

# Reconstrução de Imagens Tomográficas Geradas por Projeções Fan-Beam com Detetores Eqüidistantes usando Redes Neurais Parcialmente Conectadas

Luciano Frontino de Medeiros<sup>1</sup>, Hamilton Pereira da Silva<sup>2</sup>, Eduardo Parente Ribeiro<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mestre em Informática, FACINTER

<sup>2</sup>Doutorando em Engenharia dos Materiais, COPPE-UFRJ

<sup>3</sup>Doutor, Prof. Adjunto, Depto. Engenharia Elétrica, UFPR

E-mails: lfm@netpar.com.br, hps\_curitiba@yahoo.com, edu@eletr.ufpr.br

## Abstract

We present a neural network approach for the tomographic imaging problem using interpolation methods and fan-beam projections. This approach uses a partially connected neural network especially assembled for solving the tomographic reconstruction problem (without the need for training). We extended the calculations to perform the reconstruction with interpolation and to allow reconstruction of fan-beam geometry problems. The main goal is to aggregate speed and quality for the tomographic reconstruction process.

## 1. Introdução

Redes neurais já foram estudadas como alternativas de reconstrução de imagens de tomografia computadorizada [1, 2, 3], numa abordagem convencional de perceptron multicamada com treinamento *backpropagation*. Neste artigo apresentamos uma alternativa para obtenção de imagens tomográficas usando redes neurais parcialmente conectadas, sendo estas conexões determinadas pela geometria do problema e não necessitando de treinamento, conforme trabalho já desenvolvido anteriormente para projeções obtidas com raios paralelos [4, 5].

Expandimos aqui a abordagem para reconstrução com interpolação e projeções com feixes radiais (*fan-beam*), que considera o uso de uma linha de detetores eqüidistantes. Esta geometria é considerada mais próxima das configurações reais dos equipamentos [6]. Para o feixe ser considerado paralelo, cada detetor deveria ter uma fonte de radiação alinhada correspondente. No caso do equipamento possuir uma única fonte pontual, os detetores farão ângulos diferentes com a fonte conforme a distância da fonte de radiação aos detetores. Se a distância da fonte de radiação aos detetores é grande, o feixe pode ser considerado paralelo, utilizando-se então o algoritmo da retroprojeção filtrada convencional. Caso contrário, os ângulos entre fonte e detetores serão representativos, resultando em projeções e imagem final distorcidas.

Na figura 1, temos o modelo (*phantom*) de Shepp-Logan, bastante utilizado na literatura [6, 7], empregado para demonstração do efeito. A meta neste artigo consiste, além da busca de velocidade, em melhorar a qua-

lidade das imagens obtidas considerando-se o método da interpolação e as projeções *fan-beam*. O algoritmo de reconstrução deverá ser então modificado para prevenir distorções que possam ser introduzidas na imagem final.

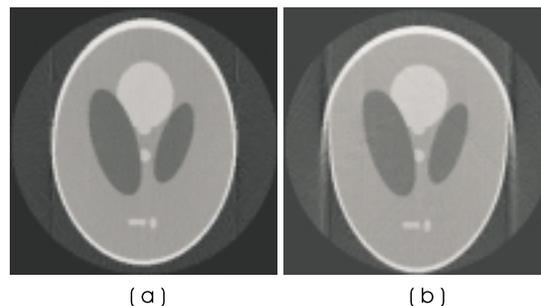


Figura 1: Imagens reconstruídas de um mesmo modelo (*phantom*) de Shepp-Logan. Em (a) temos a reconstrução de projeções com algoritmo considerando a geometria de raios paralelos. Caso as projeções sejam obtidas conforme a geometria *fan-beam*, o mesmo algoritmo de reconstrução produzirá a imagem distorcida mostrada em (b).

A rede neural parcialmente conectada utilizada para a retroprojeção filtrada, tal como apresentada em [4, 5] e com os pesos previamente calculados, terá assim de sofrer certas modificações, passando a ter características de uma retroprojeção filtrada *ponderada*. Esta ponderação estará diretamente relacionada aos ângulos existentes entre fonte e detetores.

