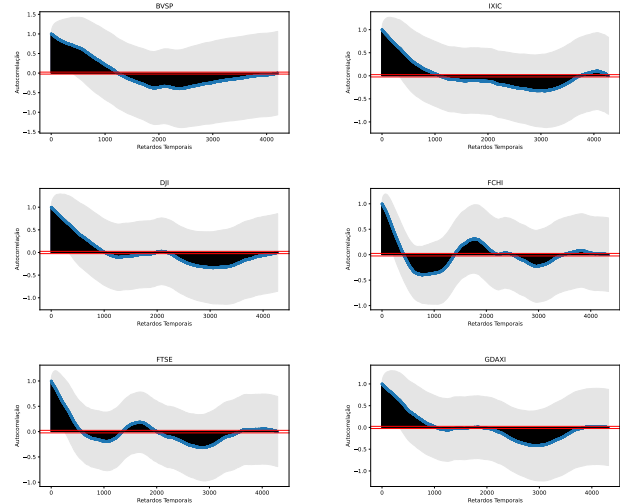
TABELA I: Estatísticas das séries normalizadas.

Série Temporal	Tamanho	Média	Mediana	Variância	Desvio Padrão	Curtose	Assimetria
BVSP	4207	0.5044	0.5789	0.0567	0.2381	-1.3750	-0.2760
IXIC	4277	0.4105	0.3417	0.0414	0.2036	-0.4792	0.8374
DJI	4277	0.4377	0.3743	0.0307	0.1753	-0.4539	0.7547
FCHI	4342	0.4331	0.4171	0.0261	0.1615	-0.2882	0.5651
FTSE	4295	0.5849	0.6189	0.0329	0.1814	-0.7634	-0.4765
GDAXI	4319	0.4444	0.4256	0.0299	0.1728	-0.4699	0.4361

De acordo com a Tabela I, a série BVSP apresenta a maior variância e desvio padrão, indicando alta volatilidade. A FCHI tem a menor variância e desvio padrão, sendo a menos volátil [31], [32]. A curtose indica a distribuição dos dados. Neste caso, todas as séries são platicúrticas, com a BVSP tendo a maior curtose, sugerindo uma maior concentração de valores extremos. A avaliação do coeficiente de assimetria permite entender a tendência das séries. A BVSP e a FTSE têm assimetria negativa, indicando potencial tendência de declínio. As demais séries têm assimetria positiva, sugerindo tendência de crescimento [31], [32].

A função de autocorrelação (ACF) [33] é uma ferramenta vital na análise de séries temporais, medindo a interdependência entre observações em diferentes intervalos de tempo. A Figura 1 ilustra autocorrelações significativas nas séries financeiras, com uma autocorrelação positiva nas primeiras 500 defasagens. Este padrão indica uma dependência temporal forte e sugere a existência de padrões temporais persistentes.

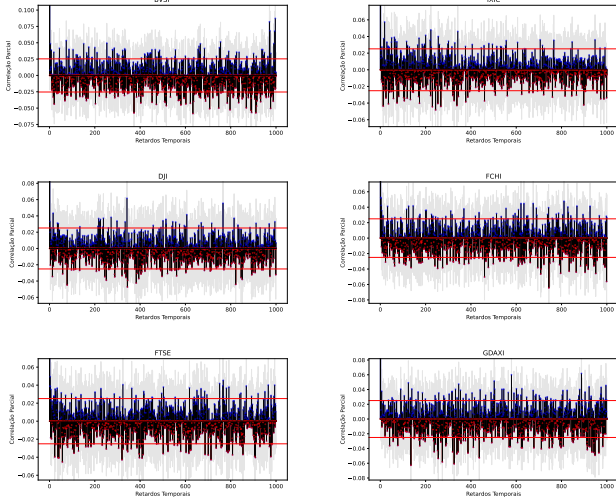
Fig. 1: FAC das séries temporais financeiras



A função de autocorrelação parcial (PACF) [33] avalia o grau de correlação entre os valores de uma série temporal, desconsiderando o efeito de outras variáveis intermediárias [34]. Ao contrário da ACF, que analisa a correlação global, a

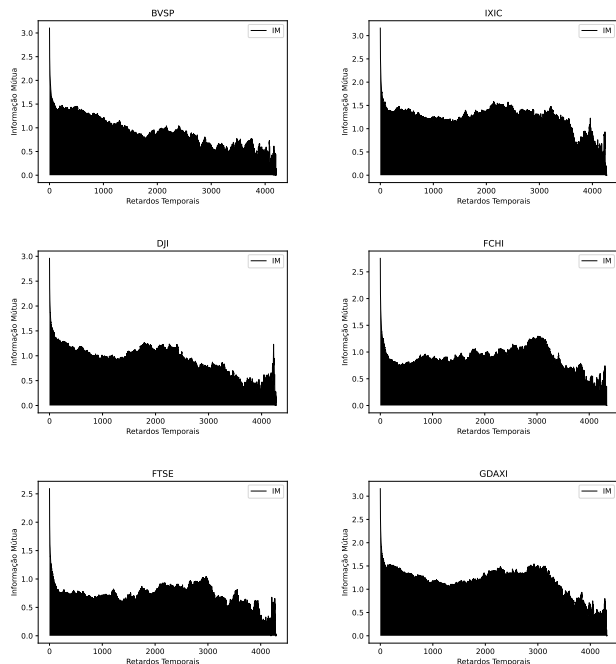
PACF permite a avaliação isolada da correlação entre um valor e um retardo específico [31]. A Figura 2, revela correlações parciais significativas para os primeiros dois lags ( $k$ ). E há autocorrelações parciais significativas em lags distantes, indicando uma relação direta com pontos mais remotos [1].

