

## ASSIMILAÇÃO DE DADOS ATMOSFÉRICOS UTILIZANDO REDES NEURAIS: NOVA ABORDAGEM

ROSÂNGELA S. C. CINTRA<sup>1</sup>, HAROLDO F. DE CAMPOS VELHO<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratório de Computação e Matemática Aplicada, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Av. Astronautas, 1758 – 12.227-101 -São José dos Campos, São Paulo

[rosangela.cintra@lac.inpe.br](mailto:rosangela.cintra@lac.inpe.br), [haroldo@lac.inpe.br](mailto:haroldo@lac.inpe.br).

**Resumo** – Assimilação de Dados é a combinação de um modelo dinâmico e de observações por metodologias que permitem que os dados forcem a evolução do modelo. Diversos métodos de assimilação de dados estão atualmente em uso nas ciências atmosféricas e oceânicas, onde procuram implantar uma solução de um algoritmo que mais se aproxime do estado “verdadeiro”. Métodos sequenciais ótimos são baseados em teoria de estimativa formal que minimiza os erros dos dados de acordo com a dinâmica do modelo. Métodos de assimilação de dados utilizando Redes Neurais Artificiais (RNA) vêm sendo propostos, principalmente em pesquisas do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, e têm apresentado resultados consistentes, eficientes computacionalmente e eficazes quanto à aplicação. Uma nova abordagem na aplicação de Assimilação de Dados utilizando redes Perceptron de Múltiplas Camadas será aqui apresentada, esta propõe a redução da complexidade computacional do problema. Os estudos foram feitos em conjunto com o Filtro de Kalman Estendido para os sistemas dinâmicos não lineares: Sistema de Lorenz (1963) e Sistema Dynamo, o qual soluciona as equações de Água Rasa em uma dimensão. A RNA apresentou resultados muito próximos às trajetórias dos modelos dinâmicos comprovando a eficácia do método para o problema de assimilação de dados atmosféricos.

**Palavras-chave** – Assimilação de dados, Perceptron Multicamadas, Modelos Dinâmicos não Lineares

### 1. Introdução

O problema de determinar as melhores condições iniciais para os modelos de Previsão Numérica de Tempo (PNT) é de grande importância prática, e assunto de muitos estudos por pessoas de cenários diferentes. Os modelos de PNT são simulações computacionais da atmosfera que tomam a análise como ponto de partida e desenvolvem o estado da atmosfera no tempo usando a compreensão de física e dinâmica do fluido atmosférico. A análise meteorológica é produzida pelo processo de assimilação de dados, onde a informação recebida da observação é usada em conjunto com a previsão mais recente de um modelo numérico no tempo que a observação foi feita. A qualidade da Previsão do Tempo é fruto da formulação dos modelos matemáticos e físicos e da quantidade e qualidade dos dados observados.

A atmosfera se comporta como um sistema caótico, pois é muito sensível às pequenas variações nas condições iniciais. Por esta razão, existe a busca constante de obter a melhor análise, que é a melhor estimativa do estado atual da atmosfera para iniciar o ciclo de PNT. Para maior compreensão e maiores detalhes em assimilação de dados atmosféricos em [1] e [4].

Diferentes algoritmos de assimilação podem ser derivados de uma fonte comum, com aproximações próprias para cada algoritmo, por exemplo: métodos sequenciais como Interpolação Ótima (OI) e Filtro de Kalman, métodos variacionais em três dimensões (3D-VAR) e em quatro dimensões (4D-VAR) e métodos que utilizam Redes Neurais Artificiais [3]. Atualmente nos grandes centros mais de um milhão de observações são utilizados nos horários de análise. Estas observações são selecionadas para que seja possível a execução dos sistemas de assimilação de dados existentes. Neste cenário se insere metodologias que utilizam Redes Neurais Artificiais (RNA) que podem ser a solução, uma abordagem abrangente foi testada em Nowosad [10-11] e em [5-6].

