

Estudo Comparativo de Técnicas de Inteligência de Enxame na Redução da Ordem de Sistemas Dinâmicos Lineares

Marlon J. P. Silva, Juan F. Vidal

Laboratório de Controle, Instituto de Tecnologia
Universidade Federal do Pará, UFPA
Belém-PA, Brasil
marlonjps@yahoo.com.br, jfvidal@ufpa.br

Carlos T. Costa Jr, Orlando F. Silva

Faculdade de Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia
Universidade Federal do Pará, UFPA
Belém-PA, Brasil
cartav@ufpa.br, orfosi@ufpa.br

Abstract—Model order reduction has been a recurring problem and several techniques have emerged over the years, when, from the point of view of controller design, their elaboration and construction became inadequate, considering the high degree of redundancy, which large real physical systems may possess. In the field of deterministic mathematics, many works, already consecrated in the literature, have proposed to solve such problem. Recently, techniques involving metaheuristic methods in a predetermined search space using Swarm Intelligence (SI) have been used quite successfully and a new tool has been shown as a solution. Based on this context, this paper presents the understanding of the problem from the point of view of linear systems theory; conducting a comparative study between the SI: Firefly Algorithm, PSO and SFLA.

Keywords—Metaheuristics; Swarm Intelligence; Control System.

I. INTRODUÇÃO

A obtenção de um modelo matemático, geralmente, é o ponto de partida para aplicações de controle tal como o projeto de um controlador. A priori, o estudo sobre redução de ordem de sistemas dinâmicos, requer uma abordagem a respeito da modelagem e das leis físicas que os regem, utilizadas para representá-los. Desta forma, como um modelo matemático é uma representação aproximada de um sistema, geralmente, pode-se ter uma “família” de modelos e não uma única representação que reproduza tal sistema. Sendo assim, um sistema físico pode ser expresso de diversas maneiras. Dependendo do sistema em questão e das características de interesse, uma representação pode ser mais adequada do que outra.

De acordo com Trivelato [1], quando o modelo é uma representação válida de um sistema, informações significativas podem ser obtidas sobre a sua dinâmica e desempenho. Portanto, pode-se definir modelo como uma representação física, matemática, lógica e, recentemente, computacional qualquer de um sistema, processo, fenômeno ou entidade.

O comportamento dinâmico de muitos sistemas contínuos no tempo pode ser expresso por equações diferenciais ordinárias ou no espaço de estados que é utilizado amplamente para sistemas

multivariáveis (MIMO), ou ainda por Função de Transferência no domínio da frequência.

Levando em consideração estudos anteriores, a redução de ordem de sistemas dinâmicos, tomando por representação o espaço de estados, em Botura [2] é aplicado o método determinístico via decomposição de Schur sobre sistemas MIMO. Outras técnicas determinísticas, tomando por base a representação por Função de Transferência, são apresentadas em Araújo [3], que minimiza a norma dos coeficientes polinomiais gerados pelo erro entre a função de ordem elevada e o modelo proposto para a redução. Aguirre [4] mostra os métodos de aproximação por Padé.

Recentemente, estudos apontam para as chamadas metaheurísticas como alternativa para redução da ordem de modelos dinâmicos. Os trabalhos de Ferreira [5] e Assadi [6] utilizam Algoritmos Genéticos. Os trabalhos de Sambariya & Sharma [7], Hachino [8], Marella [9] e Nadi [10] utilizam técnicas denominadas Inteligência de Enxames. No trabalho de Vasu [11] a redução de sistemas monovariáveis (SISO) é feita combinando o método dos mínimos quadrados e o Particle Swarm Optimization (PSO). Silva [12] faz um comparativo entre técnicas clássicas, já consolidadas na literatura, com o Firefly Algorithm (FA). Em todos estes, os algoritmos de Inteligência de Enxames se mostraram bastante eficazes e qual destes utilizar dependerá muito do desempenho e processamento mostrados entre eles para um determinado caso em questão.

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre três destes algoritmos de Inteligência de Enxame, são eles: O FA, o PSO e o Shuffled Frog Leaping Algorithm (SFLA, em uma tradução literal: Algoritmo de saltos permutados de rãs). Por se tratarem de técnicas, ainda, com poucos trabalhos apresentados na área de redução da ordem de sistemas dinâmicos no domínio do tempo contínuo, Bouazza [13], optou-se por utilizá-las neste trabalho.

Para fins de análise, apresentam-se três estudos de caso para validação e comparação dos três métodos. Para cada caso, em particular, aplica-se uma entrada degrau unitário, tanto no sistema original, quanto no modelo reduzido obtido. Com o auxílio do software Matlab, são plotadas as suas respostas

temporais e em frequência. Com o intuito de preservar as características intrínsecas do sistema original as respostas devem ser as mais próximas possíveis.

Para tanto, executou-se cada um dos três algoritmos um determinado número de vezes para cada um dos casos, desta forma colheu-se os dados para efeito de comparação. Em suma, dado o grau de aleatoriedade dos algoritmos de busca, diversas funções de transferências foram encontradas para o mesmo caso estudado (todas equivalentes entre si). Deste modo, no âmbito da estocástica, procurou-se apresentar os parâmetros dos valores máximos e mínimos obtidos, retirando sua média e desvio padrão, tanto para o tempo de processamento entre eles, como para o seu melhor resultado obtido para cada simulação.