Fig. 2: FACP das séries temporais financeiras



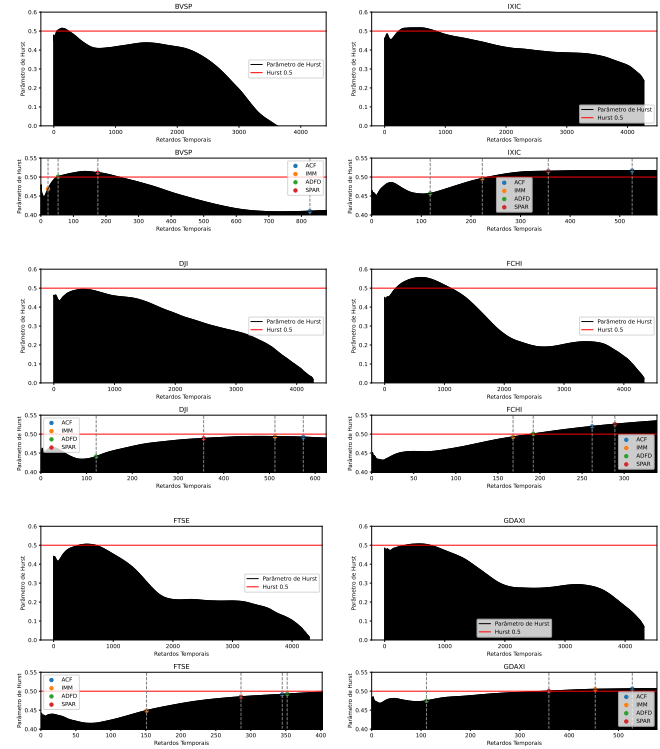
A informação mútua (IM) avalia a dependência mútua entre duas variáveis, indo além da correlação ao detectar relações lineares e não-lineares [35]–[37]. A IM é amplamente aplicada na análise de séries temporais para identificar dependências temporais e descobrir padrões complexos [35]–[38]. Conforme a Figura 3, pode-se confirmar a existência de uma dependência não-linear em todas as séries, pois os valores de IM se mostram consistentemente maiores que 0,7.

Fig. 3: IM das séries temporais financeiras.



O parâmetro de Hurst (HP) [39], é uma ferramenta na análise de séries temporais muito útil na modelagem da volatilidade e na previsão de retornos de ativos financeiros [40]–[42]. Este parâmetro permite a identificação de padrões e tendências de longo prazo, auxiliando na construção de modelos de previsão mais precisos [43]–[45]. A Figura 4, de maneira geral, sugere um comportamento moderado de anti-persistência. Nesse contexto, as variações de preço tendem a ocorrer em torno da média e de maneira imprevisível, reforçando a EMH [28].

Fig. 4: Parâmetro de Hurst das séries temporais financeiras

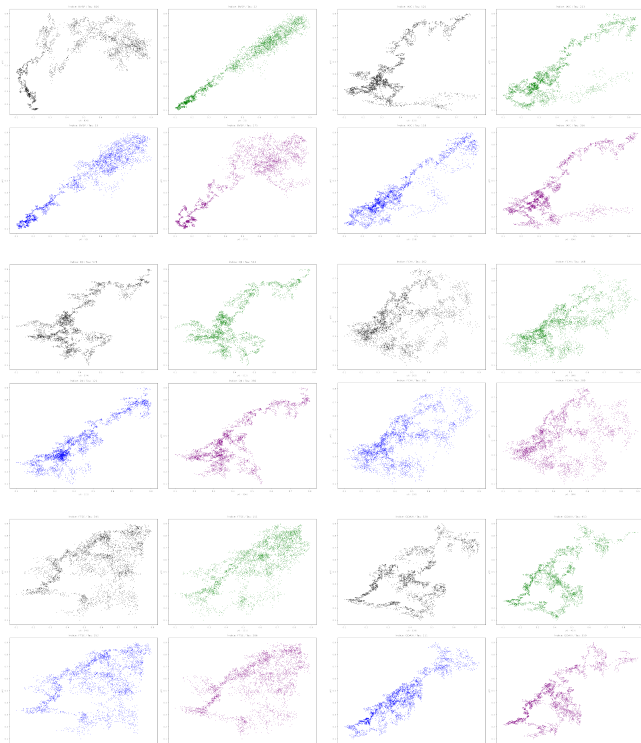


O lagplot, ou gráficos de atraso, são comumente empregados para identificar a presença de autocorrelação e componentes não-lineares. A Figura 5, apresenta o lagplot das séries temporais estudadas. As cores associadas a cada método de análise são: preto para ACF, verde para IMM, azul para ADFD e roxo para SPAR. As séries temporais analisadas parecem divergir de um processo de passeio aleatório, exibindo uma combinação de componentes lineares e não-lineares, com adição de ruído, de acordo com [17]:

$$x_t = \lambda \cdot x_{t-1} + (1 - \lambda) \cdot g(t) + r_t, \quad (3)$$

em que  $g(t)$  representa um mapeamento sub-dominante não-linear e  $r_t$  é o termo de ruído. Ademais,  $x_{t-1}$  simboliza a observação imediatamente precedente a  $x_t$  na série temporal.

Fig. 5: Lagplot das séries temporais financeiras



#### IV. DESCRIÇÃO DO MÉTODO

##### A. Coleta e Pré-Processamento

Este estudo usa dados históricos com frequência diária no período de 2000 a 2020, avindos do Yahoo! Finance. Os primeiro 80% dos dados foram destinados ao conjunto de treinamento, os (10%) seguintes ao conjunto de validação e os últimos (10%) para o conjunto teste. Foram adotadas duas abordagens para o pré-processamento. A primeira usa dados brutos normalizados entre  $[0.1, 0.9]$ , o que permite comparar e analisar as variáveis na mesma escala [46]. A segunda abordagem usa dados residuais, transformando em séries de retornos e os normalizando entre  $[0.1, 0.9]$ , tornando a série estacionária e, portanto, previsível [1]. Foram utilizados testes de raiz unitária para confirmar a estacionariedade de cada série em particular [47]–[49].

Para o horizonte de previsão, foi adotado a previsão de etapa única, onde o modelo prevê o próximo valor na série com base nos valores anteriores. Esta é uma abordagem comum em contextos financeiros, econômicos e de engenharia [10].

##### B. Configuração dos Modelos

- **ARIMA( $p, d, q$ ):** A estrutura do ARIMA é caracterizado por três parâmetros: o número de termos autorregressivos ( $p$ ), o número de diferenciações ( $d$ ) e o número de termos de médias móveis ( $q$ ). A série temporal deve ser estacionária para a aplicação do ARIMA [9], [10].
- **Perceptron Multicamadas (MLP):** A arquitetura do MLP neste estudo consiste em três camadas: uma camada de entrada, uma camada oculta e uma camada de saída. A camada de entrada é configurada pelo número de retardos temporais na série e a camada oculta é responsável por capturar os padrões complexos nos dados [7], [17], [50].
- **RNN de Longa Memória de Curto Prazo (LSTM):** A LSTM usada apresenta uma camada de entrada, duas

camadas ocultas e uma camada de saída. A camada de entrada é definida pelos retardos temporais da série. As duas camadas ocultas, compostas por unidades LSTM, são responsáveis por aprender as dependências temporais nos dados [7], [51].

- **Rede Neural Autoregressiva com Entradas Exógenas (NARX):** A NARX usada neste trabalho apresenta duas linhas de atraso, uma para os sinais de entrada e outra para os sinais de saída. A estrutura é composta por uma camada de entrada, uma camada oculta e uma de saída [7], [50], [52].
- **Perceptron Profundo Crescente-Decrescente Linear (DIDL):** O DIDL possui uma arquitetura de camadas profundas com unidades de processamento linear crescente-decrescente. A estrutura inclui uma camada de entrada, duas camadas ocultas e uma camada de saída [12], [53].

