

Otimização multiobjetivo de trajetórias de VANTs utilizando curvas de Bézier e Algoritmos Genéticos

Sergio Polimante Souto
Pós Graduação em
Engenharia de Informação
Universidade Federal do ABC
Email: sergiopolimante@gmail.com

Ronaldo C. Prati
Centro de Matemática
Computação e Cognição (CMCC)
Universidade Federal do ABC
Email: ronaldo.prati@ufabc.edu.br

João H. Kleinschmidt
Centro de Engenharia, Modelagem e
Ciências Sociais Aplicadas (CECS)
Universidade Federal do ABC
Email: joao.kleinschmidt@ufabc.edu.br

Resumo—Os veículos aéreos não tripulados (VANTs) de pequeno porte têm se tornado cada vez mais populares em aplicações civis. Os VANTs possuem restrições cinemáticas que reduzem sua capacidade de operação. Portanto, é fundamental considerar essas restrições para se obter trajetórias factíveis. Este trabalho tem o objetivo de implementar um algoritmo capaz de encontrar trajetórias factíveis com comprimento minimizado. As trajetórias são modeladas como curvas de Bézier e otimizadas utilizando um Algoritmo Genético. Foi analisado a relação de compromisso das soluções para os diferentes objetivos ao longo da fronteira de Pareto. Resultados mostram que é possível encontrar trajetórias otimizadas que respeitem os limites cinemáticos dos VANTs com comprimento aproximadamente 49 % menor do que apresentado em trabalhos anteriores.

Keywords—Algoritmos Genéticos; Curvas de Bézier; Otimização Multiobjetivo; Planejamento de Trajetória; VANTs

I. INTRODUÇÃO

Os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) (em inglês *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV)) são veículos aéreos que não possuem um piloto a bordo. Eles podem ser controlados por um piloto remoto (*Remotely Piloted Aircraft Systems* (RPAS)) ou podem ser autônomos [1]. Os VANTs foram inicialmente utilizados em aplicações militares, mas ganharam popularidade em aplicações civis.

Os VANTs de pequeno porte (*Small Unmanned Aerial Vehicle* (SUAV)) são veículos menores do que aeronaves tripuladas. No Brasil os VANTs de pequeno porte podem ter um peso de decolagem de até 25 kg [2]. Neste trabalho o termo Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT) refere-se a VANT de pequeno porte e autônomo. Os VANTs são apresentados em vários formatos sendo os mais comuns os de asa fixa, que se parecem com um avião, e os de asa rotativa, popularmente conhecidos como *drones*. Os VANTs de asa fixa possuem um alto grau de restrições cinemáticas, ou seja, restrições em seus graus de liberdade como: torção, curvatura e inclinação máxima [3]. Portanto, dadas as restrições cinemáticas inerentes à arquitetura do veículo, é fundamental garantir que as trajetórias planejadas respeitem os limites cinemáticos, a fim de obter trajetórias factíveis [4], [5]. Trajetórias que não respeitam os limites cinemáticos dos VANTs de asa fixa não são factíveis, ou seja, são trajetórias que podem causar danos estruturais ao veículo e leva-lo a queda. Alguns autores já trabalharam nesse problema como [3], [4], [6], [7], [8], [9]. Neste trabalho,

as Curvas de Bézier são utilizadas como modelo matemático para planejar as trajetórias dos VANTs antes do início do voo. Portanto, uma trajetória é matematicamente igual a uma Curva de Bézier (CB). As CBs são curvas paramétricas polinomiais definida em termos de pontos de controle. O posicionamento dos pontos de controle no espaço determina o formato da curva. Um Algoritmo Genético (AG) evolui o posicionamento dos pontos de controle a fim de obter trajetórias otimizadas. Os trabalhos de [3] mostram que AG pode ser utilizado para encontrar CBs otimizadas para rotação total usando *Bending Elastic Energy* (BEE), que calcula as rotações de curvatura, torção e inclinação da trajetória a fim de criar trajetórias factíveis que respeitem as restrições cinemáticas do VANT. No entanto, não é considerada a minimização no comprimento da trajetória na função de otimização. Neste trabalho nós estendemos essa abordagem considerando dois objetivos diferentes: comprimento da trajetória e rotação total através da função de BEE a fim de obter trajetórias factíveis que respeitem os limites cinemáticos do VANT com comprimento minimizado.

O método para encontrar trajetórias otimizadas pode ser utilizado quando o veículo precisa realizar uma manobra e realizar o deslocamento de um ponto A a um ponto B com orientações de partida e chegada específicos. O algoritmo é capaz de encontrar uma trajetória factível, que respeite os limites cinemáticos específicos da aeronave além de ter comprimento total minimizado, o que garante economia de tempo e energia.

O trabalho divide-se da seguinte maneira: a seção 2 define o problema e apresenta os trabalhos relacionados, a seção 3 descreve a metodologia utilizada, a seção 4 apresenta e discute sobre os resultados, e a seção 5 finaliza com as conclusões.

II. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E TRABALHOS RELACIONADOS

O planejamento de trajetórias para veículos autônomos é um tópico bastante estudado e diversos trabalhos já foram apresentados [6]. Os estudos para trajetórias de veículos autônomos possuem diversos objetivos como: desvio de obstáculo, otimização de trajetória, determinação de trajetória para veículos não-holonômicos, entre outros. Os veículos não-holonômicos são veículos que possuem restrições em seus graus de liberdade de movimentação, chamadas restrições

cinemáticas. Portanto, a trajetória para um veículo não-holonômico deve respeitar os limites cinemáticos para ser factível.

VANTs de asa fixa possuem severas restrições cinemáticas em seus movimentos de rotação em torno dos eixos x , y e z . Esses movimentos correspondem, respectivamente, aos movimentos de rolamento (*roll*), arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*) de uma aeronave, como ilustrado na Figura 1. Os parâmetros κ_{\max} , τ_{\max} e θ_{\max} consideram, respectivamente, as restrições cinemáticas de rotação, torção e inclinação máximas do VANT. Portanto, a trajetória de voo planejada para um VANT de asa fixa deve respeitar os limites cinemáticos da aeronave.

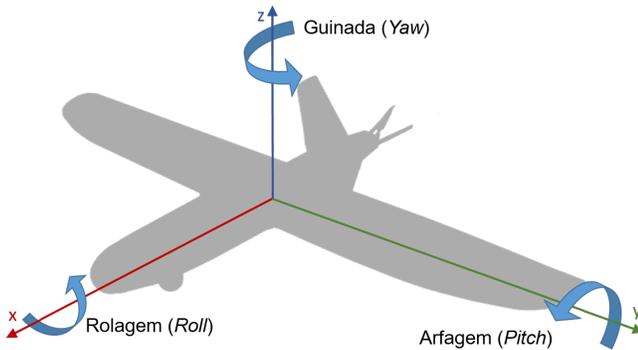


Figura 1: As três rotações de um VANT: rolagem é o giro em torno do eixo x , arfagem é o giro em torno do eixo y e guinada é o giro em torno do eixo z .

Existem diferentes maneiras de modelar trajetórias para veículos autônomos, como *Rapidly- Exploring Random Trees* (RRTs), *Dubins curve*, *Reeds-Shepp path* e curvas de Bézier [6]. Em [7] o autor utiliza AG para encontrar uma trajetória de Dubins mais curta. Os autores mostram que a utilização de AG resulta em trajetórias mais curtas do que utilizando os métodos *Alternating Algorithms* e *Randomized Headings Algorithm*. Entretanto, os autores consideram apenas ambiente bi-dimensionais (2D), e não consideram outras restrições do veículo além do raio de giro no plano xy .

Em [3] é utilizado CB para modelar a trajetória. Os pontos de controle também são evoluídos utilizando AG. A função de *fitness* empregada considera apenas BEE utilizando a curvatura total definida em [10], mas não considera o comprimento da trajetória. Uma possível limitação dessa abordagem é que a otimização da BEE tende a aumentar o comprimento da trajetória (pois quanto maior o raio de uma trajetória circular, menor sua curvatura e maior seu comprimento). Portanto, o cálculo de otimização das trajetórias de VANTs também deve levar em consideração o tamanho das trajetórias.

Apesar de encontrar trabalhos que são capazes de planejar trajetórias para veículos não-holonômicos que respeitam as restrições cinemáticas características do veículo, não foram encontrados trabalhos que também levem em consideração a minimização do comprimento total da trajetória.

O presente trabalho propõe um algoritmo de otimização de trajetórias para VANTs que minimize as curvaturas a fim de respeitar os limites cinemáticos do VANT e também minimizar o comprimento total da trajetória. Para isso, é empregado um AG que utiliza uma função de *fitness* que computa não só as curvaturas totais através da função BEE mas também o tamanho da trajetória, transformando-se em um problema multiobjetivo.

III. METODOLOGIA

A trajetória é representada por uma curva paramétrica modelada como uma Curva de Bézier, que será otimizada utilizando Algoritmo Genético. O formato da CB é dado pela localização dos pontos de controle. Na Figura 2 é ilustrado como a posição dos pontos de controle determina o formato da curva para duas configurações específicas no plano. Os pontos de controle variáveis são representados pela cor azul e a variação na posição desses pontos altera o formato da trajetória, representada pela curva azul.

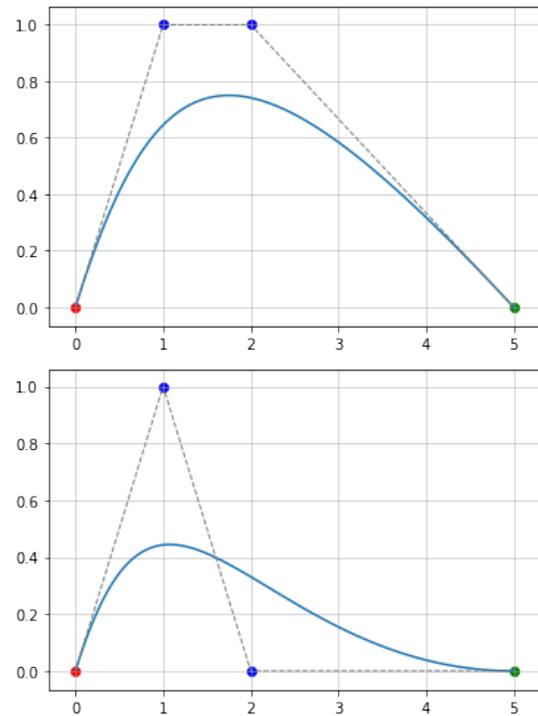


Figura 2: Variação do formato das curvas de Bézier em função do posicionamento dos pontos de controle