Na solução do algoritmo de análise foi implantada uma RNA para obter o incremento de análise a ser adicionado ao modelo previsto e obter a condição inicial para integrar o modelo numérico de PNT. A rede utilizada foi o Perceptron de Múltiplas Camadas (PMC) com o algoritmo de treinamento de retro-propagação do erro. A nova metodologia foi aplicada ao Sistema de Lorenz [8] e ao Sistema Dynamo

(modelo com as equações de água rasa). O sistema de assimilação de dados utilizado como treinamento da RNA foi o Filtro de Kalman Estendido (FKE) por se tratarem de modelos não lineares. Boutier [1] introduz o Filtro de Kalman no contexto de assimilação de dados atmosféricos.

Grande parte da carga computacional do FKE reside na avaliação da evolução de tempo da matriz de covariância de erros dos estados. Neste ponto, a investigação e utilização da RNA atuam na eliminação desta carga computacional comparada ao FKE. Neste artigo não será abordado a complexidade de software ou as questões da validação algorítmica e científica. O desempenho do sistema de assimilação será discutido, baseada na formulação matemática da assimilação de dados, que apresenta a RNA como algoritmo eficiente no contexto da assimilação de dados.

## 2. Metodologia

Assimilação de dados é um meio manter o estado do modelo próximo à natureza pela assimilação de observações. No modelo de previsão, a representação do estado atmosférico, é uma matriz coluna chamada vetor de estado  $x$ . Alguns métodos de assimilação de dados são uma estimação de máxima verossimilhança usando toda informação disponível: denota-se a previsão como  $x^f$  e observações como  $y^o$ . Obtém-se o estado de análise  $x^a$  pela média ponderada linear entre  $x^f$  e  $y^o$ , seguindo a formulação:

$$x^a = x^f + K(y^o - H(x^f)) \quad (2.1)$$

onde  $K$  denota a matriz peso ou ganho da análise:

$$K = P^f H^T (H P^f H^T + R)^{-1} \quad (2.2)$$

Na expressão acima,  $P^f$  é a matriz de covariância do erro de modelagem (ou erro de previsão),  $R$  é a matriz de covariância do erro de medida,  $H$  representa o sistema de observação e o sobrescrito T indica matriz transposta. Na prática, observações diretas não são feitas em todos os pontos de grade para todas as variáveis prognósticas, os vetores  $y^o$  e  $x$  estão em diferentes espaços. Quando o operador  $H$  converte as variáveis prognósticas  $x$  para o espaço dos dados de observação  $y^o$  é chamado “operador de observação”.  $H$  não é um mapeamento linear. As diferenças entre observações e modelo de previsão (conhecidas como *vetor inovação*), com o operador  $H$  define o espaço das variáveis nos pontos de observação. A diferença entre análise e modelo de referência (conhecidos como *incremento de análise*) define pelo operador  $H$  o espaço das variáveis na grade do modelo de previsão. É necessário distinguir entre a própria realidade e a melhor possível representação da realidade então existe um vetor estado hipotético, chamado  $x^t$ . O estado  $x^t$  define os erros da análise, previsão, e de observação. E com estes erros obtêm-se a matriz de covariância do erro da análise,  $P^a$ , a matriz de covariância do erro da previsão  $P^f$  e a matriz de covariância do erro da observação  $R$ .

O Filtro de Kalman Estendido (FKE) é um método de assimilação de dados sequencial utilizado para obter a análise dos modelos numéricos testados e os resultados serviram para emulação da análise pelas redes neurais artificiais. O Filtro de Kalman é muito usado em problemas de estimação e controle, desde as primeiras aplicações no domínio aeroespacial, seu emprego ampliou-se a outras áreas e tem sido aplicado em meteorologia, oceanografia e hidrologia.