##### C. Seleção de Hiperparâmetros

A seleção de hiperparâmetros é um passo fundamental no desenvolvimento dos modelos. Esses parâmetros não são aprendidos durante o treinamento e incluem o número de camadas em uma rede neural, a quantidade de neurônios em cada camada, a taxa de aprendizagem, o otimizador usado e a função de ativação, dentre outros. A escolha correta dos hiperparâmetros pode impactar significativamente a eficácia do modelo [7], [54], [55].

- **Funções de Ativação:** Foram exploradas diferentes funções de ativação, incluindo ReLU (*Rectified Linear Unit*), Sigmoid e Tangente Hiperbólica. A função ReLU é conhecida por sua simplicidade computacional e por sua habilidade em mitigar o problema do desvanecimento do gradiente. Já as funções Sigmoid e Tangente Hiperbólica são comumente usadas devido à sua capacidade de normalizar a saída [7], [56].
- **Número de Neurônios:** O estudo também analisou o impacto do número de neurônios no desempenho dos modelos de rede neural. A primeira camada oculta ( $H_1$ ) foi avaliada com 5, 10 e 15 neurônios, bem como as heurísticas correspondendo ao tamanho de  $(w)$ ,  $w/2$  ou  $2w/3$ . Para a segunda camada oculta ( $H_2$ ), foi escolhido um número de neurônios equivalente à metade da primeira camada [7], [50], [57].
- **Batch Size:** Decidiu-se utilizar um tamanho de lote de 1 para o treinamento dos modelos, uma escolha que impacta a eficiência e eficácia do aprendizado. Essa abordagem pode favorecer uma convergência mais lenta e melhor generalização, devido à exposição da rede a uma maior diversidade [7], [58].
- **Taxa de Aprendizagem:** Foram utilizadas duas abordagens para a taxa de aprendizado: A estática (0.01), usada frequentemente como ponto inicial na otimização de modelos [7], e a adaptativa, que começa em 0.01 sendo reduzida em 20% após 20 épocas sem melhorias no conjunto de validação [59].
- **Otimizadores:** Optou-se pelo uso do Adam, eficaz em redes neurais profundas, que proporciona uma convergência rápida e estável [60], e o SGD, que embora possa ter uma convergência mais lenta quando comparado ao Adam, é mais simples e menos sujeito a mínimos locais [58].

##### D. Treinamento dos Modelos

Neste estudo, os modelos são treinados para compreender a relação entre os dados de entrada e a variável objetivo, visando desenvolver a capacidade de efetuar previsões confiáveis em



dados inexplorados [61]. Diversas configurações de hiperparâmetros são testadas para otimizar o desempenho dos modelos na previsão de séries temporais [54], garantindo a sua capacidade de generalizar a partir do conjunto de treinamento, evitando subajuste e sobreajuste [7].

A função de custo *Mean Squared Error* (MSE) é adotada no treinamento dos modelos neurais para quantificar e minimizar a diferença entre as previsões do modelo e os valores reais, o que é uma prática comum em tarefas de regressão [10]. Ademais, o procedimento de ajuste de fase é implementado para corrigir previsões defasadas temporalmente, um problema comum em redes neurais [8].

Uma estratégia eficaz para lidar com o *overfitting* é a implementação da parada prematura, guiada por três critérios principais: (i) quantidade máxima de épocas de treinamento  $10^6$  [62], (ii) um aumento na taxa de erro de validação (5%) por mais de 20 épocas [7], [17], e (iii) uma queda mínima no erro de treinamento ( $10^{-6}$ ) [63].

### E. Tamanho da Janela Temporal

São utilizadas quatro metodologias distintas para determinação do tamanho da janela temporal:

- ACF cruza pela primeira vez o valor  $1/e$  [64];
- IMM: O primeiro mínimo da informação mútua [35];
- ADFD: 40% da inclinação do deslocamento [65];
- SPAR:  $1/3$  da frequência dominante do ciclo [66].

Na Tabela II são apresentados os parâmetros obtidos, para cada série temporal, utilizando as metodologias previamente apresentadas.

TABELA II: Parâmetros para Janelas Temporais

Metodo Indices	ACF	IMM	ADFD	SPAR
	w	w	w	w
BVSP	826	22	53	175
IXIC	525	223	118	356
DJI	574	512	121	356
FCHI	262	168	192	289
FTSE	345	151	352	286
GDAXI	528	453	111	359

### F. Medidas para Avaliação de Desempenho.

Avaliar a eficácia de modelos de previsão de séries temporais é crucial para garantir a precisão e confiabilidade dos resultados. Para tal, foram utilizadas diversas medidas de desempenho neste estudo:

- **MSE (Mean Squared Error):** A média dos quadrados das diferenças entre a previsão e o valor real [10].
- **MAPE (Mean Absolute Percentage Error):** A média da diferença absoluta percentual entre a previsão e o valor real [67].
- **MAE (Mean Absolute Error):** A média da diferença absoluta para evitar o efeito de amplificação dos erros pela elevação ao quadrado [68].
- **RMSE (Root Mean Squared Error):** É a raiz quadrada do MSE, permitindo que os erros sejam interpretados na mesma escala dos valores originais [69].
- **POCID (Percentage of Correct Direction):** Mede a percentual da previsão que mantém a mesma direção da variação real, independente da magnitude [70].
- **R<sup>2</sup> (Coeficiente de Determinação):** Indica o quão bem o valor previsto se ajusta ao valor real. [71].
- **AVR (Average Variance Ratio):** Uma medida de teste de eficiência de mercado que compara as variações de preços de ativos em diferentes intervalos de tempo [72].
- **Theil's U1 e U2:** São estatísticas de desigualdade que medem a precisão da previsão em relação ao valor real e quão próximo está de um passeio aleatório [73].

A fórmula da *Evaluation Function* (EF) é dada por 4 [11]:

$$EF = \frac{POCID}{1 + MSE + MAPE + U2 + AVR} \quad (4)$$

Vale mencionar que estas medidas foram escolhidas por serem robustas e amplamente aceitas para a avaliação de modelos de previsão de séries temporais.

## V. RESULTADOS

Este capítulo é dedicado à apresentação e discussão dos resultados obtidos ao longo do estudo. O desempenho dos modelos aplicados às séries financeiras é examinado. As medidas de avaliação utilizadas, juntamente com os conjuntos de dados de treinamento, validação e teste, são discutidos e interpretados à luz das teorias e conceitos explorados nas seções anteriores.