## 2. Métodos

Uma projeção tomográfica de um objeto é obtida quando se atravessa este mesmo objeto por um feixe de radiação e este feixe projeta uma "sombra" em um anteparo devidamente colocado (figura 2). As propriedades deste objeto tais como massa ou densidade específica irão apresentar resistência exponencial à penetração da radiação [7, 8],

$$I = I_0 \exp \left\{ \int_L f(x, y) du \right\} \quad (1)$$

O sinal observado consistirá na relação logarítmica,

$$p = \ln \left( \frac{I_0}{I} \right) \quad (2)$$

O par  $(s, \theta)$  representa as coordenadas do raio relativas ao objeto,  $s$  representando o deslocamento da projeção e  $\theta$  o ângulo ao qual a projeção está sendo obtida. O valor  $p(s, \theta)$  representa o valor da projeção nestas coordenadas. As projeções são obtidas assim para vários ângulos, e o problema da reconstrução irá residir no mapeamento de  $p(s, \theta)$  para o espaço da imagem de maneira a obter os pontos  $f(x, y)$  referentes à seção projetada do objeto.

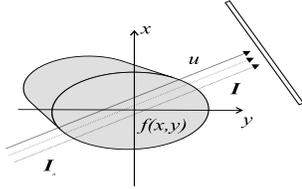


Figura 2: Feixe de radiação atravessando um objeto.

A transformada de Radon, definida como a integral de linha ao longo da linha inclinada a um certo ângulo  $\theta$  do eixo  $y$  e à distância  $s$  da origem, descreve o processo de formação da projeção. A transformada inversa de Radon é o que se deseja calcular para obtenção da imagem tomográfica:

$$f(r, \phi) = \left( \frac{1}{2\pi^2} \right) \int_0^\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\frac{\partial p}{\partial s}(s, \theta)}{r \cos(\theta - \phi) - s} ds d\theta \quad (3)$$

sendo  $(r, \phi)$  as coordenadas polares da imagem a ser reconstruída. A quantidade  $p(s, \theta)$  que é a projeção medida pelos detectores é chamada de *senograma* ou também de *raio-soma*, simbolizando o somatório dos pontos representados por  $f(r, \phi)$  ao longo do raio a uma distância  $s$  e ângulo  $\theta$ . Com este mapeamento, cada ponto em  $(s, \theta)$  terá sua linha correspondente em  $(r, \phi)$ . A maioria dos equipamentos, no entanto, utiliza como método para a reconstrução da imagem não a transformada inversa mas a retroprojeção filtrada, por uma maior facilidade numérica.

Na figura 3 vemos o feixe incidindo sobre um objeto produzindo um perfil sobre uma linha de detectores. O ponto  $A$  se refere ao ponto sobre esta linha de detectores onde incide um raio particular  $s$ . Pode-se traçar uma reta paralela a esta linha cruzando a origem  $O$ . Assim a linha reta perpendicular que passa por  $A'$  refere-se ao raio-soma produzindo um valor de projeção  $p(s, \theta)$ . O ângulo  $\theta$  refere-se então ao ângulo formado pelo segmento  $\overline{OA'}$  com o eixo  $x$ . O deslocamento  $s$ , equivalente ao segmento  $\overline{OA'}$ , pode assim ser representado pela seguinte relação geométrica

$$s = r \cos(\theta - \phi) \quad (4)$$

Esta equação é fundamental para a compreensão do processo de reconstrução tomográfica, mostrando