II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A. Redução de Ordem

Dado um modelo de ordem n representado por uma função de transferência $G(s)$, a simplificação ou redução de ordem de modelos preocupa-se em desenvolver técnicas que permitam obter um modelo reduzido, ou seja, uma nova função de transferência $R(s)$ de ordem m , com m menor que n , que se aproxime do modelo original, ou seja, $R(s) \approx G(s)$. Há diversos aspectos em que dois modelos podem ser aproximados e qual usar dependerá grandemente dos objetivos da aplicação. Normalmente, deseja-se que as respostas temporais ou em frequência sejam próximas entre si, ou seja: $L^{-1}\{R(s)\} = r(t) \approx g(t) = L^{-1}\{G(s)\}$ (para resposta impulsiva) ou $L^{-1}\{R(s)/s\} \approx L^{-1}\{G(s)/s\}$ (para resposta ao degrau) ou ainda, no caso de resposta em frequência, $R(j\omega) \approx G(j\omega)$.

A redução de ordem de modelos é uma técnica conhecida há bastante tempo e atraiu grande atenção em meados da década de sessenta (quando a capacidade de processamento de computadores era bastante limitada) até o fim da década de oitenta, sendo que desde meados da década de oitenta, especial atenção foi dada à redução de ordem para o projeto de controladores.

O número de métodos disponíveis é bastante diversificado tais como: O truncamento modal, com retenção de pólos dominantes, Aguirre [14]; métodos baseados em otimização, onde alguma função é minimizada ou maximizada com respeito aos parâmetros do modelo, El-Attar e Vidyasagar [15] e Hsia [16]. Métodos baseados na descrição no espaço de estados também são muito aplicados, sendo que os mais utilizados são fundamentados na realização balanceada, Moore [17]; Perenbo e Silverman [18]; Muscato [19].

A redução de ordem tanto pode aplicar-se a modelos de larga escala, ou seja, de ordem muito elevada, Mansour e Mehrotra [20], como para modelos de ordem moderada, em aplicações típicas de sistemas de controle.

B. Firefly Algorithm

O FA é um algoritmo de otimização bioinspirado, baseado no comportamento social de vaga-lumes na natureza, insetos bioluminescentes conhecidos por suas emissões luminosas, e proposto originalmente por Xin-She Yang [21] em 2008.

Os padrões de luminosidade podem ser usados tanto para atrair suas presas, se comunicar com outros vaga-lumes, emitir alertas sobre a presença de predadores ou para atrair possíveis parceiros reprodutivos em rituais de acasalamento, sendo essa atração mais forte quanto maior for a intensidade da luz. Esta capacidade de comunicação diminui à medida que a distância entre os vaga-lumes aumenta, Xing e Gao [22].

O FA simula o comportamento social entre os indivíduos de uma população de vaga-lumes no verão em regiões tropicais. Nesta situação, cada vaga-lume desloca-se no hiperespaço produzindo seu próprio padrão de luminosidade atraindo ou sendo atraído pelo padrão de outros vaga-lumes que considere mais atrativo. A ideia é que os vaga-lumes convirjam para aquele com maior brilho na população.

No FA os comportamentos dos vaga-lumes, tais como sua atratividade e comunicação, são usados para realizar uma pesquisa no espaço de busca pelas melhores soluções para o problema a ser otimizado. Neste algoritmo, cada possível solução é conhecida como “vaga-lume” e seu brilho está associado com o seu valor da função objetivo. Os vaga-lumes são atraídos pelos vizinhos que possuem o brilho mais intenso, ou seja, aqueles com os melhores valores da função objetivo. Quando não existem vizinhos mais “brilhantes” do que o vaga-lume em questão, este irá se movimentar de forma aleatória pelo espaço de busca, Xing e Gao [22].

A ideia do algoritmo é calcular o valor da função objetivo em diversos pontos do domínio, escolhidos inicialmente de forma aleatória, considerando que em cada um destes pontos existia um vaga-lume e fazer com que esse valor da função nestes pontos esteja relacionado com a intensidade da luz gerada pelos vaga-lumes. Em seguida são feitas interações, seguindo certas regras, com o objetivo de fazer com que os valores convirjam para o ponto que gere mais brilho, ou seja, no ponto onde a função apresente o valor ótimo, Ribeiro [23]. A Fig. 1 ilustra o algoritmo.

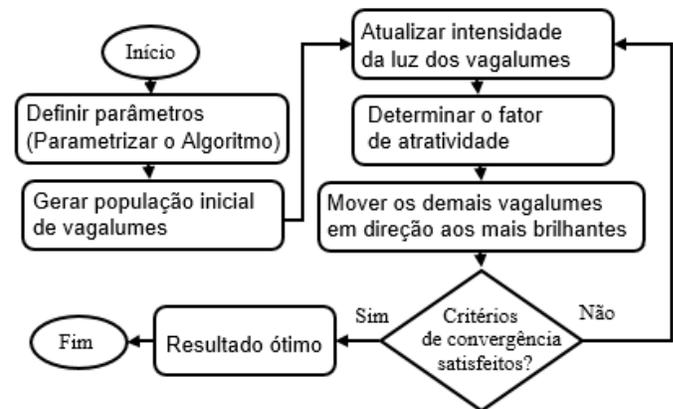


Fig. 1. Fluxograma de soluções de problemas de otimização com Firefly Algorithm.