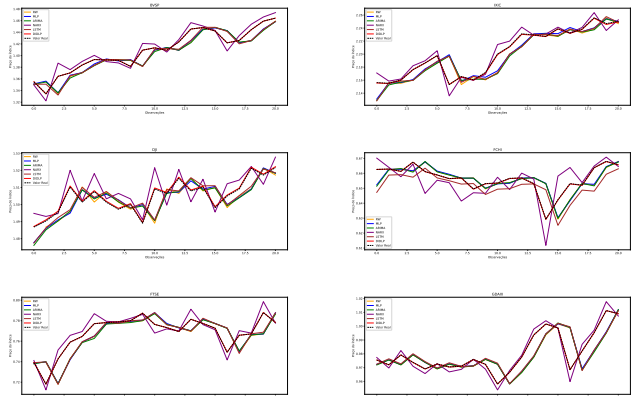
A Tabela III exhibe os melhores parâmetros dos modelos, *ranks* e medidas para os conjuntos de treinamento e validação, com *ranks* correspondentes à busca em grade para cada conjunto.

A Tabela IV apresenta os resultados obtidos para a análise comparativa realizada neste trabalho. Nela, confrontamos os valores da medida de desempenho (*Evaluation Function*) entre os conjuntos de dados normalizados e residuais normalizados como entrada para os modelos.

Conforme a Tabela IV os resultados indicam que modelos processados com séries de retornos superam aqueles com dados apenas normalizados, especialmente em séries voláteis. Modelos bem ajustados beneficiam-se mais dos dados residuais, resultando em previsões mais precisas. Isso destaca a relevância da escolha do método de pré-processamento e da qualidade do ajuste na previsão de séries temporais.

A Figura 6 demonstra que os modelos NARX e DIDLP exibem um ajuste de fase adequado. Por outro lado, os demais modelos apresentam uma defasagem na previsão, comportando-se de maneira similar a um passeio aleatório.

Fig. 6: Previsão das séries temporais gerada pelos modelos RW, ARIMA, MLP, NARX, LSTM e DIDLP (últimos pontos do conjunto de teste).



Os resultados alcançados conforme as Tabelas IV e [V-X] sugerem que todos os modelos avaliados exibiram uma notável capacidade de generalização, evidenciada pela consistência das medidas de desempenho nos conjuntos de validação e teste, conseguindo efetivamente evitar o *overfitting*.

Ao analisar a medida de desempenho Theil's U2, observouse que os modelos ARIMA, MLP e LSTM apresentaram previsões similares a um passeio aleatório, o que pode estar

TABELA III: Melhores Hiperparâmetros

Modelo	Tíckler	Conjunto	Métricas de Desempenho e Ranks das Métricas de Desempenho										Parâmetros	
			MSE	MAPE	MAE	RMSE	POCID	AVR	Theta U1	Theta U2	EF	w	γ	Op1
MLP	BVSF	Treinamento	(8.8105e-05, 21)	(1.3407e-02, 33)	(6.5095e-03, 14)	(0.9364e-02, 21)	(4.9914e-01, 49)	(9.9481e-01, 22)	(1.5878e-02, 18)	(8.2958e-03, 31)	(0.9485e-01, 20)	(0.9485e-01, 20)	IMM	Adaptative
		Validação	(8.8105e-05, 21)	(1.3407e-02, 33)	(6.5095e-03, 14)	(0.9364e-02, 21)	(4.9914e-01, 49)	(9.9481e-01, 22)	(1.5878e-02, 18)	(8.2958e-03, 31)	(0.9485e-01, 20)	(0.9485e-01, 20)	IMM	Adaptative
		Treinamento	(1.7426e-04, 7)	(2.4737e-02, 22)	(1.0385e-02, 10)	(1.0385e-02, 10)	(3.0885e-01, 38)	(0.9885e-01, 21)	(1.0322e-02, 8)	(6.7258e-03, 38)	(0.9885e-01, 21)	(0.9885e-01, 21)	IMM	Adaptative
		Validação	(1.7426e-04, 7)	(2.4737e-02, 22)	(1.0385e-02, 10)	(1.0385e-02, 10)	(3.0885e-01, 38)	(0.9885e-01, 21)	(1.0322e-02, 8)	(6.7258e-03, 38)	(0.9885e-01, 21)	(0.9885e-01, 21)	IMM	Adaptative
		Treinamento	(6.4024e-05, 6)	(1.5371e-02, 1)	(8.5068e-03, 18)	(8.0072e-02, 6)	(4.4651e-01, 27)	(0.9797e-01, 3)	(1.0322e-02, 8)	(6.7258e-03, 38)	(0.9885e-01, 21)	(0.9885e-01, 21)	SPAR	SGD
MLP	DJI	Treinamento	(1.5187e-04, 2)	(7.1375e-03, 4)	(8.8067e-03, 5)	(6.9491e-02, 2)	(5.4891e-01, 2)	(0.9924e-01, 2)	(1.0953e-02, 4)	(5.5481e-03, 10)	(1.0002e-01, 12)	(1.0002e-01, 12)	SPAR	SGD
		Validação	(1.5187e-04, 2)	(7.1375e-03, 4)	(8.8067e-03, 5)	(6.9491e-02, 2)	(5.4891e-01, 2)	(0.9924e-01, 2)	(1.0953e-02, 4)	(5.5481e-03, 10)	(1.0002e-01, 12)	(1.0002e-01, 12)	SPAR	SGD
		Treinamento	(1.3814e-04, 4)	(1.7581e-02, 28)	(8.1963e-03, 42)	(1.0072e-02, 4)	(4.8515e-01, 7)	(0.9534e-01, 4)	(1.0322e-02, 8)	(6.7258e-03, 38)	(0.9885e-01, 21)	(0.9885e-01, 21)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.3814e-04, 4)	(1.7581e-02, 28)	(8.1963e-03, 42)	(1.0072e-02, 4)	(4.8515e-01, 7)	(0.9534e-01, 4)	(1.0322e-02, 8)	(6.7258e-03, 38)	(0.9885e-01, 21)	(0.9885e-01, 21)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(6.9579e-05, 3)	(1.1775e-02, 12)	(5.7768e-03, 35)	(8.0979e-02, 3)	(4.9323e-01, 62)	(0.9718e-01, 4)	(1.0322e-02, 8)	(6.7258e-03, 38)	(0.9885e-01, 21)	(0.9885e-01, 21)	ADFD	Adaptative
MLP	FTSE	Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
MLP	GDAXI	Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
MLP	NARX	Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
MLP	LSTM	Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Validação	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative
		Treinamento	(1.0324e-04, 1)	(3.2703e-03, 1)	(2.4141e-03, 1)	(2.9711e-03, 1)	(9.7310e-01, 1)	(0.9994e-01, 1)	(1.0116e-03, 1)	(4.0288e-05, 1)	(3.2252e-01, 1)	(3.2252e-01, 1)	ADFD	Adaptative