O FK tem a formulação do problema de estimação de verossimilhança acima (equação 2.1). Para sistemas não lineares, o modelo dinâmico do sistema é  $x_n = f(x_{n-1}, \eta_n)$ ,  $\eta_n \approx N(0, Q_n)$  e o modelo de medição:  $z_n = h(x_n, \xi_n)$ ,  $\xi_n \approx N(0, R_n)$ , onde  $x_n$  representa o vetor de estado do modelo no passo de tempo  $t_n$ ,  $f(\cdot)$  e  $h(\cdot)$  o modelo matemático de previsão e medição, bem como  $Q_n$  e  $R_n$  são os erros de modelagem e medição respectivamente. Neste caso usa-se o Filtro de Kalman Estendido (FKE) onde o modelo “linear” do sistema é:  $x_n = \tilde{x}_n + A(x_{n-1} - \tilde{x}_{n-1}) + W(\eta_n)$  e o modelo de medição  $z_n = \tilde{z}_n + H(x_n - \tilde{x}_n) + V(\xi_n)$ , onde  $A$  e  $H$  são os Jacobianos de  $f$  e  $h$ , em ordem a  $x$ ,  $W$  e  $V$  são os Jacobianos de  $f$  e  $h$ , em ordem a  $\eta$  e  $\xi$  respectivamente. O EKF apresenta o seguinte algoritmo:

- Fase de previsão, a partir do modelo:

$$\text{Previsão de estado: } x_n^f = f_n [x_{n-1}^f, 0] \quad (2.9)$$

$$\text{Previsão de covariância: } P_n^f = A_n P_n^a A_n^T + W_n Q_n W_n^T \quad (2.10)$$

- Fase de atualização:

$$\text{Calculo da Matriz Ganho: } K_n = P_n^f H_n^T [H_n P_n^f H_n^T + V_n R_n V_n^T]^{-1} \quad (2.11)$$

$$\text{Atualização do estado (análise): } x_n^a = x_n^f + K_n (z_n - h[x_n^f, 0]) \quad (2.12)$$

$$\text{Atualização da covariância da análise: } P_n^a = [I - K_n H_n] P_n^f \quad (2.13)$$

Para um caso concreto é necessário definir o vetor de variáveis de estado  $x_n$ , identificar a matriz  $A$  que representa a dinâmica de transição de estado, identificar a matriz  $H$  que representa a relação entre as variáveis mensuráveis e as variáveis de estado do sistema. Avaliam-se as incertezas no modelo do sistema e dos instrumentos de medição e devem-se exprimi-las sob a forma de covariâncias das variáveis respectivas. O FK constitui um processo recursivo eficiente, uma vez que o erro quadrático médio é "minimizado", ou seja, é uma solução eficiente do método de mínimos quadrados, seria a estimação de mínimos quadrados com hipóteses gaussianas. O método FK tem as suas raízes no controle de sistemas, a sua aplicação em assimilação de dados já se faz há décadas. Jazwinski [1] provê uma introdução e discussão matemática mais precisa.

O FKE foi escolhido neste trabalho para se obter os dados de entrada para utilização da RNA e para avaliação de resultados do método proposto.

O processo de assimilação de dados, como já especificado, em alguns métodos consiste em um algoritmo que combina previsões de um modelo numérico, para um determinado instante, com dados observacionais, para o mesmo instante, a fim de se obter uma melhor estimativa do estado da atmosfera. Tal processo pode ser expresso de forma concisa pela Equação (2.1) e (2.2).

A nova abordagem é um método híbrido onde o algoritmo resolve uma parte da formulação matemática e a outra parte é resolvida pela RNA. A formulação matemática algébrica geral é baseada na estimação de mínimos quadrados [12]. As incertezas do modelo, das observações e da análise, assumem modelos de erros, calculadas por Função de Distribuição de Probabilidade (FDP) para cada tipo de erro. Os erros são modelados como "gaussianos". As matrizes de covariância destes erros são pré-determinadas. Esta matriz do modelo de previsão denota-se  $B$  e das observações denota-se  $R$ . Note que a matriz de covariância do erro de modelagem passa a ser denominada  $B$  por ser pré-estabelecida, enquanto que a notação em FKE é  $P^f$ , porque é determinada em tempo de integração do modelo.

A metodologia proposta utiliza uma Rede Neural Artificial (RNA), um modelo com conexões associada a "pesos" que armazenam o conhecimento e servem para ponderar a entrada recebida por cada neurônio da rede. A RNA que possui interconexões da entrada à camada de saída, e tem pelo menos uma camada de neurônios intermediária, tipicamente denominada de camada escondida, é o Perceptron Multicamadas (PMC), o modelo mais simples e conhecido [7].