C. Particle Swarm Optimization

O PSO é um algoritmo do tipo evolutivo e seu desenvolvimento foi inspirado na simulação de um sistema social simplificado, Kennedy & Eberhart [24]. Ele procura reproduzir o deslocamento de um conjunto de indivíduos (banda

de pássaros, cardume de peixes ou enxame de insetos) que pode ser caracterizado por um comportamento individualmente aleatório, mas globalmente direcionado. A metodologia, portanto, também é baseada na manipulação de uma população de soluções que é inicializada de forma aleatória. O processo de otimização consiste na busca da posição com maior aptidão, sendo que o espaço de busca corresponde ao conjunto de possíveis posições de todas as partículas. O deslocamento de cada uma delas é afetado pela sua própria trajetória, bem como pelo das partículas que apresentam melhor desempenho.

A metodologia tende a preservar as posições com melhor aptidão e descartar as outras. Para tanto, o movimento de cada partícula é afetado tanto pela informação sobre sua melhor posição quanto pelo registro da melhor posição obtida considerando todas as outras partículas. A posição e a velocidade iniciais de cada partícula são definidas aleatoriamente. A cada nova iteração esses valores são atualizados. Esse processo é repetido até ser atingido o número máximo de iterações. A Fig. 2 ilustra o fluxograma do PSO.

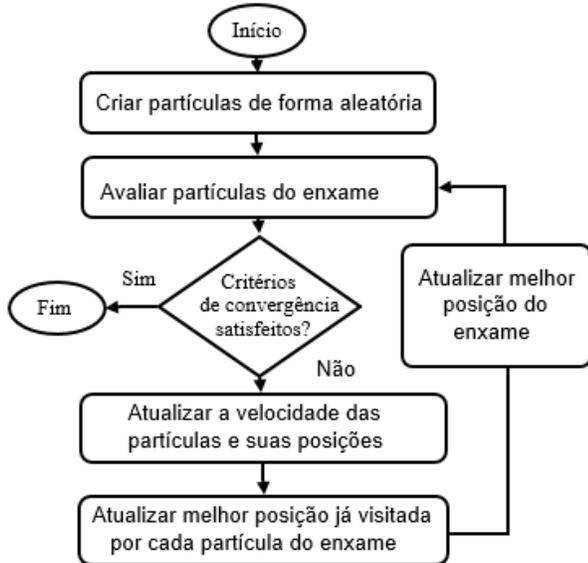


Fig. 2. Fluxograma de soluções de problemas de otimização com PSO.

D. Shuffled Frog Leaping Algorithm

O SFLA, segundo Eusuff [25], é uma metaheurística desenvolvida para resolver problemas de otimização combinatória. O algoritmo contém elementos de busca local e troca de informações globais, consistindo em um conjunto de populações virtuais de rãs interativas distribuídas em diferentes agrupamentos denominados “memeplex”, onde cada “meme” é uma unidade de evolução cultural.

Para garantir uma exploração global, as rãs virtuais são periodicamente misturadas, isto é, são trocadas as suas posições originais e reorganizadas em novos agrupamentos em uma técnica similar àquela usada no algoritmo de evolução complexa permutada. Além disso, para fornecer a oportunidade de geração aleatória de informações aprimoradas, rãs aleatórias são geradas e substituídas na população. O fluxograma da Fig. 3, apresentado em Xingyu [26], ilustra o método.

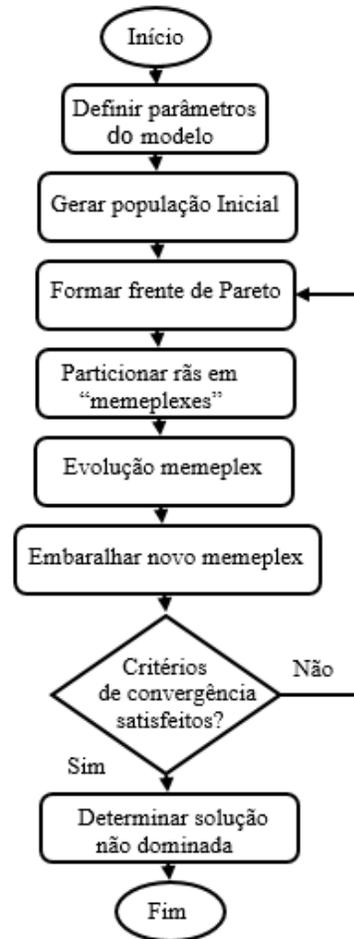


Fig. 3. Fluxograma de soluções de problemas de otimização com SFLA – Fonte: Xingyu [26].