TABELA IV: Comparação da Medida Evaluation Function das Séries Normalizadas e Residuais (conjunto de validação)

Modelo	Dados	Evaluation Function dos Índices					
		BVSF	IXIC	DJI	FCHI	FTSE	GDAXI
ARIMA	-	0.24144	0.23179	0.24144	0.23179	0.24144	0.23179
MLP	Normalizado	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)
MLP	Residual	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)
LSTM	Normalizado	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)
LSTM	Residual	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)	6.2992e-01 (100.0%)
NARX	Normalizado	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)
NARX	Residual	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)	2.4367e-01 (100.0%)
DIDL	Normalizado	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)
DIDL	Residual	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)	9.9214e-01 (100.0%)

TABELA V: Desempenho de previsão dos representantes dos modelos para a série temporal BVSP (conjunto de teste)

Modelo	Estática	Métricas de Desempenho									
		MSE	MAPE	MAE	RMSE	POCID	AVR	Theta U1	Theta U2	EF	UF
ARIMA	-	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
MLP	Mean	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
MLP	Median	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
MLP	PERCV75	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
LSTM	Mean	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
LSTM	Median	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
LSTM	PERCV75	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
NARX	Mean	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
NARX	Median	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
NARX	PERCV75	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
DIDL	Mean	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
DIDL	Median	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01
DIDL	PERCV75	5.3282e-04	1.3384e-02	1.5372e-02	2.3200e-02	4.5889e-01	0.6761e-01	3.2572e-02	9.4435e-03	1.0004e-00	2.2408e-01

TABELA VI: Desempenho de previsão dos representantes dos modelos para a série temporal IXIC (conjunto de teste)

Modelo	Estática	Métricas de Desempenho									
		MSE	MAPE	MAE	RMSE	POCID	AVR	Theta U1	Theta U2	EF	UF
ARIMA	-	7.5134e-04	1.8782e-02	1.8104e-02	2.7411e-02	4.8810e-01	0.9088e-01	9.1851e-03	8.6643e-03	1.0000e-00	2.4114e-01
MLP	Mean	7.5134e-04	1.8782e-02	1.8104e-02	2.7411e-02	4.8810e-01	0.9088e-01	9.1851e-03	8.6643e-03	1.0000e-00	2.4114e-01
MLP	Median	7.5134e-04	1.8782e-02	1.8104e-02	2.7411e-02	4.8810e-01	0.9088e-01	9.1851e-03	8.6643e-03	1.0000e-00	2.4114e-01
MLP	PERCV75	7.5134e-04	1.8782e-02	1.8104e-02	2.7411e-02	4.8810e-01	0.9088e-01	9.1851e-03	8.6643e-03	1.0000e-00	2.411

TABELA IX: Desempenho de previsão dos representantes dos modelos para a série temporal FTSE (conjunto de teste)

Modelo	Estatística	Métricas de Desempenho									
		MSE	MAPE	MAE	RMSE	POCID	R2	AVR	Theil's U1	Theil's U2	EF
ARIMA	Mean	3.2242e-04	1.6478e-02	1.2140e-02	1.7986e-02	5.0695e-01	0.8345e-01	1.6558e-02	1.0743e-01	1.0000e+00	2.4911e-01
	RMS	2.6262e-04	1.5937e-02	1.2119e-02	1.8081e-02	5.0719e-01	0.8322e-01	1.6558e-02	1.0743e-01	1.0000e+00	2.4911e-01
MLP	Mean	1.2655e-04	1.6556e-02	1.2077e-02	1.7963e-02	5.1282e-01	0.8341e-01	1.6599e-02	1.0746e-02	9.9799e-01	2.5238e-01
	RMS	7.2584e-07	2.4623e-05	2.0202e-05	4.9222e-05	3.7236e-05	3.5314e-05	1.2766e-05	1.5629e-05	2.2292e-03	1.9292e-03
	MEDIAN	3.2267e-04	1.6363e-02	1.2072e-02	1.7963e-02	5.1282e-01	0.8341e-01	1.6599e-02	1.0746e-02	9.9799e-01	2.5238e-01
	PERC25	3.2163e-04	1.6333e-02	1.2053e-02	1.7943e-02	5.0873e-01	0.8333e-01	1.6549e-02	1.0732e-02	9.9751e-01	2.4951e-01
	PERC975	3.2386e-04	1.6412e-02	1.2117e-02	1.7996e-02	5.1932e-01	0.8346e-01	1.6662e-02	1.0768e-02	1.0000e+00	2.5569e-01
LSTM	Mean	4.9797e-04	1.7766e-02	1.2992e-02	2.0232e-02	5.9970e-01	0.9319e-01	1.9992e-02	1.1938e-02	2.7002e-01	2.2867e-01
	RMS	3.1539e-05	3.9814e-04	2.0644e-04	8.0158e-04	8.2700e-03	1.6219e-03	4.8190e-04	8.6663e-02	1.0432e-02	1.0432e-02
	MEDIAN	3.9147e-04	1.7357e-02	1.2614e-02	1.9785e-02	5.0196e-01	0.9787e-01	2.0024e-02	1.1837e-02	1.1736e+00	2.2846e-01
	PERC25	3.3868e-04	1.6633e-02	1.2296e-02	1.8401e-02	4.9452e-01	0.9774e-01	1.7316e-02	1.0086e-02	1.0331e+00	2.1645e-01
	PERC975	4.3898e-04	1.7861e-02	1.2900e-02	2.0692e-02	5.1798e-01	0.9825e-01	2.2229e-02	1.2540e-02	1.2960e+00	2.4918e-01
NARX	Mean	1.9518e-04	1.2977e-02	9.2833e-03	1.3080e-02	4.9903e-01	0.8314e-01	1.6558e-02	1.0743e-01	1.0000e+00	2.4911e-01
	RMS	3.7070e-05	1.3353e-03	9.7999e-04	1.3993e-03	1.2584e-02	1.8920e-03	1.0565e-03	8.3961e-04	3.0977e-02	2.7346e-02
	MEDIAN	1.0254e-04	1.3300e-02	9.7999e-04	1.4233e-02	9.0714e-01	0.8982e-01	1.0401e-02	8.9096e-03	3.4773e-01	6.6139e-01
	PERC25	1.3115e-04	1.0626e-02	7.7922e-03	1.1443e-02	8.8766e-01	0.8804e-01	6.6895e-03	6.6386e-03	2.8292e-01	6.1637e-01
	PERC975	2.3845e-04	1.6914e-02	1.1621e-02	1.7508e-02	9.2516e-01	0.9342e-01	1.2184e-02	9.9238e-03	3.8321e-01	7.0863e-01
DIDL	Mean	3.5208e-06	1.4000e-03	9.9969e-04	1.2311e-03	9.9269e-01	0.9982e-01	1.7625e-04	7.4923e-04	2.9195e-02	9.9598e-01
	RMS	6.3645e-06	1.6646e-03	1.3044e-03	1.4722e-03	6.5247e-03	3.1939e-04	3.1919e-04	8.8088e-04	3.1200e-02	3.9490e-02
	MEDIAN	4.9797e-07	4.6610e-04	3.5136e-04	7.0182e-04	9.9969e-01	9.9969e-01	3.4776e-04	4.1957e-04	1.4738e-02	9.7717e-01
	PERC25	1.6105e-08	3.5182e-05	1.7078e-05	1.2553e-04	9.8048e-01	9.9914e-01	8.0822e-07	7.5039e-05	2.9714e-03	8.9812e-01
	PERC975	1.7158e-05	4.3996e-03	3.4553e-03	4.1070e-03	9.9802e-01	1.0000e+00	8.6097e-04	2.4587e-03	8.7073e-02	9.9598e-01