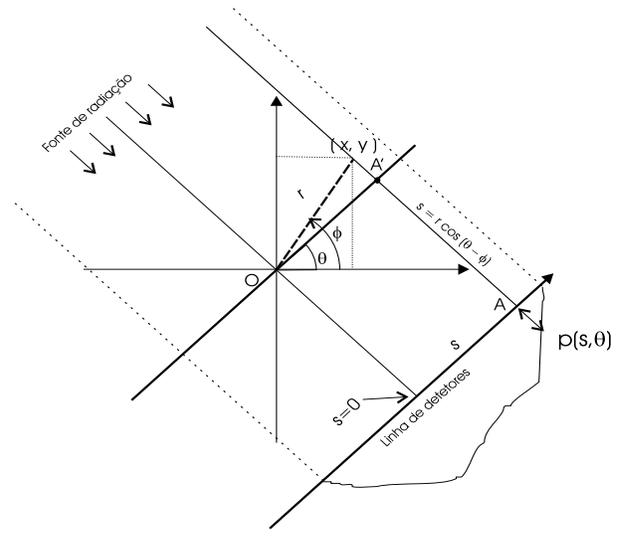


Figura 3: Representação geométrica das projeções com raios paralelos.

a relação puramente geométrica entre o domínio das projeções e o domínio espacial, não sendo relacionada ao conteúdo específico das projeções ou da imagem final.

Até aqui a explicação sobre reconstrução tomográfica se baseou em feixe de raios paralelos atravessando o objeto. Quando tratamos de projeções *fan-beam* a fonte de radiação é considerada pontual e existe uma linha de detectores no lado oposto do objeto. O objeto então é rotacionado gerando o conjunto de projeções da seção do objeto [6, p.397]. Existem dois tipos de projeções *fan-beam*: intervalos *equidistantes* ou *equiangulares* entre detectores. Neste artigo trataremos das projeções com intervalos equidistantes.

Na figura 4, temos a fonte localizada no ponto  $S$ , a uma certa distância  $D$  da origem dos eixos e rotacionada por um ângulo  $\beta$ . O raio-soma incidindo em  $\beta$  produz um valor de projeção na linha de detectores sobre o segmento  $\overline{D_1 D_2}$ . Transpondo-se esta linha para um segmento imaginário  $\overline{D'_1 D'_2}$ , temos que o deslocamento  $s'$  referente ao segmento  $\overline{OA'}$  vem a ser a seguinte expressão [6, p.410]

$$s' = \frac{r \cos(\beta - \phi)}{U} \quad (5)$$

onde temos  $\beta$  ao invés de  $\theta$ , que representa agora o ângulo que a linha representada pela fonte-detector<sup>1</sup> faz com o eixo  $y$ , assumindo valores no intervalo  $[0, \pi]$ . Pode-se notar a divisão do termo à direita da equação 4 pelo termo de ponderação  $U$ , que é fornecido pela expressão

$$U = 1 + \frac{r \sin(\beta - \phi)}{D} \quad (6)$$

onde temos  $D$  como sendo a distância da fonte à origem do plano do objeto. Quando  $D \rightarrow \infty$ ,  $U \rightarrow 1$ , e a expressão 5 equivalerá à 4. Portanto, com a fonte a grande

<sup>1</sup>O ângulo  $\theta$  se refere à linha de detectores (que é perpendicular à linha fonte-detector) em relação ao eixo  $x$ , sendo também sua faixa de trabalho no intervalo  $[0, \pi]$ .

distância do objeto, a geometria *fan-beam* equivale à geometria de feixe de raios paralelos.

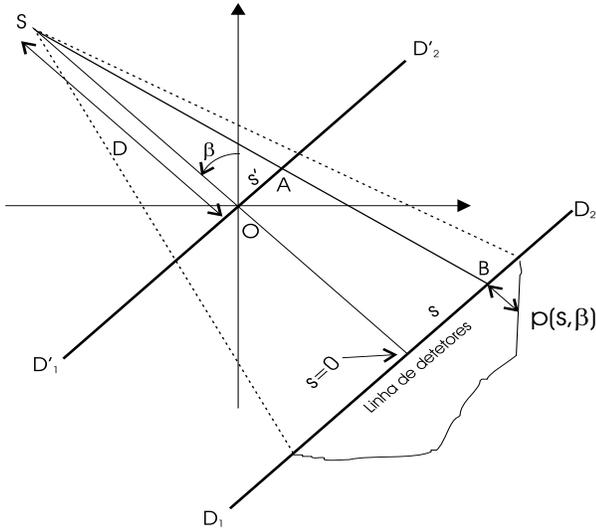


Figura 4: Representação geométrica das projeções dadas por feixe *fan-beam*.