Em nosso trabalho, as posições dos pontos de controle azuis são determinadas pelo Algoritmo Genético, que busca por posições para os pontos de controle que codifiquem melhores trajetórias. A função de *fitness* mede a qualidade das trajetórias e considera em seu cálculo as restrições cinemáticas dos VANT utilizando a função de BEE e também o comprimento da trajetória. A existência de dois objetivos de otimização (BEE e comprimento) configuram um problema de otimização multiobjetivo, que é tratado como a composição dos valores por *rank*. Os resultados são analisados utilizando a fronteira

de Pareto que destaca os indivíduos com valores de *fitness* dominante sobre os demais.

Modelagem de trajetórias por Curva de Bézier

A trajetória é modelada utilizando CB em três dimensões. A CB é descrita como uma curva paramétrica $\mathbf{R}(t)$ definida formalmente pela Equação 1.

$$\mathbf{R}(t) = ((x(t), y(t), z(t))) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (1)$$

Um par de pontos ($\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f$) representam a pose inicial e final do VANT respectivamente. A pose \mathbf{p} define a posição (x, y, z) e a orientação (parcial) (ϕ, θ) do VANT nos pontos extremos da trajetória [3].

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_i &= (x_i, y_i, z_i, \phi_i, \theta_i) = \mathbf{R}(t_i) \\ \mathbf{p}_f &= (x_f, y_f, z_f, \phi_f, \theta_f) = \mathbf{R}(t_f) \end{aligned} \quad (2)$$

O ângulo θ é definido como o ângulo de rotação paralelo ao plano xz em relação ao eixo x . O ângulo ϕ é definido como o ângulo de rotação paralelo ao plano xy em relação ao eixo x . A curva tem início em $t_i = 0$ e fim em $t_f = 1$ [3].

A curva $\mathbf{R}(t)$ possui grau n e $n + 1$ pontos de controle \mathbf{b} . De acordo com as propriedades da CB, o primeiro ponto \mathbf{b}_0 e último ponto \mathbf{b}_n de controle estão contidos na curva, portanto, eles serão utilizados como ponto de início e fim da trajetória. O vetor de entrada na curva é tangente a reta $\mathbf{b}_1\mathbf{b}_0$, e o vetor de saída da curva é tangente a reta $\mathbf{b}_n\mathbf{b}_{n-1}$. Portanto, os valores para $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_{n-1}$ e \mathbf{b}_n são constantes e definidos em função pose inicial e final através da Equação 3.

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_0 &= (x_i, y_i, z_i), \\ \mathbf{b}_1 &= \mathbf{b}_0 + k_1[\cos(\phi_i) \cos(\theta_i), \sin(\phi_i) \sin(\theta_i), \sin(\theta_i)], \\ \mathbf{b}_{n-1} &= \mathbf{b}_n - k_2[\cos(\phi_f) \cos(\theta_f), \sin(\phi_f) \cos(\theta_f), \sin(\theta_f)], \\ \mathbf{b}_n &= (x_f, y_f, z_f), \end{aligned} \quad (3)$$

Os parâmetros k_1 e k_2 são valores correspondentes, respectivamente, à magnitude dos vetores de entrada e saída da curva [3]. Os dois pontos de controle iniciais definem a posição inicial da trajetória e o vetor de entrada. Os dois pontos de controle finais definem a posição final da trajetória e o vetor de saída. Todos os outros $n-4$ pontos de controle (\mathbf{b}_2 a \mathbf{b}_{n-2}) são os pontos de controle a serem encontrados pelo AG que darão forma a trajetória.

Algoritmo Genético para Otimização de Trajetórias

Os pontos de controle da curva de Bézier serão divididos em dois grupos: os Pontos de Controle Fixos, que são os dois pontos iniciais $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1$ e finais $\mathbf{b}_{n-1}, \mathbf{b}_n$ da trajetória definidos em função das poses iniciais e finais; e os Ponto de Controle Variável (PCV) ($\mathbf{b}_2 \dots \mathbf{b}_{n-2}$), que serão os pontos que terão suas posições evoluídas pelo AG.

O objetivo do AG é encontrar valores para as posições dos PCVs de maneira a encontrar melhores trajetórias, maximizando a função *fitness* que é definida em função da equação de BEE e pelo comprimento da trajetória.