TABELA X: Desempenho de previsão dos representantes dos modelos para a série temporal GDAXI (conjunto de teste)

Modelo	Estatística	Métricas de Desempenho									
		MSE	MAPE	MAE	RMSE	POCID	R2	AVR	Theil's U1	Theil's U2	EF
ARIMA	Mean	2.0077e-04	1.0967e-02	9.3256e-03	1.4145e-02	4.8611e-01	0.6743e-01	3.2540e-02	7.9517e-03	1.0000e+00	2.3786e-01
	RMS	2.0107e-04	1.1012e-02	9.3256e-03	1.4145e-02	4.8511e-01	0.6743e-01	3.2540e-02	7.9517e-03	1.0000e+00	2.3786e-01
MLP	Mean	1.9971e-04	1.0917e-02	9.2802e-03	1.4132e-02	4.8812e-01	0.6749e-01	3.2486e-02	7.9252e-03	1.0001e+00	2.3886e-01
	RMS	2.3632e-07	2.2320e-05	2.0421e-05	8.3617e-06	3.7658e-05	3.8342e-05	5.6448e-05	5.3636e-06	7.2254e-04	1.8303e-03
	MEDIAN	1.9972e-04	1.0909e-02	9.2718e-03	1.4132e-02	4.8812e-01	0.6750e-01	3.2328e-02	7.9246e-03	9.9998e-01	2.3830e-01
	PERC25	1.9936e-04	1.0898e-02	9.2633e-03	1.4120e-02	4.8361e-01	0.6754e-01	3.2282e-02	7.9183e-03	9.9919e-01	2.3654e-01
	PERC975	2.0005e-04	1.0957e-02	9.3168e-03	1.4144e-02	4.9292e-01	0.6755e-01	3.2382e-02	7.9344e-03	1.0003e+00	2.4233e-01
LSTM	Mean	2.0068e-04	1.0962e-02	9.2939e-03	1.4166e-02	4.9174e-01	0.6744e-01	3.2499e-02	7.9492e-03	1.0026e+00	2.4017e-01
	RMS	6.9413e-07	3.1743e-05	2.5023e-05	1.4503e-05	1.1362e-04	1.8456e-04	1.2727e-05	2.1346e-05	1.4763e-03	6.1078e-03
	MEDIAN	2.0062e-04	1.0987e-02	9.3377e-03	1.4164e-02	4.9208e-01	0.6745e-01	3.2707e-02	7.9438e-03	1.0026e+00	2.4017e-01
	PERC25	1.9959e-04	1.0932e-02	9.2728e-03	1.4126e-02	4.8711e-01	0.6729e-01	3.2979e-02	7.9211e-03	9.9924e-01	2.3722e-01
	PERC975	2.0163e-04	1.1019e-02	9.3648e-03	1.4200e-02	4.9505e-01	0.6762e-01	3.3006e-02	7.9633e-03	1.0060e+00	2.4205e-01
NARX	Mean	1.5132e-04	9.0882e-03	8.1726e-03	1.2272e-02	4.9242e-01	0.7677e-01	2.8302e-02	6.8838e-03	3.0825e-01	3.8072e-01
	RMS	3.9651e-05	1.1255e-03	1.2556e-03	2.1434e-02	5.0792e-03	5.0792e-03	4.5712e-02	4.4521e-02	3.8027e-02	3.8027e-02
	MEDIAN	1.8858e-04	9.9451e-03	8.4426e-03	1.2936e-02	8.7525e-01	0.7565e-01	2.5570e-02	7.0068e-03	3.0830e-01	6.1196e-01
	PERC25	9.4126e-05	7.6727e-03	6.4669e-03	9.7046e-03	8.4797e-01	0.7110e-01	1.5108e-02	5.4422e-03	3.0802e-01	5.7472e-01
	PERC975	1.8857e-04	1.0883e-02	9.2474e-03	1.3730e-02	9.1177e-01	0.8554e-01	3.0492e-02	7.7005e-03	4.3396e-01	6.8599e-01
DIDL	Mean	3.6345e-06	9.8839e-04	8.6545e-04	1.1443e-03	1.9425e-02	5.5800e-04	5.5376e-04	6.4112e-04	3.5262e-02	4.9403e-02
	RMS	8.0426e-07	2.1819e-04	1.7192e-04	8.8494e-04	9.9802e-01	9.9988e-01	1.2331e-04	5.0136e-04	3.1463e-02	9.9212e-01
	MEDIAN	1.7017e-10	7.0324e-06	6.0874e-06	1.0871e-05	9.4812e-01	9.9845e-01	2.6124e-08	6.0924e-06	3.4515e-04	8.6190e-01
	PERC25	1.0080e-05	2.6010e-03	2.2878e-03	3.1456e-03	9.9802e-01	1.0000e+00	1.5551e-04	1.7622e-03	9.6131e-02	9.9767e-01
	PERC975	1.0080e-05	2.6010e-03	2.2878e-03	3.1456e-03	9.9802e-01	1.0000e+00	1.5551e-04	1.7622e-03	9.6131e-02	9.9767e-01

ligado à falha na construção do mapeamento usado para prever as séries [17]. Neste contexto, conforme a Equação 3 o valor esperado entre  $x_t$  e  $x_{t-1}$  deve tender a zero, levando a

$$E[x_t] \rightarrow E[\lambda \cdot x_{t-1}] - E[(1 - \lambda) \cdot g(t)] - E[r_t]. \quad (5)$$

Como a componente não-linear é subdominante em relação à componente dominante linear,  $\lambda \rightarrow 1$ , verifica-se que:

$$E[(1 - \lambda) \cdot g(t)] \rightarrow 0 \quad \therefore \quad E[x_t] \rightarrow E[x_{t-1}]. \quad (6)$$

### VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, analisamos a complexidade da previsão de séries temporais financeiras, ressaltando a necessidade de definir corretamente os retardos temporais e o método de pré-processamento para uma correta reconstrução do fenômeno gerador da série. Notou-se que o melhor método para seleção do retardo temporal varia conforme a natureza dos dados (residual ou normalizado), tipo de série temporal e medida de desempenho almejada.