A imagem tomográfica pode ser obtida com a reconstrução a partir das projeções, utilizando o algoritmo da *retroprojeção filtrada* [7, 8], desenvolvido por Ramachandran e Lakshminarayanan. Em nossa abordagem, a retroprojeção filtrada é implementada por duas redes parcialmente conectadas para tirar proveito do paralelismo desta estrutura e fornecer maior rapidez no cálculo[4, 5]:

1. Rede parcialmente conectada para filtragem
2. Rede parcialmente conectada para retroprojeção

A seguir descrevemos as redes de retroprojeção filtrada bem como as alterações necessárias à reconstrução de CT com projeções *fan-beam*.

### 2.1. Rede de Retroprojeção

O operador de retroprojeção é definido no intervalo  $0 \leq \theta < \pi$ . A quantidade  $f(x, y)$  é chamada de retroprojeção de  $q(s, \theta)$ , assumindo que são as projeções previamente filtradas. Este operador deve ser entendido como sendo uma acumulação dos raios-soma cruzando o ponto  $(x, y)$ . Portanto, é feita a integração dos raios-soma que recaem sobre a senóide dada pela equação 4. Na figura 5 vemos como exemplo várias senóides sobre o plano  $(s, \theta)$ , e na figura 6 a contribuição dos pontos sobre esta senóide para o ponto  $(x, y)$  na imagem final. Expressa em coordenadas polares, a equação na forma contínua é dada por

$$f(r, \phi) = \int_0^\pi q(r \cos(\theta - \phi), \theta) d\theta \quad (7)$$

A forma discreta da equação anterior é

$$f(r, \phi) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M q(r \cos(\theta_i - \phi), \theta_i) \quad (8)$$

onde os  $\theta_i$  são os ângulos obtidos a intervalos fixos  $\Delta\theta$ .

Considerando-se a geometria de projeções *fan-beam*, a equação discreta da retroprojeção é assim definida[6, p.412]

$$f(r, \phi) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{1}{U^2} q\left(\frac{r \cos(\beta_i - \phi)}{U}, \beta_i\right) \quad (9)$$

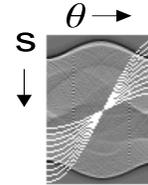


Figura 5: Senóides sobre o plano de projeções.

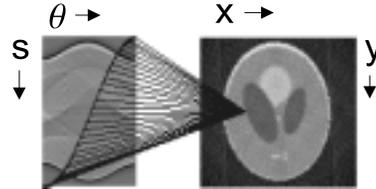


Figura 6: Contribuição dos pontos em  $(s, \theta)$  sob a senóide para um ponto  $(x, y)$  da imagem final.

Para o deslocamento calculado pela equação 4 deveríamos obter valores de ponto flutuante. Caso truncemos o valor para uma posição discreta, poucos pontos relevantes  $(s, \theta)$  irão contribuir para um ponto na imagem final. A figura 7 mostra uma "ampliação" mostrando como os pontos estão espaçados, gerando desta forma uma imagem de baixa resolução.

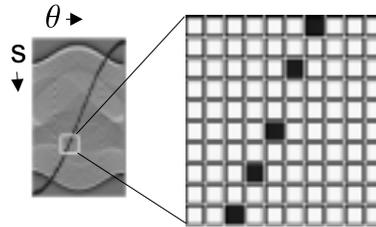


Figura 7: Ampliação de trecho da senóide mostrando os pontos calculados conforme a equação 4.

Para resolver este problema, lançamos mão do método da interpolação [8, 9] para fazer um bom uso do valor de  $s$ . Se temos um resultado para  $s$  como ponto flutuante, é lógico então utilizar dois pontos adjacentes no

plano  $(s, \theta)$  para alimentar o ponto  $f(x, y)$  do plano da imagem final. Veja a figura 8.