Uma PMC realiza um mapeamento complexo  $y = \Psi(w, x)$ , do vetor de entradas  $x = [x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]$  ao vetor de saídas  $y = [y_0, y_1, y_2, y_3, \dots, y_N]$  parametrizado pelos pesos sinápticos  $w$ . Redes Perceptron Multicamadas são ferramentas que, dado um número suficiente de neurônios conseguem aproximar qualquer função linearmente contínua. PMC possui a capacidade de aprender através de exemplos e fazer interpolações e extrapolações do que aprenderam. Um conjunto de procedimentos bem definidos é utilizado para adaptar os parâmetros de uma RNA a fim de produzir uma saída desejada. O processo de treinamento ou aprendizado supervisionado consiste em minimizar o erro entre a saída da rede para um determinado padrão de entrada e a resposta esperada para aquele mesmo padrão. Neste trabalho utilizou-se o algoritmo de retro-propagação do erro com o processo de treinamento citado.

Os primeiros resultados do método de assimilação de dados com RNA aplicadas a modelos não-lineares são apresentados em [11]. A mesma técnica de assimilação com RNA recorrentes apresentada em [5]. O método de assimilação de dados baseado em RNA utilizada por Nowosad [11] e Härter[5] pode

ser descrito como:  $x_n^a = F_{RNA} \{x_n^f, y_n^o\}$  onde  $F_{RNA}$  representa o processo de assimilação por RNA, onde as entradas da rede são o modelo de previsão e as observações. A saída esperada apresentada no treinamento é a análise de outro método de assimilação.

Neste trabalho, a assimilação de dados é feita com a estimação do incremento de análise através da RNA, com um processo de dois passos:

$$\text{Passo de previsão: } x_n^f = F[x_{n-1}^f]$$

$$\text{Passo de análise: } x_n^a = x_n^f + d_n$$

O vetor *incremento de análise* é o produto entre uma matriz de ponderação e uma função que mede a discrepância entre a previsão do modelo e as observações:  $d_n = M_{ma}(y_n^o - x_n^f)$  sendo  $M_{ma}$  a função de estimação do vetor *correção*, equivalente às equações 2.12 e 2.13 do FKE

$$d = BH^T(HBH^T + R)^{-1}(y^o - H(x^f))$$

No procedimento de assimilação de dados com RNA proposto neste trabalho, temos o seguinte algoritmo:

1. Cálculo do *vetor inovação* ( $y^o - H(x^f)$ );
2. Obtenção do vetor incremento de análise  $d$  com a ativação da RNA
3. Adição do incremento de análise ao modelo de previsão  $x^f$  obtendo a análise  $x^a$ : ( $x_n^a = x_n^f + d_n$ ).

A ativação da RNA substituiu o cálculo da equação 2.11, ou seja, o cálculo da matriz ganho, formulação da inversa desta matriz e o retorno ao espaço do modelo (eq. 2.12). O algoritmo de treinamento teve como dados de entrada obtidos da execução prévia do FKE com os modelos teste de uma realização. A PMC de uma camada escondida teve como entradas o vetor *inovação*, observações ( $y^o$ ) menos o vetor de previsão ( $x^f$ ) e o vetor *incremento de análise* ( $d$ ), para treinamento. O espaço de trabalho do *vetor inovação* é o espaço da observação, no instante da observação. O incremento de análise  $d$  foi obtido do cálculo da equação 2.21 do FKE, cujo espaço das variáveis é a grade do modelo. O *incremento de análise* a ser adicionado ao modelo de previsão, nesta nova abordagem proposta, é obtido com a generalização da RNA e resultará no espaço do modelo.