Este estudo reforça a relevância do pré-processamento de dados para aumento da precisão da previsão. Observou-se que a transformação de dados em séries de retornos aprimora significativamente o desempenho preditivo. Adicionalmente, a qualidade de ajuste do modelo demonstrou ser crucial, indicando que modelos mais eficazes beneficiam-se mais das características intrínsecas dos dados transformados.

Na comparação de desempenho entre modelos, o DIDL destacou-se de maneira consistente, ultrapassando outros modelos. Sua robustez salienta sua capacidade na previsão de séries temporais financeiras, obtendo resultados otimizados independentemente das mudanças específicas no pré-processamento e na configuração da janela temporal.

Na avaliação da métrica de desempenho Theil's U2, obteve-se uma visão esclarecedora sobre a hipótese dos mercados

eficientes em relação aos modelos testados. Embora os modelos ARIMA, MLP e LSTM tenham mostrado um Theil's U2 abaixo de 1, superando a hipótese do passeio aleatório, seus valores aproximados a este limite sugerem que suas previsões não são substancialmente diferentes de um passeio aleatório. Assim, conclui-se que apenas os modelos NARX e DIDL superaram verdadeiramente o passeio aleatório.

Embora este estudo apresente descobertas promissoras, reconhece-se a necessidade de uma comparação mais ampla com outros métodos e técnicas já estabelecidas. Diante do progresso acelerado das técnicas de modelagem e aprendizado de máquina, torna-se imprescindível explorar novas estratégias de pré-processamento visando otimizar a precisão das previsões.

### REFERENCES

- [1] G. E. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, and G. M. Ljung, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 5 ed., 2015.
- [2] E. F. Fama, "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work," *The Journal of Finance*, vol. 25, no. 2, pp. 383–417, 1970.
- [3] R. J. Hyndman and A. B. Koehler, "Another look at measures of forecast accuracy," *International Journal of Forecasting*, vol. 22, no. 4, pp. 679–688, 2006.
- [4] J. C. Hull, *Options, Futures, and Other Derivatives*. Pearson, 10 ed., 2017.
- [5] T. Mills, *Handbook of Econometrics of Financial Markets*. Local da Publicação: Nome da Editora, 2008.
- [6] C. M. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, 2006.
- [7] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville, *Deep Learning*. MIT Press, 2016.
- [8] T. A. E. Ferreira, G. C. Vasconcelos, and P. J. L. Adeodato, "A new intelligent system methodology for time series forecasting with artificial neural networks," *Neural Processing Letters*, vol. 28, pp. 113–129, 2008.
- [9] G. E. Box and D. R. Cox, "An analysis of transformations," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, vol. 26, no. 2, pp. 211–252, 1964.
- [10] R. J. Hyndman and G. Athanasopoulos, *Forecasting: Principles and Practice*. Melbourne, Australia: OTexts, 2018.
- [11] R. de A. Araujo, "Swarm-based hybrid intelligent forecasting method for financial time series prediction," *Learning Nonlinear Models*, vol. 5, no. 2, pp. 137–154, 2007.
- [12] G. P. Zhang, "Time series forecasting using a hybrid arima and neural network model," *Neurocomputing*, vol. 50, pp. 159–175, 2003.
- [13] R. Savit and M. Green, "Time series and dependent variables," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 50, pp. 95–116, 1991.
- [14] H. Pi and C. Peterson, "Finding the embedding dimension and variable dependencies in time series," *Neural Computation*, vol. 6, pp. 509–520, 1994.
- [15] F. Takens, "Detecting strange attractors in turbulence," *Lecture Notes in Mathematics*, vol. 898, pp. 366–381, 1981.
- [16] N. Tanaka, H. Okamoto, and M. Naito, "Estimating the active demension of the dynamics in a time series based on an information criterion," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 158, pp. 19–31, 2001.
- [17] R. de Andrade Araújo, "Mercado de ações brasileiro em alta-frequência: Evidências de sua previsibilidade com modelagem morfológica-linear," 2016.
- [18] S. B. Taieb, G. Bontempi, A. F. Atiya, and A. Sorjamaa, "A review and comparison of strategies for multi-step ahead time series forecasting based on the nn5 forecasting competition," *ArXiv*, vol. abs/1108.3259, 2011.
- [19] B. G. Malkiel, "The efficient market hypothesis and its critics," *Journal of Economic Perspectives*, vol. 17, pp. 59–82, 2003.
- [20] D. C. Cristóvão, M. A. G. Antão, H. M. G. Marques, and M. Peres, "Hipótese dos mercados eficientes (emh). enquadramento e contributo," 2020.
- [21] M. P. D. Silva, P. D. S. Bernardo, K. dos Santos Soares, C. B. Silva, and S. J. de Araujo, "Hipótese do mercado eficiente: Previsibilidade e evidência do mercado acionário brasileiro," 2018.
- [22] L. de Castro Garcia Leão, "Resultados contábeis e preços de ações: a hipótese do mercado eficiente em uma abordagem positiva," 2001.
- [23] E. J. de Área Leão Pereira and A. G. B. da Cruz Urpia, "Hipótese dos mercados eficientes vis-à-vis incerteza, convenção e especulação: por uma mudança de paradigma nos mercados financeiros.," 2011.
- [24] A. P. F. Freire and P. A. Maia, "A informação contábil e a hipótese do mercado eficiente: um estudo empírico utilizando o setor de petróleo, gás e biocombustível do brasil no período 2006-2009," 2012.
- [25] R. M. T. Dias, P. Heliodoro, N. M. D. Teixeira, and T. Godinho, "Testing the weak form of efficient market hypothesis: Empirical evidence from equity markets," *Journal of Accounting and Finance*, vol. 5, p. 40, 2020.