A codificação do genótipo de cada indivíduo da população é dado por um conjunto de cromossomos. Cada cromossomo é um PCV de uma trajetória. Portanto, o genótipo de um indivíduo é um conjunto de PCVs que dão forma a uma CB, em outras palavras, cada indivíduo é uma trajetória que liga \mathbf{p}_i a \mathbf{p}_f . A Equação 4 define um indivíduo.

$$\begin{aligned} \text{Ind}_i &= (\mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3 \dots \mathbf{b}_{n-2}), \\ &= ((x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3) \dots (x_{n-2}, y_{n-2}, z_{n-2})), \end{aligned} \quad (4)$$

O cálculo de *fitness* deve computar um valor que represente o quão boa é determinada trajetória. Ele é obtido por meio de duas características mensuráveis da trajetória: a função BEE e o comprimento, que são calculadas como *fitness* de Energia e *fitness* de comprimento, respectivamente.

O *fitness* de Energia \mathcal{F}_E é calculado através da função BEE proposta inicialmente por [11] que calcula o gasto aproximado de energia considerando a função de curvatura total $\omega(t)$ da curva. A energia total \mathcal{E} é calculada pela da Equação 5.

$$\mathcal{E} = \int_0^1 \omega(t)^2 |\dot{\mathbf{R}}(t)| dt \quad (5)$$

A função $\omega(t)$ utilizada neste trabalho foi proposta por [10] e é uma variação da função proposta por [11]. Ela leva em conta a curvatura, torção e inclinação da curva definido pela Equação 6 [10].

$$\omega(t) = \sqrt{\left(\frac{\kappa(t)}{\kappa_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{\tau(t)}{\tau_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{\theta(t)}{\theta_{\max}}\right)^2} \quad (6)$$

em que $\kappa(t)$ é a curvatura, $\tau(t)$ é a torção e $\theta(t)$ é a inclinação do VANT, calculado através das equações:

$$\kappa(t) = \frac{|\dot{\mathbf{R}}(t) \times \ddot{\mathbf{R}}(t)|}{|\dot{\mathbf{R}}(t)|^3} \quad (7)$$

$$\tau(t) = \frac{[\dot{\mathbf{R}}(t) \times \ddot{\mathbf{R}}(t)] \cdot \ddot{\mathbf{R}}(t)}{|\dot{\mathbf{R}}(t) \times \ddot{\mathbf{R}}(t)|^2} \quad (8)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{\dot{z}(t)}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2}} \right) \quad (9)$$

As funções $\kappa(t)$, $\tau(t)$ e $\theta(t)$ são calculadas em função das derivadas de primeira e segunda ordem de $\mathbf{R}(t)$. Entretanto, a utilização de curvas de Bézier para modelar $\mathbf{R}(t)$ permite calcular facilmente as derivadas da trajetória, pois a derivada de uma CB é outra CB com pontos de controle obtidos em passos intermediários do cálculo da CB. Em outras palavras, a derivada de uma CB é determinada criando uma outra CB a partir de pontos previamente calculados, garantindo baixo custo computacional. A derivada de $\mathbf{R}(t)$ é dado pela equação 10.

$$\dot{\mathbf{R}}(t) = \frac{d\mathbf{R}(t)}{dt} = n \sum_{i=0}^{n-1} (\mathbf{b}_{i+1} - \mathbf{b}_i) B_{i,n-1}(t), \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (10)$$

O cálculo de \mathcal{F}_E é dado pela Equação 11 [3] que é igual ao inverso da equação de energia, portanto, quanto menor a energia de uma determinada trajetória, menor suas curvaturas e maior seu valor de *fitness* de energia.

$$\mathcal{F}_E = \mathcal{E}^{-1} = \int_0^1 \omega(t)^{-2} |\dot{\mathbf{R}}(t)|^{-1} dt \quad (11)$$

A minimização das rotações totais de uma trajetória pode levar a maximização dos raios da trajetória, aumentando demasiadamente o comprimento total da trajetória, resultando em trajetórias energeticamente ineficientes ou até impraticáveis para determinado veículo. Portanto é importante considerar na função de otimização a minimização do comprimento da trajetória. Para isso, este trabalho apresenta a **função *fitness* de comprimento**, que calcula o comprimento total da trajetória a fim de minimizá-lo na função de *fitness* total. O comprimento da trajetória é calculado utilizando-se a Equação 12, que também pode ser calculada eficientemente pela derivada da CB. Em nossa implementação, utilizamos o pacote *Python bezier*¹.

$$\mathcal{L} = \int_{\mathbf{R}([0,1])} 1 dx = \int_0^1 \left\| \dot{\mathbf{R}}(s) \right\|_2 ds \quad (12)$$

A função de *fitness* de comprimento \mathcal{F}_C é dada como o inverso do valor de comprimento da trajetória, dado pela Equação 13:

$$\mathcal{F}_C = \mathcal{L}^{-1} = \left[\int_{\mathbf{R}([0,1])} 1 dx \right]^{-1} = \left[\int_0^1 \left\| \dot{\mathbf{R}}(s) \right\|_2 ds \right]^{-1} \quad (13)$$

A função de *fitness* Total \mathcal{F}_T determina o valor de *fitness* correspondente a um indivíduo e é computada através da soma dos valores ranqueados de \mathcal{F}_E e \mathcal{F}_C como na Equação 14.

$$\mathcal{F}_T = \text{rank}(\mathcal{F}_C) + \text{rank}(\mathcal{F}_E) \quad (14)$$

A Seleção Natural aplicada é do tipo Torneio e utiliza os valores de \mathcal{F}_T . O tamanho do Torneio é $k = 2$, ou seja, dois indivíduos são aleatoriamente selecionados e o melhor dos dois é escolhido para procriação [12], [13].