### 3. Resultados

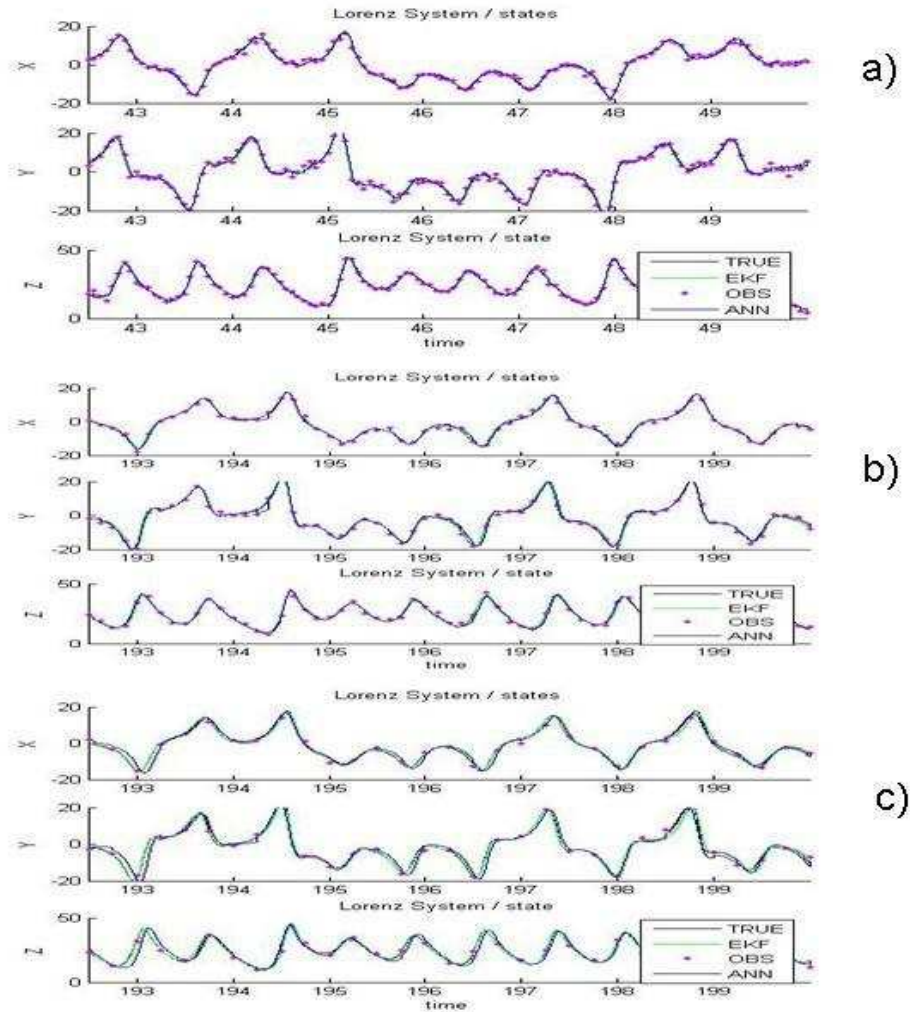
O primeiro teste foi feito com o Sistema de Lorenz, denominado experimento 1. Edward Lorenz em sua pesquisa dos sistemas dinâmicos elegeu três equações conhecidas como Equações de Lorenz que representam graficamente o comportamento dinâmico através de computadores. Descreveu um sistema relativamente simples com um padrão de complexidade infinita, onde se verificou que a partir de estados iniciais ligeiramente diferentes, o sistema de equações diferenciais (representando o estado de um fluido em convecção térmica utilizado então como protótipo do estado atmosférico), resultava em soluções completamente diferentes entre si. O sistema de Lorenz consiste de três acopladas equações diferenciais ordinárias de primeira ordem: [8]

$$dX/dt = -\sigma(X - Y) \quad (3.1)$$

$$dY/dt = \rho X - Y - XZ \quad (3.2)$$

$$dZ/dt = XY - \beta Z \quad (3.3)$$

Para uma abordagem caótica  $\sigma$ ,  $\rho$  e  $\beta$  tem os valores 10, 28 e 8/3, respectivamente. Com o sistema de Lorenz utilizou-se uma RNA com três entradas relativas ao *vetor de inovação* das variáveis X, Y e Z e o vetor  $d$  das respectivas variáveis utilizadas como "*saída alvo*" durante o treinamento, que teve sua convergência no mínimo erro entre a saída esperada e a saída calculada pela RNA. Na estimação do vetor  $d$  (incremento de análise), a PMC teve oito neurônios na camada escondida e três na camada de saída referente ao *incremento de análise* de X, Y e Z. O treinamento foi feito com 32.000 passos de tempo=0.00625 na execução do modelo. A assimilação de dados foi feita nos intervalos de 10, 20 e 40 passos de tempo, e os resultados podem ser vistos na (Figura 1).