III. RESULTADOS NUMÉRICOS

A. Caso 1

A Equação (1), Araújo [3], foi utilizada para se verificar o desempenho dos algoritmos para uma redução de quarta ordem para segunda, obtendo os modelos mostrados nas Equações (2), (3) e (4).

$$G_O = \frac{s^3 + 7s^2 + 24s + 24}{s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24} \quad (1)$$

$$G_{FA} = \frac{9,014}{s^2 + 9,937s + 9,013} \quad (2)$$

$$G_{PSO} = \frac{8,055}{s^2 + 8,669s + 8,053} \quad (3)$$

$$G_{SFLA} = \frac{8,342}{s^2 + 9,202s + 8,342} \quad (4)$$

A principal distorção se dá no diagrama de Bode para as altas frequências, conforme mostra a Fig. 5. Para a resposta temporal, Fig. 4, o erro máximo para o FA foi de $1,0984e-04$, em relação a resposta original. Para o PSO o erro máximo foi de $2,6425e-04$ e para o SFLA, de $2,7250e-06$, apresentando erro a partir da sexta casa decimal, ou ainda, um erro quase cem vezes menor frente aos demais algoritmos.

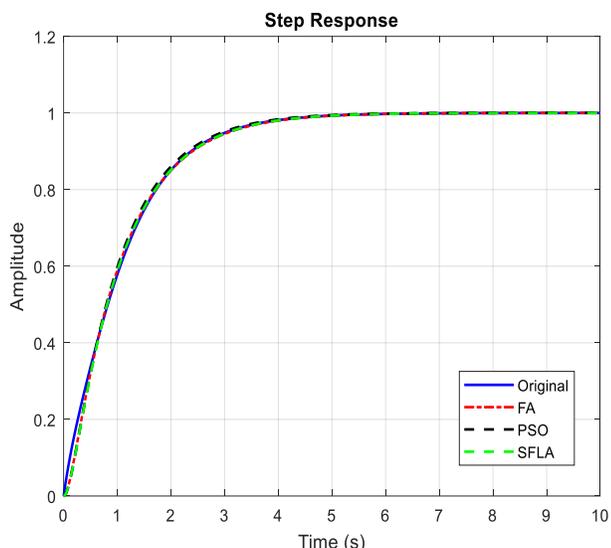


Fig. 4. Respostas temporais ao degrau unitário para os sistemas originais e reduzidos.

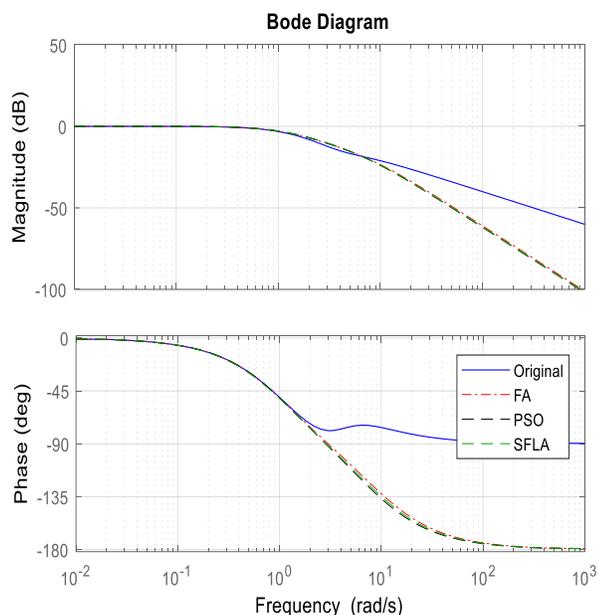


Fig. 5. Respostas em frequência (magnitude e fase) para os sistemas originais e reduzidos.

A Tabela I mostra os dados colhidos pela simulação do FA em um campo de busca de $[0,10]$, número máximo de iterações 25, para uma população de 25 indivíduos e critério de parada $9e-6$. A mesma parametrização segue para PSO, na Tabela II.

TABELA I. DADOS FORNECIDOS PELO FA

	<i>Iterações</i>	<i>Custo</i>	<i>Tempo (s)</i>
Max	25	9,4744E-06	84,534097
Min	8	8,8796E-06	26,541836
Média	15,8	9,00E-06	52,9462701
Desv. Padrão	6,033241252	1,71695E-07	20,94345552

TABELA II. DADOS FORNECIDOS PELO PSO

	<i>Iterações</i>	<i>Custo</i>	<i>Tempo (s)</i>
Max	25	0,000054688	7,0138
Min	3	8,8603E-06	0,849
Média	21,3	2,02E-05	5,93078
Desv. Padrão	7,180993432	1,48755E-05	1,99655449

O número de iterações para o SFLA foi de 200 e uma população de 10 indivíduos, mantendo o restante da parametrização, em $[0,10]$ e $9e-6$, para o espaço de busca e parada, respectivamente. Obteve-se a Tabela III.

TABELA III. DADOS FORNECIDOS PELO SFLA

	<i>Iterações</i>	<i>Custo</i>	<i>Tempo (s)</i>
Max	200	0,000017614	376,3868
Min	22	8,9143E-06	26,8122
Média	155,3	1,08E-05	262,21935
Desv. Padrão	63,56632582	2,9831E-06	120,716039

O PSO realizou a busca em menor tempo hábil quando comparado com os outros dois algoritmos de enxame; realizou aproximadamente o mesmo número de iterações que o FA, porém obteve um custo muito alto e seu desvio padrão também se mostrou relativamente alto, o que mostra a grande dispersão dos valores encontrados, que estão diretamente relacionados a precisão do algoritmo para esse caso. Por outro lado, o SFLA apresentou um maior número de iterações e um longo tempo de processamento, com desvio padrão elevado; o seu custo foi moderado, com baixo desvio padrão.