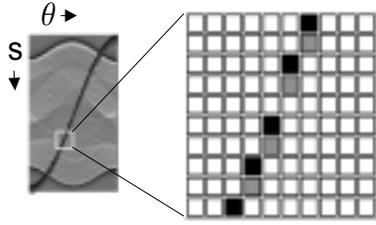


Figura 8: Ampliação de trecho da senóide mostrando os pontos utilizados no método da interpolação.

Entretanto, a expressão da rede neural parcialmente conectada pode ser interpretada como casos especiais de uma solução genérica, envolvendo a total conexão entre os pontos dos planos  $(s, \theta)$  e  $(r, \theta)$  ou  $(x, y)$ . Uma rede neural do tipo *feedforward* totalmente conectada é construída a partir de uma combinação linear tal como [10],

$$y_j = \sum_{i=0}^{N-1} w_{ji} x_i \quad (10)$$

onde cada saída  $y_j$  está conectada à entrada  $x_i$  através de um peso  $w_{ji}$ . Portanto, fazendo um paralelo desta equação com a fórmula de retroprojeção 8, a expressão genérica da total conexão entre os planos de projeções e imagem reconstruída vem a ser

$$f(r, \phi) = \frac{1}{NM} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M w_{ji} q(s_j, \theta_i) \quad (11)$$

onde cada ponto na imagem final está totalmente conectado por pesos  $w_{ji}$  a todos os pontos do plano de projeção. O índice  $j$  se refere a valores de deslocamento no intervalo  $[1, N]$  (onde  $N$  é o número de pontos da projeção) enquanto que o índice  $i$  está na faixa  $[1, M]$  (onde  $M$  é o número de projeções ou ângulos).

O primeiro caso especial sob esta solução genérica reflete a situação exposta pela equação 4, sem interpolação, com a seguinte fórmula,

$$f(r, \phi) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M w_i q(s, \theta_i) \quad (12)$$

deduzida da equação anterior e tendo os pesos

$$w_i = 1 \quad (13)$$

e os valores de  $s$  dados pela equação 4.<sup>2</sup>

Considerando-se a geometria *fan-beam* e fazendo um paralelo com a equação 9, os pesos passam a ser dados por

$$w_i = U^{-2} \quad (14)$$

<sup>2</sup>Com  $s$  sendo dependente de  $\theta, r$  e  $\phi$ , diminui-se o grau de liberdade para  $s$  proposto na equação 11, eliminando-se assim o índice  $j$ .

O segundo caso avança um pouco mais considerando a interpolação. Apenas os dois pontos adjacentes no eixo  $s$  contribuem para a conexão no ponto da imagem à frente, e a fórmula é dada por

$$f(r, \phi) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [w_{1i} q(\lfloor s \rfloor, \theta_i) + w_{2i} q(\lceil s \rceil, \theta_i)] \quad (15)$$

O valor de  $s$  na fórmula 15 é calculado pela equação 4,  $\lfloor s \rfloor$  refere-se ao valor truncado de  $s$ ; e  $\lceil s \rceil$  significa o teto de  $s$ . Para os pesos  $w_{1i}$  e  $w_{2i}$ , as fórmulas são definidas por

$$w_{1i} = \lceil s \rceil - s = \lceil s \rceil - r \cos(\theta_i - \phi) \quad (16)$$

e

$$w_{2i} = s - \lfloor s \rfloor = r \cos(\theta_i - \phi) - \lfloor s \rfloor \quad (17)$$

Torna-se óbvio a partir das equações 16 e 17 de que os pesos conservam a propriedade de serem complementares,

$$w_{1i} = 1 - w_{2i} \quad (18)$$

ambos pertencendo ao intervalo  $[0, 1]$ .