**Figura 1** – Sistema de Lorenz: a) observações a cada dez passos de tempo; b) observações a 20 passos de tempo; c) observações a quarenta passos de tempo; observações (pontilhado magenta), estado verdadeiro (linha preta), estado com EKF (linha verde), estado RNA<sub>2</sub> (linha azul).

O segundo teste foi feito com o modelo meteorológico Dynamo, denominado experimento 2. Segundo [2] o modelo Dynamo simula movimentos atmosféricos em escala sinótica. Apesar de sua grande simplicidade, o código Dynamo é capaz de reproduzir importantes fenômenos da dinâmica atmosférica. Este modelo é uma aproximação das equações de Águas Rasas que considera a atmosfera como um fluido incompressível e em equilíbrio hidrostático na vertical, com o campo de velocidades independente da componente  $z$ ; admite-se atmosfera seca e fronteira livre para a altura geopotencial. A superfície é considerada plana ( $z = 0$ ) e as condições de contorno são periódicas para todas as variáveis. Partindo das equações de águas rasas, num sistema de referência não inercial, temos:

$$\frac{du}{dt} - fv + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{dv}{dt} + fu + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} + \Phi(u_x + v_y) = 0 \quad (3.6)$$

onde  $d/dt$  é a derivada substantiva;  $x, y$  são as coordenadas no sentido oeste e norte;  $t$  é o tempo;  $\Phi = gh$  o geopotencial, sendo  $h$  a altura do fluido acima da superfície plana;  $u, v$  são as velocidades zonal e meridional. Considera-se o parâmetro de Coriolis na forma  $f = f_0 + \beta y$  com  $f_0, \beta$  constantes. Por último, os subscritos significam derivação parcial. Supondo que o vento zonal seja constante e esteja em

balanço geostrófico com o geopotencial  $f\bar{u} = -\partial\bar{\Phi}/\partial y$  e os desvios sejam variáveis unidimensionais [5]:  $u = \bar{u} + U(x,t)$ ;  $v = V(x,t)$ ;  $\Phi = \bar{\Phi}(y) + \phi(x,t)$ .

O modelo Dynamo foi integrado no passo de tempo de 60 segundos. Os dados foram inseridos a cada 360 passos de tempo. A rede PMC para este modelo possui três entradas relativas ao *vetor de inovação* das variáveis:  $U$ ,  $V$  e  $\Phi$  e o vetor incremento  $d$  das respectivas variáveis. No treinamento estas entradas foram coletadas da execução prévia do modelo Dynamo com FKE. Esta PMC foi implantada com quinze neurônios na camada escondida e foi treinada com 200 exemplos. Na generalização, a ativação da RNA foi feita a cada 360 passos de tempo. O tempo total de integração foi feito para 1200 horas ou 50 dias. Os resultados mostram que com a assimilação de dados a cada 6 horas, as condições iniciais geradas pela RNA fizeram com que a trajetória do modelo de previsão coincidissem a trajetória do modelo verdadeiro, para as três variáveis, os resultados podem ser vistos na (Figura 2). Para cada gráfico das trajetórias dos modelos há um gráfico da diferença logarítmica entre os modelos.

#### 4. Discussão

A consequência da instabilidade dos resultados notada no sistema de Lorenz é que, mesmo em sistemas determinístico, existe grande sensibilidade a perturbações e erros. Assimilação de dados atmosféricos é uma das aplicações frequentes da utilização do sistema de Lorenz, por ser um modelo dinâmico simples com comportamento caótico, sensível às condições iniciais. O treinamento da RNA foi feito com incorporação das observações em um único espaçamento de tempo e na generalização obteve-se em espaçamentos diferentes a condição inicial no momento da observação. Em todos estes instantes, o modelo iniciado com a condição gerada pela RNA, seguiu a trajetória do modelo verdadeiro.