O cruzamento dos indivíduos para compor as novas gerações é do tipo Cruzamento Uniforme, como apresentado em [14]. Essa técnica de cruzamento faz a troca dos pontos de controle $\mathbf{b}_2 \dots \mathbf{b}_{n-2}$ aleatoriamente entre os dois indivíduos selecionados para cruzamento.

O mecanismo de mutação tem a função de inserir aleatoriedade em novos indivíduos de uma nova geração. Essas variações aleatórias podem causar melhoria de algumas características ou introduzir características inéditas. A mutação em um determinado indivíduo pode acontecer com probabilidade p_m em qualquer um dos cromossomos do genótipo, ou seja, cada um dos PCVs de um indivíduo tem uma probabilidade p_m de sofrer mutação. A mutação acontece independentemente em

cada um dos PCVs do indivíduo. O PCV sorteado para sofrer mutação terá seus valores substituídos por um novo valor, que é sorteado de forma aleatória com distribuição normal. A média do novo valor é centrada em seu valor inicial e o desvio-padrão é numericamente igual ao tamanho do vetor $\mathbf{b}_n \mathbf{b}_0$. A mutação é descrita pela Equação 15 em que $\mathbf{N}(\boldsymbol{\mu}, \sigma)$ é uma distribuição normal multidimensional com $\boldsymbol{\mu}$ igual ao vetor das médias e σ é o desvio-padrão da distribuição:

$$\mathbf{b}_k = \mathbf{N}(\mathbf{b}_k, \sigma) \quad (15)$$

Em outras palavras, a posição (x_k, y_k, z_k) do ponto de controle \mathbf{b}_k pode variar no espaço com um desvio padrão igual a $|\mathbf{b}_n \mathbf{b}_0|$ a cada operação de mutação.

IV. EXPERIMENTOS

Os experimentos realizados têm o objetivo de verificar o desempenho do algoritmo proposto em comparação aos resultados obtidos nos experimentos realizados em [3]. Portanto, os parâmetros que descrevem o problema foram escolhidos de forma a reproduzir o experimento apresentado em [3]. Dessa maneira, os pontos inicial \mathbf{p}_i e final \mathbf{p}_f da trajetória são:

$$\mathbf{p}_i = (-500, -500, 0, -\frac{\pi}{5}, 0)$$

$$\mathbf{p}_f = (500, 500, 50, \frac{\pi}{5}, 0)$$

As restrições cinemáticas utilizadas são correspondentes ao veículo modelo AqVS, como apresentado em [8]: raio de curvatura (ρ_{min}) igual a $10km$, raio de torção (σ_{min}) igual a $150m$, inclinação máxima (θ_{max}) igual a $\frac{\pi}{30}rad$, em que:

$$\kappa_{max} = \frac{1}{\rho_{min}}$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{\sigma_{min}}$$

Os parâmetros utilizados para o Algoritmo Genético foram escolhidos conforme a Tabela I.

Tabela I: Parâmetros do experimento para otimização de trajetória

Parâmetro	Valor
Tamanho da população	500
Numero de gerações	100
Probabilidade de mutação (p_m)	0,1
Probabilidade de <i>crossover</i> (p_c)	0,5
Percentual de elitismo ($\epsilon\%$)	0,1
Tamanho do vetor de entrada (k_1)	$ \mathbf{b}_n \mathbf{b}_0 $
Tamanho do vetor de saída (k_2)	$ \mathbf{b}_n \mathbf{b}_0 $
Seleção de pais ($k = 2$)	Torneio de tamanho 2
Número de PCV	2

O número de PCVs pelo GA é igual a 2 que corresponde aos pontos \mathbf{b}_2 e \mathbf{b}_3 , portanto o número de pontos de controle total que modela a curva é $2 + 4 = 6$, referentes aos dois PCVs e aos dois pontos de controle iniciais e dois finais que definem a trajetória. Portanto a curva que modela a trajetória possui grau $n = 5$.

¹Disponível em <https://bezier.readthedocs.io/en/0.9.0/index.html>

Os algoritmos foram implementados em linguagem de programação Python versão 3.7.3 no ambiente *Jupyter Notebook* versão 5.7.8. Os experimentos foram executados em um computador com processador Intel Core i7-4500 CPU @2.4 GHz, com 8 GB de memória RAM, em sistema operacional Windows 10 Home x64.

V. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A simulação executou 100 gerações do algoritmo genético e levou aproximadamente 90 segundos para ser completada. No final da simulação a população de 500 indivíduos compõe uma variedade de diferentes soluções para o problema, ou seja, diferentes trajetórias. Alguns indivíduos não respeitam os limites cinemáticos do VANT e são chamados indivíduos inválidos ou trajetórias inválidas. Os indivíduos que respeitam o limite cinemático são chamados indivíduos válidos ou trajetórias válidas.

Por tratar-se de um problema de otimização multiobjetivo, é interessante observar como os indivíduos especializaram-se diferentemente para cada objetivo. O gráfico apresentado na Figura 3 ilustra a distribuição dos indivíduos para os valores de *fitness* de energia e *fitness* de comprimento. Cada ponto ($\mathcal{F}_{E_i}, \mathcal{F}_{C_i}$) representa um indivíduo. A linha que conecta os pontos é a fronteira de Pareto.

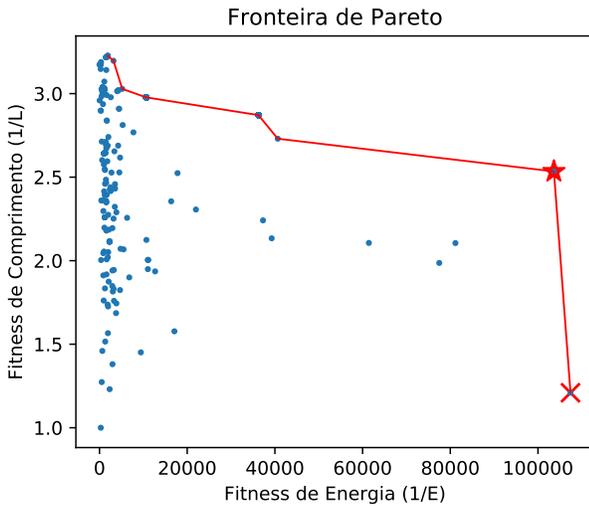
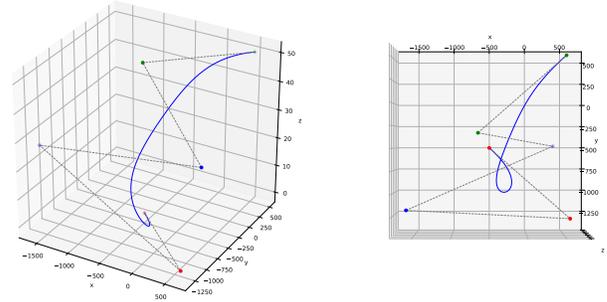


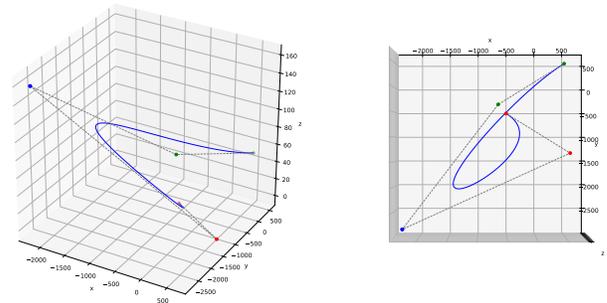
Figura 3: Distribuição dos indivíduos para valores de *fitness* e fronteira de Pareto. O marcador estrela e 'x' representa os indivíduos 4 e 7 respectivamente que são opções de trajetórias válidas. O indivíduo 4 é o indivíduo válido com menor comprimento de trajetória.

Os indivíduos na fronteira de Pareto são dominantes em relação aos outros indivíduos, pois apresentam a melhor relação para os valores de *fitness*. Em outras palavras, os indivíduos na fronteira de Pareto possuem a melhor combinação de valores de *fitness* de energia e comprimento, de modo que não é possível aumentar o valor de um *fitness* sem diminuir o outro [15]. Existem 8 tipos de indivíduos diferentes na

fronteira de Pareto. A Tabela II exibe os dados dos indivíduos presentes na fronteira. A última linha da tabela exibe os valores máximos da restrição cinemática do VANT. A Tabela também exibe os valores de comprimento para cada uma das trajetórias e os valores de *fitness* de Energia \mathcal{F}_E , *fitness* de Comprimento \mathcal{F}_C e *fitness* Total \mathcal{F}_T . Os indivíduos 4 e 7 são válidos pois respeitam as restrições cinemáticas do VANT e são destacados na tabela, as trajetórias correspondentes podem ser vistas na Figura 4. Os indivíduos 1, 2, 3, 5, 6 e 8 são inválidos pois não respeitam aos limites cinemáticos do VANT, portanto são descartados.



(a) Indivíduo 4 - Comprimento: 2.577,38 m



(b) Indivíduo 7 - Comprimento: 5.400,19 m

Figura 4: Indivíduos da fronteira de Pareto válidos pois respeitam as limitações cinemáticas do VANT. Vista em perspectiva e vista superior das trajetórias.