Sob a ótica da geometria de projeções *fan-beam*, para que a equação 15 continue sendo válida, o cálculo dos pesos deve ser modificado para as seguintes expressões

$$w_{1i} = U^{-2} (\lceil s' \rceil - s') \quad (19)$$

e

$$w_{2i} = U^{-2} (s' - \lfloor s' \rfloor) \quad (20)$$

É relevante salientar que o algoritmo de reconstrução utilizando redes neurais parcialmente conectadas demanda duas fases: a *construção* da rede e a *alimentação* da mesma. A construção envolveria as fórmulas 16 e 17 no caso de feixe de raios paralelos, e 19 e 20 para o caso da geometria *fan-beam*. Com os pesos previamente calculados e a rede montada, a alimentação da rede para a obtenção da imagem final utiliza a fórmula 15 para os dois casos (assumindo que  $\theta_i \equiv \beta_i$ ).

## 2.2. Rede de Filtragem

A rede de filtragem é construída com a mesma orientação dos trabalhos anteriores [4, 5] com algumas diferenças para o caso da geometria *fan-beam*. No caso do passo de filtragem com raios paralelos, os valores da projeção são convoluídos [7, 8, 11] de acordo com a seguinte fórmula,

$$q(n, \theta) = \sum_{k=1}^N h(n-k) p(k, \theta), \quad n = 1..N \quad (21)$$

A função de transferência  $h$  é dada pelo filtro denominado *Ram-Lak*, expresso por

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & n = 0 \\ 0, & n \text{ par} \\ \frac{-1}{n^2 \pi^2}, & n \text{ ímpar.} \end{cases} \quad (22)$$

A fórmula 21 expressa uma convolução com  $N$  coeficientes. A rede de filtragem nada mais é do que um filtro FIR (*finite impulse response*), e assim utiliza-se como pesos um número finito de coeficientes que são os valores da resposta impulsional.

Para o caso da geometria *fan-beam*, as projeções (agora denominadas  $p'$ ) precisam, antes da fase de filtragem, ser multiplicadas por um fator de ajuste dado por [6],

$$p(n, \theta) = p'(n, \theta) \frac{D}{\sqrt{D^2 + n^2}} \quad (23)$$

Após o ajuste, é feita a convolução conforme a equação 21 com os coeficientes do filtro *Ram-Lak* sendo modificados para

$$h(n) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & n = 0 \\ 0, & n \text{ par} \\ \frac{-1}{2n^2 \pi^2}, & n \text{ ímpar.} \end{cases} \quad (24)$$

O processo completo de reconstrução consiste então na propagação da projeção por estas duas redes (filtragem e retroprojeção) ligadas em cascata.

### 3. Resultados

Abaixo temos a comparação dos períodos dispendidos pelos algoritmos respectivos, para uma rede neural parcialmente conectada com interpolação. Foi utilizado um microcomputador com processador Pentium IV 1.6 GHz. Os tempos foram obtidos de médias de 1000 execuções dos algoritmos.

Tabela 1: Tempos Dispendidos com Algoritmo Convencional de Retroprojeção (em ms) com imagens 100x100 pixels

Algoritmo	Raios paralelos	<i>Fan-Beam</i>
Sem Interpolação	293	512
Com Interpolação	369	707

Tabela 2: Tempos Dispendidos na Construção da RNPC (em ms) com imagens 100x100 pixels

Algoritmo	Raios paralelos	<i>Fan-Beam</i>
Sem Interpolação	250	524
Com Interpolação	347	656

A utilização das redes neurais parcialmente conectadas começa a ter vantagens quando várias imagens referentes a seções de um objeto precisam ser reconstruídas

Tabela 3: Tempos Dispendidos na Execução da RNPC (em ms) com imagens 100x100 pixels

Algoritmo	Tempo
Sem Interpolação	57
Com Interpolação	108

em sequência, tal como uma representação 3-D. Comparando com a retroprojeção convencional dada na tabela 1 o tempo colocado conforme o algoritmo e a geometria *fan-beam* seria multiplicado pelo número de seções. Ao passo que na rede a sua construção dada pelos tempos da tabela 2 seria executada uma única vez, e apenas o tempo de execução dado pela tabela 3 multiplicado pelo número de seções do objeto a serem reconstruídas. Na figura 9 te-