A importância de se avaliar o desempenho do método de assimilação com redes neurais com o modelo Dynamo- 1D é devido a sua não-linearidade, e por possuir ondas meteorológicas importantes (Rossby e gravidade), e possui dimensão espacial. Nos testes apresentados a seguir, a observação foi gerada artificialmente somando-se o ruído aleatório às variáveis previstas pelo modelo numérico e não ao método integrador, ou seja, a curva de observação é acoplada em à dinâmica seguida pelo modelo numérico. Isto significa que após o processo de filtragem, as curvas estimadas pelas RNA e pelo FKE devem coincidir com a curva resultante do modelo de PNT. No experimento com este modelo o treinamento e a generalização foram feitos com o mesmo espaçamento de assimilação e o erro das trajetórias entre o modelo verdadeiro e o estimado é da ordem de  $10^{-4}$  a  $10^{-6}$ .

#### 5. Conclusão

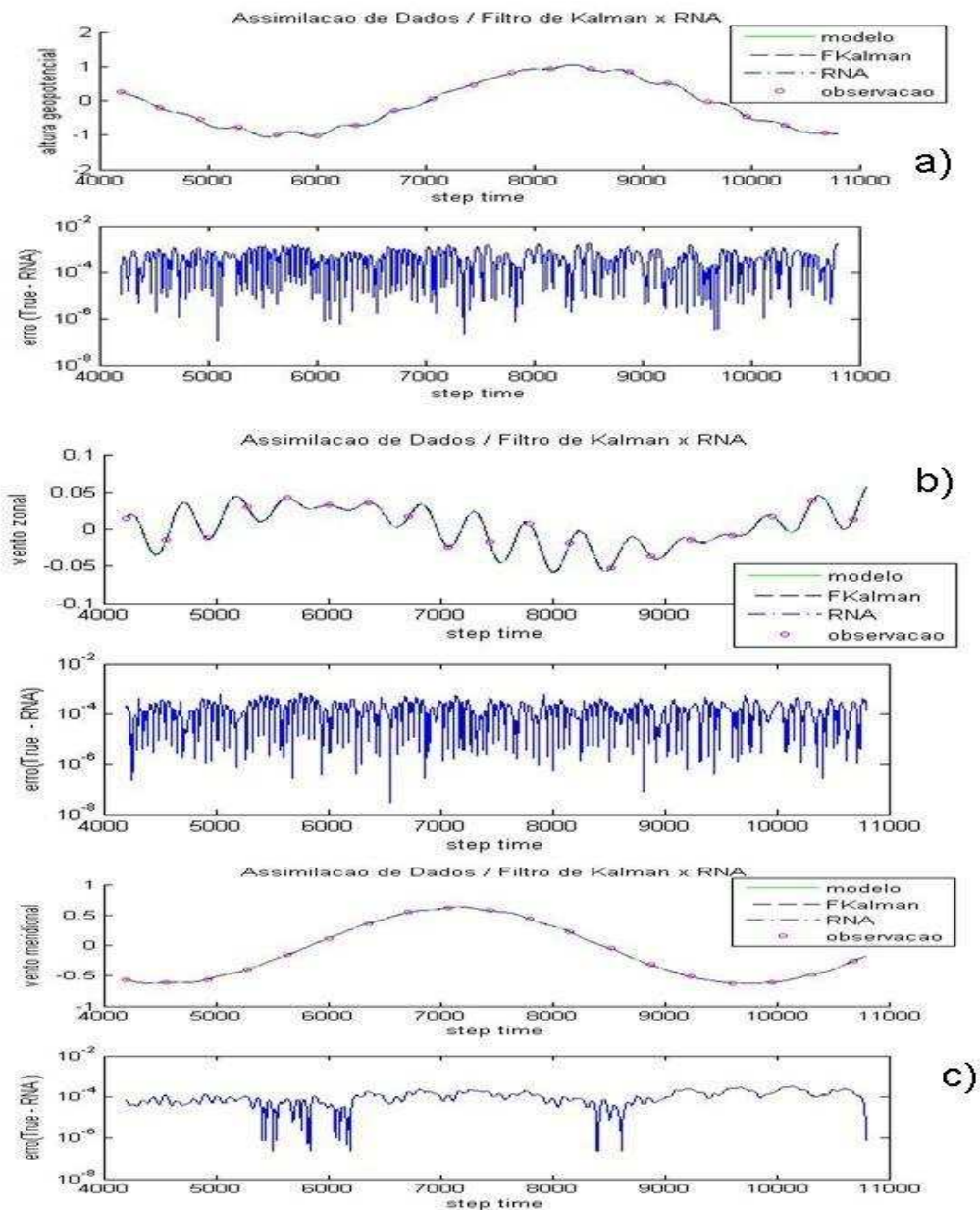
Sabe-se que existem erros no modelo e nas observações, e os sistemas de análise atuais devem projetar um algoritmo automático que minimize a diferença entre a análise e a “verdade”. A nova abordagem da utilização da RNA tem o propósito de redução do esforço computacional para se obter a condição inicial de modelos numéricos. Nesta abordagem, não existe dependência do conhecimento dos erros da modelagem e das observações. O método é solucionado independente do espaço das variáveis, (observação ou modelo). A generalização da RNA para obtenção do incremento de análise  $d$  substituiu todo o cálculo da inversão das matrizes de covariância de erro para obter a matriz “ganho” da análise e não possui o cálculo da soma do incremento de análise para a grade do modelo, pois já está neste espaço, com isso executa menos operações computacionais o que diminui a complexidade do algoritmo.