Fig. 6. Gráficos realizados no Excel, com base em dez simulações por algoritmo, para efeito de comparação das médias do número de iterações, melhor custo e o tempo de execução.

B. Caso 2

Com base no modelo abordado em Pena [27], apresentado na Equação (5), buscou-se uma redução de quarta para segunda ordem, assim como mostram os modelos obtidos nas Equações (6), (7) e (8).

$$G_O = \frac{50s + 100}{s^4 + 25s^3 + 50s^2 + 75s + 100} \quad (5)$$

$$G_{FA} = \frac{2,453}{s^2 + 0,3458s + 2,455} \quad (6)$$

$$G_{PSO} = \frac{2,457}{s^2 + 0,3471s + 2,459} \quad (7)$$

$$G_{SFLA} = \frac{2,453}{s^2 + 0,3499s + 2,458} \quad (8)$$

Para este caso as repostas em frequência se aproximam bastante, até mesmo para as altas frequências, em magnitude e permanecendo constante na fase, conforme se observa na Fig. 8.

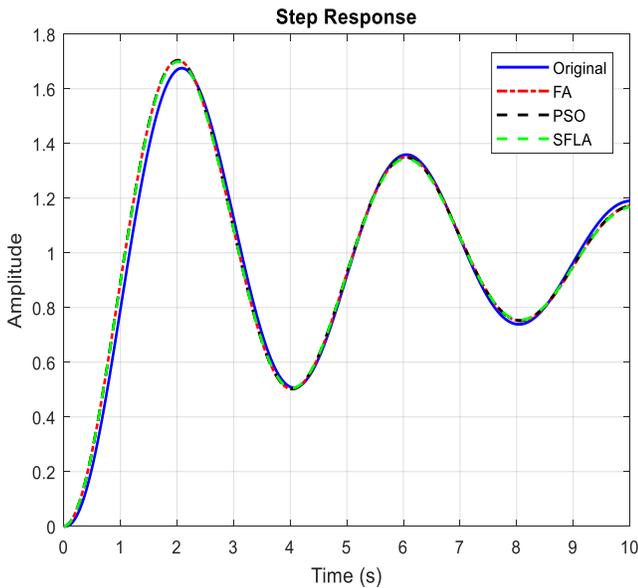


Fig. 7. Respostas temporais ao degrau unitário para os sistemas originais e reduzidos.

As respostas temporais ao degrau, Fig. 7, para os modelos reduzidos, pouco divergem no transitório do sinal, sendo mais perceptível a diferença em seus tempos de subida. O sobressinal para os modelos reduzidos se mostrou levemente acentuado, sendo o erro máximo para o FA: 0,0289; para o PSO: 0,0281 e para o SFLA: 0,0240.

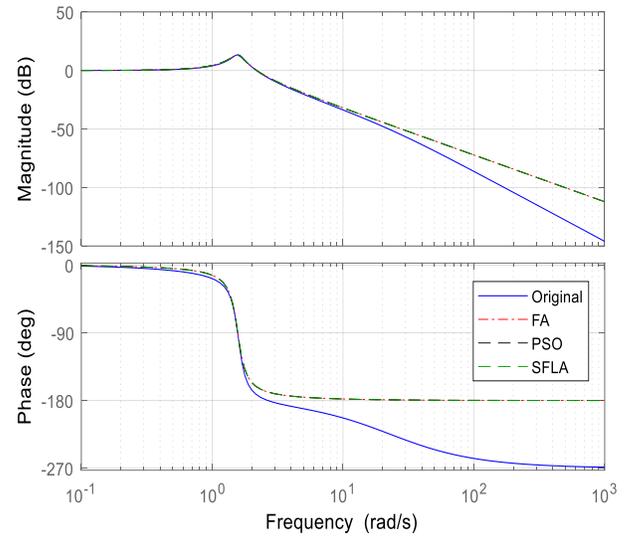


Fig. 8. Respostas em frequência (magnitude e fase) para os sistemas originais e reduzidos.

Uma população de 25 indivíduos, para um espaço de busca de $[0,10]$ e critério de parada $1,4e-4$, tanto para o FA quanto para o PSO, com um número máximo de iterações 25 e 200, respectivamente, geraram as Tabelas IV e V.

TABELA IV. DADOS FORNECIDOS PELO FA

	Iterações	Custo	Tempo (s)
Max	25	0,00013974	84,054537
Min	9	0,00013126	30,90556
Média	14,7	1,35E-04	49,539345
Desv. Padrão	4,945255864	3,2316E-06	16,55171007

TABELA V. DADOS FORNECIDOS PELO PSO

	Iterações	Custo	Tempo (s)
Max	165	0,00013921	45,8295
Min	37	0,00013285	10,2327
Média	85,4	1,37E-04	23,77045
Desv. Padrão	46,85960117	2,17132E-06	13,10088617

Com 200 iterações e 10 indivíduos para SFLA, sendo mantido o restante da parametrização, obteve-se a Tabela VI.