No gráfico da Figura 3, é possível observar que quanto mais a esquerda na fronteira de Pareto, menor o comprimento das trajetórias e maior os valores de BEE, logo maiores os valores de energia de BEE e menores os valores de curvatura total. Portanto, é esperado que os indivíduos que respeitam as limitações cinemáticas do VANT estarão localizados ao lado direito da fronteira de Pareto, de forma que o melhor indivíduo, ou seja, o indivíduo que possui a trajetória mais curta que ainda respeite as restrições cinemáticas do VANT estará localizada na região central da fronteira de Pareto. As trajetórias localizadas ao lado esquerdo do melhor indivíduo na fronteira de Pareto apresentam menores comprimentos e maiores rotações totais que superam o limite cinemático do VANT, logo são inválidas. Os indivíduos localizados ao lado direito possuem

Tabela II: Dados dos indivíduos na fronteira de Pareto

<i>Ind.</i>	κ_{\max} (m^{-1})	τ_{\max} (m^{-1})	θ_{\max} (rad)	<i>Compr.</i> (m)	\mathcal{F}_E	\mathcal{F}_C	\mathcal{F}_T
1	$1,92 \cdot 10^{-1}$	$1,72 \cdot 10^{-4}$	$2,55 \cdot 10^{-1}$	2193,60	$1,06 \cdot 10^4$	2,98	607
2	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$3,69 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	2274,68	$3,62 \cdot 10^4$	2,87	611
3	$2,10 \cdot 10^{-2}$	$2,80 \cdot 10^{-2}$	$7,26 \cdot 10^{-1}$	2024,42	$1,88 \cdot 10^3$	3,23	583
4	$9,85 \cdot 10^{-3}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$5,72 \cdot 10^{-2}$	2577,38	$1,04 \cdot 10^5$	2,53	587
5	$3,66 \cdot 10^{-2}$	$3,11 \cdot 10^{-3}$	$7,45 \cdot 10^{-1}$	2043,27	$3,19 \cdot 10^3$	3,20	603
6	$2,76 \cdot 10^{-1}$	$7,05 \cdot 10^{-4}$	$9,34 \cdot 10^{-1}$	2156,64	$5,18 \cdot 10^3$	3,03	612
7	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-20}$	$6,59 \cdot 10^{-2}$	5400,19	$1,07 \cdot 10^5$	1,21	502
8	$4,47 \cdot 10^{-2}$	$3,03 \cdot 10^{-4}$	$1,59 \cdot 10^{-1}$	2392,40	$4,07 \cdot 10^4$	2,73	608
<i>Limite</i>	$2,00 \cdot 10^{-2}$	$3,30 \cdot 10^{-3}$	$5,20 \cdot 10^{-1}$				

menores rotações totais e respeitam os limites cinemáticos, porém possuem maior comprimento. Esse comportamento é verificado na Figura 3.

No gráfico, o melhor indivíduo que apresenta menor distância e ainda respeita as restrições cinemáticas do VANT é representado pelo marcador "estrela", ao lado direito o indivíduo representado pelo marcador "x" respeita as restrições cinemáticas do VANT e ao lado esquerdo os indivíduos que não respeitam as restrições.

No trabalho apresentado em [3], otimizou-se a trajetória considerando a função de BEE e com isso obteve-se trajetórias que respeitam os valores de curvatura, torção e inclinação máxima de um determinado VANT. Entretanto, a função de *fitness* de [3] não considera o comprimento da trajetória, e a solução obtida tem comprimento de 5035,77 m. Nos resultados obtidos neste trabalho, o indivíduo 4 apresenta comprimento da trajetória de 2577,38 m, aproximadamente 49 % menor do que a trajetória apresentada em [3] de 5035,77 m, pois a função de otimização apresentada neste trabalho considera o comprimento da trajetória. A Tabela III apresenta os dados da restrição cinemática do veículo, os dados do experimento realizado por [3] e os dados do indivíduo 4 e 7 obtidos neste trabalho.

Tabela III: Resultados comparativos

	$\kappa_{\max}(m^{-1})$	$\tau_{\max}(m^{-1})$	$\theta_{\max}(rad)$	<i>Com.(m)</i>
Val. Máx.	$2,00 \cdot 10^{-2}$	$3,30 \cdot 10^{-3}$	$5,20 \cdot 10^{-1}$	–
Exp.[3]	$1,81 \cdot 10^{-2}$	$3,11 \cdot 10^{-4}$	$2,61 \cdot 10^{-1}$	5035,77
Ind. 4	$9,85 \cdot 10^{-3}$	$1,59 \cdot 10^{-4}$	$5,72 \cdot 10^{-2}$	2577,38
Ind. 7	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-20}$	$6,59 \cdot 10^{-2}$	5400,19

VI. CONCLUSÃO

O algoritmo proposto neste trabalho foi capaz de encontrar uma trajetória factível com aproximadamente metade do comprimento da trajetória encontrada em [3] para o mesmo experimento proposto naquele trabalho. Entretanto é importante a realização de experimento adicionais em diferentes cenários a fim de verificar a capacidade e confiabilidade do algoritmo proposto em encontrar trajetórias factíveis em diferentes condições. Portanto, além do cenário avaliado em [3], em trabalhos futuros focaremos na construção de um

banco de testes com múltiplos cenários, a fim de verificar a capacidade e confiabilidade do algoritmo encontrar trajetórias factíveis com comprimento reduzido.