#### Agradecimentos:

Os autores agradecem ao Dr. Fabrício Harter pela concessão das rotinas referentes ao modelo Dynamo-1D, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico(CNPq) pelo apoio financeiro à pesquisa.

#### Referências:

- [1] F. Boutier, P. Courtier, Data Assimilation concepts and methods. In: **Meteorological Training Course**, Reading, UK, 1998.
- [2] H.F. Campos Velho, A Comprehensive Analysis of a Barotropic Limited Area Model Using the Nonmodal Matrix Technique. **Revista Brasileira de Meteorologia**, 2, 12(1997), 41–50



**Figura 2** - Sistema Dynamo-1D: a) assimilação a cada 360 passos, para variável  $\phi$ , b) para a variável  $u$ ; c) para a variável  $v$ ; sendo observações (magenta), estado verdadeiro (linha preta), estado com EKF( linha verde), estado iniciado com RNA (linha azul). E respectivamente a diferença entre o estado verdadeiro de o modelo com assimilação RNA.

- [3] H.F. Campos Velho, N. Vijaykumar, S. Stephany, A. J. .Preto, A. .G Nowosad, A Neural Network Implementation for Data Assimilation using MPI, **Applications of High-Performance Computing in Engineering**, WIT Press, 2002, 280 p
- [4] R. Daley, R. **Atmospheric data analysis**. Cambridge University Press, 1991. 457 p
- [5] F. P. Hartër, F. P.; Redes neurais recorrentes aplicadas à assimilação de dados em dinâmica não linear, **Dissertação de Doutorado** INPE, São José dos Campos,2004..
- [6] F. P. Harter, H. F. Campos Velho, Recurrent and feedforward neural networks trained with cross correlation applied to the data assimilation in chaotic dynamic, **Revista Brasileira de Meteorologia**, 20, 3(2005), 411-420.
- [7] S. Haykin, **Redes neurais: princípios e práticas**. Porto Alegre: Bookmann, 2001
- [8] A. Jazswinski, **Stochastic processes and filtering theory**. New York: Academic, 1970. 376 p.
- [9] E. Lorenz, Deterministic nonperiodic flow. **Journal of the Atmospheric Sciences**, 20, 2(1963), 130-141.
- [10] A. G. Nowosad, Novas abordagens para assimilação de dados meteorológicos. **Dissertação de Doutorado**, INPE, 2001
- [11] A. Nowosad, H. F. Campos Velho, A. Rios Neto, A. Neural network as a new approach for data assimilation. In: **Brazilian Congress On Meteorology**, 11, SBMET, (2000), 3078-3086.
- [12] O. Talagrand. Assimilation of observations, an introduction. **J. Meteor. Soc. Japan**, 75(1997), 191-209.