TABELA VI. DADOS FORNECIDOS PELO SFLA

	Iterações	Custo	Tempo (s)
Max	23	0,00013948	29,5744
Min	13	0,0001342	16,093
Média	16,3	1,37E-04	20,40483
Desv. Padrão	3,23350515	1,77724E-06	4,056262984

Com custos equiparados tem-se como melhor resultado e desempenho, neste caso, o SFLA, pois o mesmo mostrou um menor tempo de processamento, realizando menores buscas pelos melhores indivíduos na população que compunham os coeficientes do modelo reduzido. O custo do FA, apesar de ser o menor destes, mostrou grande dispersão de seus valores, conforme mostra a barra de erros no gráfico de custo da Fig. 9, o que resulta em uma maior imprecisão de seus resultados. Por sua vez, o SFLA mostrou menor desvio padrão para os três gráficos.



Fig. 9. Gráficos realizados no Excel, com base em dez simulações por algoritmo, para efeito de comparação das médias do número de iterações, melhor custo e o tempo de execução.

C. Caso 3

Para efeito de testes, buscou-se reduzir uma função de transferência de grau relativamente alto, conforme mostra a ordem e os valores dos coeficientes do modelo original mostrados na Tabela VII.

TABELA VII. COEFICIENTES DO POLINÔMIO DO NUMERADOR E DENOMINADOR DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO MODELO ORIGINAL

Coefficientes de	Numerador	Denominador
s^6	0	1
s^5	0	262
s^4	0	25841
s^3	0	1,158e6
s^2	1	2,094e7
s^1	-22e3	4,274e7
s^0	1,2e8	9,303e7

A redução se deu de uma função originalmente de sexta ordem para terceira ordem, contudo, um dos modelos, o gerado pelo PSO, apresentou um zero a menos do que os gerados pelo FA e pelo SFLA.

$$G_{FA} = \frac{0,02852s^2 + 5,836s + 8,645}{s^3 + 3,516s^2 + 7,397s + 6,708} \quad (9)$$

$$G_{PSO} = \frac{5,311s + 7,892}{s^3 + 3,074s^2 + 6,937s + 6,115} \quad (10)$$

$$G_{SFLA} = \frac{0,005336s^2 + 5,302s + 7,978}{s^3 + 3,097s^2 + 6,965s + 6,183} \quad (11)$$

Apesar do grau apresentado pela função original, os algoritmos conseguiram reduzir de forma bastante satisfatória, encontrando indivíduos bem próximos para os modelos reduzidos. As respostas ao degrau são mostradas nas Fig. 10 e 11. O erro máximo para o FA, PSO e SFLA, nesta ordem, são: 0,0175; 0,0055 e 0,0074, sendo o erro do PSO o menor destes.

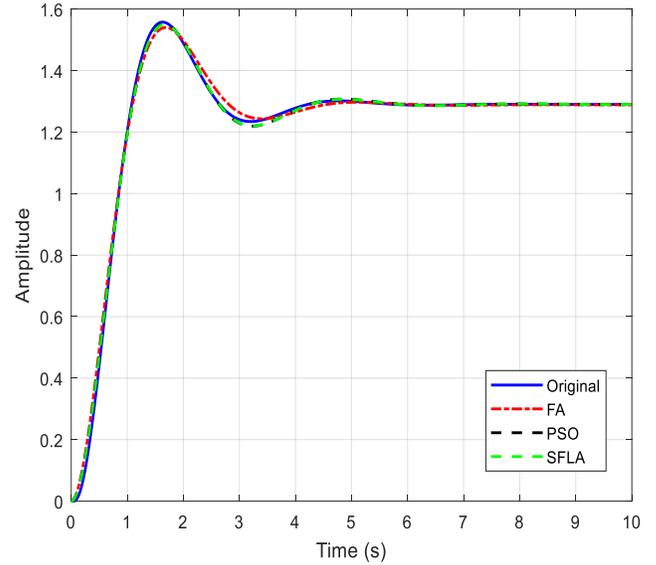


Fig. 10. Respostas temporais ao degrau unitário para o modelo original e reduzidos obtidos.

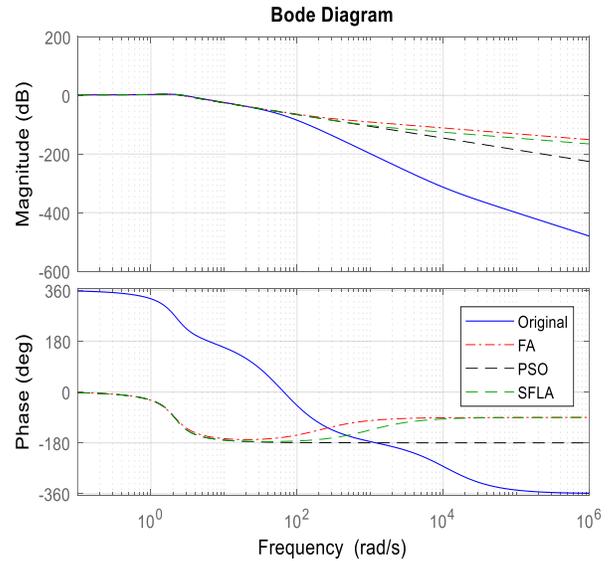


Fig. 11. Respostas em frequência (magnitude e fase) do modelo original e dos reduzidos obtidos.