Na Figura 3 é observado uma distribuição não uniforme das soluções no espaço de possíveis soluções, havendo uma concentração de soluções para baixos valores de Fitness de Energia. O padrão não uniforme de distribuição dos indivíduos pode ocorrer devido a otimização não ser tratada, efetivamente, como um problema multiobjetivo, mas a redução de um problema multiobjetivo em um problema mono-objetivo por meio da composição de ranks. Para contornar esse problema, pretendemos adotar em trabalhos futuros outras abordagens de otimização evolucionárias multiobjetivo (MOEA — Multi-Objective Evolutionary Algorithm), tais como a NSGAI [16], para um abordagem baseada em dominância de Pareto ou MOEA/D [17] para uma abordagem por decomposição.

A fim de diminuir o grande número de indivíduos inválidos encontrados na solução, pretendemos estudar uma maneira diminuir (ou penalizar) a propagação dos indivíduos inválidos durante a evolução.

Também é sugerido a realização de testes em VANTs reais para validar as trajetórias obtidas pelo método proposto. É interessante também desenvolver a integração do planejamento de trajetórias apresentado neste trabalho com o planejamento de missões para VANTs, de maneira a encontrar múltiplas trajetórias que conectem cada um dos *waypoints* de uma missão em que vários pontos precisão ser visitados, garantindo que os limites cinemáticos do veículo é respeitado ao longo de todo o percurso da missão, bem como o comprimento da trajetória total é minimizado, proporcionando maior autonomia ao veículo.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Gostaria de agradecer as agências de fomento CNPq e RNP. Agradeço aos meus orientadores Ronaldo e João e a todos os meus amigos e familiares pela companhia e suporte.

REFERÊNCIAS

- [1] DECEA, "Orientações," Departamento de controle do Espaço Aéreo, Tech. Rep., 2019, <https://www.decea.gov.br/drone/>.

- [2] ANAC, “Regras da ANAC para uso de drones entram em vigor,” Agência Nacional de Aviação Civil, Tech. Rep., 2017, https://www.anac.gov.br/noticias/2017/regras-da-anac-para-uso-de-drones-entram-em-vigor/release_drone.pdf.
- [3] D. G. Macharet, A. A. Neto, and M. F. M. Campos, “Feasible uav path planning using genetic algorithms and Bézier curves,” in *Brazilian Symposium on Artificial Intelligence*. Springer, 2010, pp. 223–232.
- [4] A. Otto, N. Agatz, J. Campbell, B. Golden, and E. Pesch, “Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (uavs) or aerial drones: A survey,” *Networks*, vol. 72, no. 4, pp. 411–458, 2018.
- [5] Q. M. Ha, Y. Deville, Q. D. Pham, and M. H. Hà, “On the min-cost traveling salesman problem with drone,” *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 86, pp. 597–621, 2018.
- [6] D. G. Macharet and M. F. Campos, “A survey on routing problems and robotic systems,” *Robotica*, vol. 36, no. 12, pp. 1781–1803, 2018.
- [7] X. Yu and J. Y. Hung, “A genetic algorithm for the dubins traveling salesman problem,” in *2012 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. IEEE, 2012, pp. 1256–1261.
- [8] A. A. Neto, D. G. Macharet, and M. F. Campos, “Feasible path planning for fixed-wing uavs using seventh order bézier curves,” *Journal of the Brazilian Computer Society*, vol. 19, no. 2, p. 193, 2013.
- [9] —, “Feasible RRT-based path planning using seventh order Bézier curves,” in *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE, 2010, pp. 1445–1450.
- [10] A. A. Neto and M. F. Campos, “On the generation of feasible paths for aerial robots with limited climb angle,” in *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 2009, pp. 2827–2877.
- [11] R. T. Farouki, “The elastic bending energy of pythagorean-hodograph curves,” *Computer Aided Geometric Design*, vol. 13, no. 3, pp. 227–241, 1996.
- [12] N. M. Razali, J. Geraghty *et al.*, “Genetic algorithm performance with different selection strategies in solving tsp,” in *Proceedings of the world congress on engineering*, vol. 2, no. 1. International Association of Engineers Hong Kong, 2011, pp. 1–6.
- [13] K. Jebari and M. Madiafi, “Selection methods for genetic algorithms,” *International Journal of Emerging Sciences*, vol. 3, no. 4, pp. 333–344, 2013.
- [14] J. Magalhaes-Mendes, “A comparative study of crossover operators for genetic algorithms to solve the job shop scheduling problem,” *WSEAS transactions on computers*, vol. 12, no. 4, pp. 164–173, 2013.
- [15] D. A. Van Veldhuizen and G. B. Lamont, “Evolutionary computation and convergence to a pareto front,” in *Late breaking papers at the genetic programming 1998 conference*, 1998, pp. 221–228.
- [16] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii,” *IEEE transactions on evolutionary computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002.
- [17] Q. Zhang and H. Li, “Moea/d: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition,” *IEEE Transactions on evolutionary computation*, vol. 11, no. 6, pp. 712–731, 2007.