- [26] H.-J. Kang, S.-G. Lee, and S. Park, "Information efficiency in the cryptocurrency market: the efficient-market hypothesis," *Journal of Computer Information Systems*, vol. 62, pp. 622–631, 2021.
- [27] F. Gabriel, R. B. Ribeiro, and K. C. de Sousa Ribeiro, "Hipóteses de mercado eficiente: Um estudo de eventos a partir da redução do ipi," *Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade*, vol. 3, pp. 36–52, 2013.
- [28] E. F. Fama, "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work," *The Journal of Finance*, vol. 25, no. 2, pp. 383–417, 1970.
- [29] G. Oh, S. Kim, and C. Eom, "Long-term memory and volatility clustering in high-frequency price changes," *Physica A-statistical Mechanics and Its Applications*, vol. 387, pp. 1247–1254, 2008.
- [30] K. Pilbeam, *Finance and Financial Markets*. Palgrave, 2018.
- [31] P. J. Brockwell and R. A. Davis, *Introduction to Time Series and Forecasting*. New York, NY, USA: Springer, 2 ed., 2002.
- [32] J. D. Hamilton, *Time Series Analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994.
- [33] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, and G. C. Reinsel. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1994.
- [34] C. Chatfield, "The analysis of time series: an introduction," *Chapman and Hall/CRC*, vol. 6, 2004.
- [35] A. Fraser and H. Swinney, "Independent coordinates for strange attractors from mutual information," *Physical review A*, vol. 33, no. 2, p. 1134, 1986.
- [36] A. Kraskov, H. Stögbauer, and P. Grassberger, "Estimating mutual information," *Physical review E*, vol. 69, no. 6, 2004.
- [37] B. C. Ross, "Mutual information between discrete and continuous data sets," *PLoS ONE*, vol. 9, no. 2, p. e87357, 2014.
- [38] T. M. Cover and J. A. Thomas, "Elements of information theory," 1991.
- [39] H. E. Hurst, "The long-term storage capacity of reservoirs," *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, vol. 116, pp. 770–799, 1951.
- [40] B. Mandelbrot, "The variation of certain speculative prices," *The Journal of Business*, vol. 36, no. 4, pp. 394–419, 1963.
- [41] R. Cont, "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues," *Quantitative finance*, vol. 1, no. 2, pp. 223–236, 2001.
- [42] J.-P. Bouchaud and M. Potters, "Theory of financial risk and derivative pricing: from statistical physics to risk management," *Cambridge University Press*, 2008.
- [43] M. Ausloos and K. Ivanova, "Can one generate an accurate hurst exponent through scaling methods? a discussion," *Physical Review E*, vol. 65, no. 3, p. 036114, 2002.
- [44] T. Di Matteo, "Multi-scaling in finance," *Quantitative Finance*, vol. 7, no. 1, pp. 21–36, 2007.
- [45] D. Grech and Z. Mazur, "Can one make any crash prediction in finance using the local hurst exponent idea?," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 336, no. 1-2, pp. 133–145, 2004.
- [46] A. K. Jain, A. Ross, and S. Pankanti, "Score normalization in multimodal biometric systems," *Pattern recognition*, vol. 38, no. 12, pp. 2270–2285, 2005.
- [47] D. A. Dickey and W. A. Fuller, "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, pp. 427–431, 1979.
- [48] P. C. B. Phillips and P. Perron, "Testing for a unit root in time series regression," *Biometrika*, vol. 75, pp. 335–346, 1988.
- [49] D. Kwiatkowski, P. C. B. Phillips, P. Schmidt, and Y. Shin, "Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root," *Journal of Econometrics*, vol. 54, pp. 159–178, 1992.
- [50] S. Haykin, *Neural networks: a comprehensive foundation*. Prentice Hall PTR, 1994.
- [51] S. Hochreiter and J. Schmidhuber, "Long short-term memory," *Neural Computation*, vol. 9, pp. 1735–1780, 1997.
- [52] M. Massaoudi, I. Chihi, L. Sidhom, M. Trabelsi, S. S. Refaat, H. Abu-Rub, and F. S. Oueslati, "An effective hybrid narx-1stm model for point and interval pv power forecasting," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 36571–36588, 2021.
- [53] R. de A. Araújo, N. Nedjah, A. L. Oliveira, and S. R. de L. Meira, "A deep increasing–decreasing-linear neural network for financial time series prediction," *Neurocomputing*, vol. 347, pp. 59–81, 2019.
- [54] J. Bergstra and Y. Bengio, "Random search for hyper-parameter optimization," *J. Mach. Learn. Res.*, vol. 13, pp. 281–305, 2012.
- [55] F. Hutter, L. Kotthoff, and J. Vanschoren, "Automated machine learning: Methods, systems, challenges," *Springer*, 2019.
- [56] C. Nwankpa, W. Ijomah, A. Gachagan, and S. Marshall, "Activation functions: Comparison of trends in practice and research for deep learning," *arXiv preprint arXiv:1811.03378*, 2018.
- [57] H. T. Jeff, "Introduction to neural networks with java," 2005.
- [58] L. Bottou, "Large-scale machine learning with stochastic gradient descent," in *Proceedings of COMPSTAT'2010*, pp. 177–186, Springer, 2010.
- [59] L. N. Smith, "Cyclical learning rates for training neural networks," *2017 IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV)*, pp. 464–472, 2017.
- [60] D. P. Kingma and J. Ba, "Adam: A method for stochastic optimization," *arXiv preprint arXiv:1412.6980*, 2014.
- [61] S. Russell and P. Norvig, *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Pearson, 2016.
- [62] Y. Bengio, "Practical recommendations for gradient-based training of deep architectures," in *Neural networks: Tricks of the trade*, pp. 437–478, Springer, 2012.
- [63] C. Bishop, "Training with noise is equivalent to tikhonov regularization," *Neural Computation*, 1995.
- [64] J. Theiler, "Estimating fractal dimension," *Journal of The Optical Society of America A-optics Image Science and Vision*, vol. 7, pp. 1055–1073, 1990.
- [65] M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca, "Reconstruction expansion as a geometry-based framework for choosing proper delay times," *Physica-Section D*, vol. 73, no. 1, pp. 82–98, 1994.
- [66] J. V. Lyle and P. J. Aston, "Symmetric projection attractor reconstruction: Embedding in higher dimensions.," *Chaos*, vol. 31 11, p. 113135, 2021.
- [67] S. Makridakis, S. C. Wheelwright, and R. J. Hyndman, *Forecasting: Methods and Applications*. 2018.
- [68] C. J. Willmott, "Some comments on the evaluation of model performance," *Bulletin of the American Meteorological Society*, vol. 63, no. 11, pp. 1309–1313, 1982.
- [69] T. Chai and R. R. Draxler, "Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae)," *Geoscientific Model Development Discussions*, vol. 7, pp. 1525–1534, 2014.
- [70] M. H. Pesaran and A. Timmermann, "Economic value of predicting stock index returns and volatility," *Journal of Financial Economics*, vol. 54, no. 2, pp. 199–243, 2000.
- [71] G. C. Montgomery, Douglas C. and Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*. John Wiley Sons, 2012.
- [72] A. W. Lo, "Long-term memory in stock market prices," *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 1279–1313, 1991.
- [73] H. Theil, G. A. C. Beerens, C. D. Leeuw, and C. B. Tilanus, "Applied economic forecasting," 1966.