A parametrização para o FA e o PSO ficou em 25 o número de indivíduos que compunham a população, máxima iteração em 200, espaço de busca [0,10] e critério de parada 6e-5, gerando as Tabelas VIII e IX.

TABELA VIII. DADOS FORNECIDOS PELO FA

	<i>Iterações</i>	<i>Custo</i>	<i>Tempo (s)</i>
Max	21	0,000059503	71,383679
Min	5	0,000017952	16,973042
Média	9	4,48E-05	30,60014627
Desv. Padrão	4,750939757	1,17337E-05	16,1392105

TABELA IX. DADOS FORNECIDOS PELO PSO

	<i>Iterações</i>	<i>Custo</i>	<i>Tempo (s)</i>
Max	92	1,00E-05	26,6733
Min	25	8,92E-06	7,4732
Média	58,3	9,70E-06	17,02325
Desv. Padrão	22,35595869	3,91637E-07	6,354861007

Para uma população de 10 indivíduos e critério de parada $1e-5$, mantida o restante da parametrização, obteve-se os dados mostrados na Tabela X para o SFLA.

TABELA X. DADOS FORNECIDOS PELO SFLA

	<i>Iterações</i>	<i>Custo</i>	<i>Tempo (s)</i>
Max	41	9,99E-06	43,7551
Min	15	7,86E-06	15,9992
Média	24,6	9,47E-06	27,1437
Desv. Padrão	7,275529763	7,12906E-07	7,792024122

Em custo, o PSO e o SFLA se equiparam, com desvio padrão pequeno, visto que para o FA o custo se tornou elevado, com um grande desvio padrão. Já para o tempo, o PSO realizou mais iterações em um menor tempo, conforme mostram os gráficos da Fig.12.

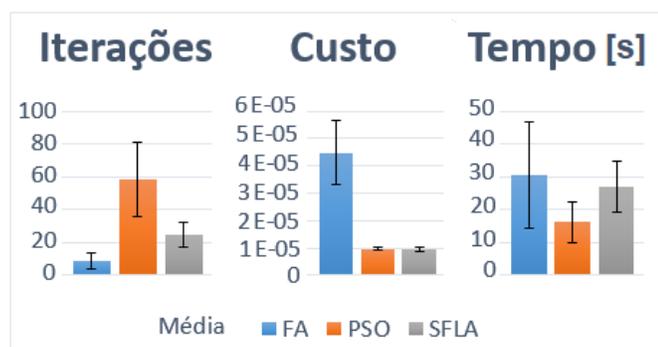


Fig. 12. Gráficos realizados no Excel, com base em dez simulações por algoritmo, para efeito de comparação das médias do número de iterações, melhor custo e o tempo de execução.

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho, apresentou-se uma metodologia para realizar a redução de ordem de sistemas dinâmicos, utilizando algoritmos de Inteligência Computacional, para sistemas do tipo

SISO. Tal metodologia baseou-se na minimização do erro da resposta a uma entrada do tipo degrau, para o modelo original e para o modelo reduzido. Foi proposto manter-se as características dinâmicas do sistema original. Para avaliar o desempenho da técnica, realizou-se três estudos de caso, onde obtiveram-se modelos reduzidos de segunda e terceira ordens para os sistemas originalmente de quarta e sexta ordens. Para avaliação do algoritmo utilizado, fez-se uma comparação dos resultados com os obtidos para cada uma das técnicas, em termos de tempo de processamento, número de iterações e o custo obtido. Demonstrou-se que os algoritmos bioinspirados obtiveram um ótimo desempenho e geraram modelos reduzidos com bons resultados.

De tal modo, em consonância com a metodologia clássica de otimização e minimização para problemas que possuem uma dada função objetivo, buscou-se destacar as técnicas estocásticas dos algoritmos de inteligência de enxame. Foram abordados os seus conceitos básicos, além de apresentar a metodologia necessária e a forma de se adaptá-los para a utilização e aplicação em sistemas de controle, visando eliminar redundâncias do sistema estudado.

Observou-se que os algoritmos de IE mostraram-se tão eficazes quanto os métodos determinísticos, já consagrados pela literatura, levando em consideração que se trata de uma otimização estocástica, isto é, uma classe geral de algoritmos e técnicas que empregam algum grau de aleatoriedade para encontrar soluções tão ótimas quanto possível.

Ainda, desde que devidamente parametrizados os algoritmos mostraram um maior ou menor esforço computacional, na busca pelos melhores indivíduos que formariam o modelo reduzido, desta forma despendendo um tempo relativamente maior ou menor na busca dos mesmos, porém com resultados extremamente precisos e erros mínimos.

AGRADECIMENTOS

Os autores generosamente agradecem o apoio da Universidade Federal do Pará – UFPA – ao Instituto de Tecnologia e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE.