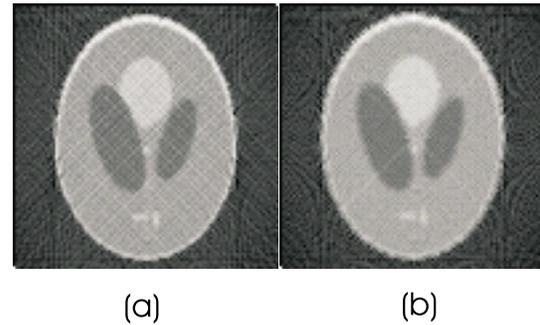


Figura 9: Comparação entre a imagem reconstruída do *phantom* Sheep-Logan de dimensões 100x100, sem interpolação (a) e com interpolação (b).

mos a comparação entre imagens reconstruídas sem (9a) e com interpolação (9b), mostrando uma imagem melhor definida no segundo caso. Na figura 10 temos um gráfico comparativo entre a reconstrução de imagens sem e com interpolação, mostrando para uma faixa variável de coeficientes de filtro a medida de PSNR<sup>3</sup> do erro (diferença) em relação a imagem original do *phantom* Shepp-Logan, demonstrando a maior fidelidade de uma imagem reconstruída usando interpolação a partir de determinada quantidade de coeficientes de filtro.

Na figura 11 fazemos uma comparação tomando como base uma imagem reconstruída pela geometria de raios paralelos de tamanho 256x256 (semelhante à apresentada na figura 1a). Se as projeções de origem forem calculadas pela geometria *fan-beam*, fazendo  $D = 20$ , devemos utilizar este mesmo valor no algoritmo de reconstrução, para obtermos uma imagem fiel (visualmente próxima da figura 1a). Comparamos agora várias imagens reconstruídas pela geometria *fan-beam* onde consideramos a distância  $D$  variando em uma certa faixa (supondo que não conhecemos o valor de  $D$  no instante da reconstrução). O gráfico mostra tal comparação

<sup>3</sup>Medida relativa de pico de sinal-ruído em determinada escala de cores [7, p.59].

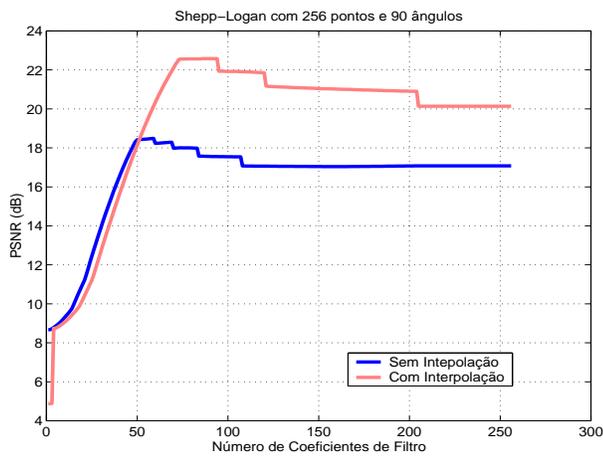


Figura 10: Gráfico demonstrando imagens reconstruídas com interpolação superiores conforme a medida de qualidade por PSNR.

expressa pelo PSNR destas imagens em relação à imagem base. Cada ponto se refere a uma medida de PSNR e traçamos uma curva polinomial obtida com o *fitting* destes pontos. Observamos então um ponto de máximo próximo a  $D = 20$ , indicando que na vizinhança deste ponto a reconstrução pela geometria *fan-beam* tende a gerar uma imagem bem aproximada daquela quando consideramos a reconstrução baseada no feixe de raios paralelos.

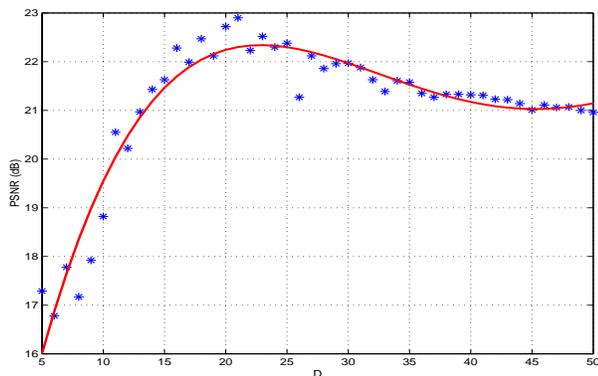


Figura 11: Gráfico da medida de PSNR de imagens reconstruídas pela geometria *fan-beam* em relação a uma imagem reconstruída com raios paralelos, com  $D$  variável.

## 4. Conclusão

Foram apresentadas neste artigo a formalização das redes neurais parcialmente conectadas abrangendo o caso de interpolação e a geometria de projeções *fan-beam*. Estas redes não necessitam de treinamento sendo seus pesos previamente calculados. Esta implementação quando em hardware paralelo deverá permitir obtenção de imagens tomográficas com maior velocidade.

É interessante ressaltar que a relação entre os espaços

de projeções e de imagem é puramente geométrico, mesmo em projeções *fan-beam*. Considerando que o tamanho de imagem a ser reconstruída e o número de projeções venham a ser invariantes, qualquer imagem pode ser reconstruída pela rede de retroprojeção a partir de projeções que venham a ser apresentadas à entrada da rede.

Em certas situações onde tenhamos um efeito de distorção devido ao aspecto geométrico das projeções *fan-beam*, a rede neural parcialmente conectada pode ser ajustada e reproduzir a imagem fielmente, conforme a distância a que esteja o objeto da fonte de radiação. Em alguns casos reais, os algoritmos de reconstrução chegam a ser ajustados empiricamente, com um fator de correção encontrado por tentativa e erro para reconstruir a imagem final. Em estudos futuros a abordagem se estenderá ao uso da geometria *fan-beam* levando-se em conta uma linha de detectores equiangulars.

## Referências

- [1] M. T. Munley et al. *An artificial neural network approach to quantitative single photon emission computed tomographic reconstruction with collimator, attenuation and scatter compensation*. Med. Physics. 21(12) (1994).
- [2] J. P. Kerr and E. B. Bartlett *A statistical tailored neural network approach to tomographic image reconstruction*. Med. Physics. 22(5) (1995).
- [3] R. G. S. Rodrigues *Desenvolvimento e Aplicação de um Algoritmo de Reconstrução Tomográfica com Base em Redes Neurais Artificiais*. Doctor thesis, Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, SP (2000).
- [4] L. F. Medeiros, H. P. da Silva and E. P. Ribeiro, *Reconstrução de Imagens Tomográficas utilizando Redes Neurais Parcialmente Conectadas*, Proceedings of the V Brazilian Conference of Neural Networks. Rio de Janeiro, RJ (2001).
- [5] L. F. Medeiros, *Reconstrução de Imagens Tomográficas com Redes Neurais Parcialmente Conectadas*, Dissertação de Mestrado, UFPR. Curitiba, PR (2001).
- [6] A. Rosenfeld and A. Kak. *Digital Picture Processing*. Academic Press. San Diego. (1982).
- [7] A. K. Jain. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall. pp.431-475. (1989).
- [8] G. T. Herman. *Image Reconstruction from Projections*. Academic Press. pp/90-160. Orlando. Florida (1980).
- [9] G. T. Herman, S. W. Rowland and M. M. Yau. *A comparative study of the use of linear interpolation and modified cubic spline interpolation for image reconstruction*. IEEE Transactions Nuclear Sciences, pp.2879-2894. (1973).
- [10] S. Haykin. *Neural Networks - A Comprehensive Foundation*. Macmillan Coll. Pub. Com. Inc. pp.1-41. (1994).
- [11] A. Kak and M. Slaney. *Principles of Computerized Imaging*. IEEE Press. New York. (1988).