REFERÊNCIAS

- [1] Trivelato, G. da C., 2003. Técnicas de Modelagem e Simulação de Sistemas Dinâmicos. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE-9665-NTC/358. pp. 06.
- [2] Bottura, C. P., 1994. Redução de Ordem de Sistemas Discretos Multivariáveis Via Decomposição de Schur. Revista Controle e Automação, Vol. 04, No. 2, pp. 77-81.
- [3] Araújo, J. M., 2008. Redução de Ordem no Domínio da Frequência Baseada na Minimização da Norma dos Coeficientes Polinomiais do Erro. Revista Controle e Automação, Vol. 19, No. 3, pp. 235-248.
- [4] Aguirre, L. A., 2007. Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais. Editora UFMG 3ª Ed.
- [5] Ferreira, A. O.; Silva, O. F. e Barreiros, J. A. L., 2011. Uso de Algoritmo Genético para Redução de Ordem de Modelos Matemáticos. X-SBAI-Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, São João del-Rei, MG, Brasil.
- [6] Assadi, F. and Abut, N., 2010. Method for System Order Reduction Based on Genetic Algorithm and FFT. International Journal of Advanced Research in Electrical Engineering and Technology. Vol. 2, pp. 316-319.

- [7] Sambariya, D. K. and Shama, O., 2016. Model Order Reduction Using Routh Approximation and Cuckoo Search Algorithm. *Journal of Automation and Control*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-9.
- [8] Hachino, T.; Tanigawa, K.; Takata, H.; Fukushina, S. and Igarashi, Y., 2015. Frequency-Weighted Model Reduction Using Firefly Algorithm. *Journal of Automation and Control Engineering*, vol. 3, No. 3.
- [9] Marella, T.; Anand, N. V. and Kumar, M. S., 2014. Order Reduction of MIMO System using Firefly Algorithm. *International Journal of Electrical Engineering*, vol 7, No. 3, pp. 425-438.
- [10] Nadi, D. A. A.; Alsmadi, O. M. and Hammour, Z. S. A., 2011. Reduced Order Modeling of Linear MIMO Systems using Particle Swarm Optimization. *International Conference on Automatic and Autonomous Systems*.
- [11] Vasu, G.; Namratha, J. N. and Murari, P., 2012. Order Reduction of Linear Dynamic Systems Using improved Generalise Least-Squares Method and PSO. *International Journal of Engineering Research and Application*. Vol. 2, pp. 581-587.
- [12] Silva, M. J. P.; Vidal, J. F.; Costa JR, C. T. e Silva, O. F., 2017. Redução de Ordem de Sistemas Dinâmicos Utilizando Inteligência Computacional – Uma Abordagem via Firefly Algorithm. *XIII-SBAI- Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, Porto Alegre, RS, Brasil.
- [13] Bouazza, A., 2017. Comparison of Singular Perturbations Approximation Method and Meta-Heuristic-Based Techniques for Order Reduction of Linear Discrete Systems. *Applied and Computational Mathematics*, Vol. 6, No. 4-1, pp. 48-54.
- [14] Aguirre, L. A., 1993. Quantitative Measure of Modal Dominance for Continuous Systems. *Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2405-2410. San Antonio, Texas, USA.
- [15] El-Attar, R. A. and Vidyasagar, M., 1978. Order reduction by l_1 - and l_∞ - norm minimization. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 23, n. 04, pp. 731-734.
- [16] Hsia, T.C., 1972. On the simplification of linear systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 17, n. 04, pp. 372-374.
- [17] Moore, B. C., 1981. Principal component analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 26, no 01, pp. 17-32.
- [18] Pernebo, L. and Silverman, 1982. Model reduction via balanced state-space representations. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 27, n. 02, pp. 382-387.
- [19] Muscato, G., 2000. Parametric generalized singular perturbation approximation for model order reduction. *IEEE Transactions On Automatic Control*, Vol. 45, n. 02, pp. 339-343.
- [20] Mansour, M. M. and Mehrotra, A., 2003. Model-Order reduction based on PRONY's method. *Proceedings of the Design, Automation and Test in Europe Conference and Exhibition*.
- [21] Yang, X. S., 2008. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithm*. UK: Luniver Press. ISBN:978-1-905986-28-6.
- [22] Xing, B. and Gao, W. J., 2014. *Innovative Computational Intelligence: A Rough Guide to 134 Clever Algorithms*. Springer International Publishing Switzerland.
- [23] Ribeiro, L. A. D., 2014. *Otimização Estrutural de Treliças Utilizando o Algoritmo Firefly*. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis – SC. Brasil.
- [24] Kennedy, J.; Eberhart, R. C., 1995. Particle Swarm Optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*. Piscataway, NJ, USA. pp. 1942–1948.
- [25] Eusuff, M.; Lansey, K., 2006. Shuffled frog-leaping algorithm: a memetic meta-heuristic for discrete optimization. *Engineering Optimization*. Vol. 38, No. 2, pp. 129–154.
- [26] Xingyu, T.; Heng, L., 2019. Developing Shuffled Frog-Leaping Algorithm (SFLA) Method to Solve Power Load-Constrained TCRTO Problems. *Hindawi Advances in Civil Engineering*. Vol 2019, Article ID 1404636, pp. 16.
- [27] Pena, R. T; Aguirre, L. A.; Mendes, E. M. A. M., 1990. A four Fuel Drum Boiler Combustion Control System Study and Redesign, *IEEE 29th Conference on Decision and Control*, Hawaii, pp. 1567-1572.