Proceedings of the VI Brazilian Conference on Neural Networks - VI Congresso Brasileiro de Redes Neurais
pp. 67–72, Junho 2–5, 2003 - Centro Universitário da FEI, São Paulo - SP - Brazil

Controle de Robôs Móveis via Rede Wavelet

Altamiro Veríssimo da Silveira Júnior[1], Elder Moreira Hemerly[2]
[12]Instituto Tecnológico de Aeronáutica ITA-IEE-IEES, Divisão de Eng. Eletrônica, Depto. de Sistemas e Controle, Pça. Mal. Eduardo Gomes, 50 – Vila das Acácias, São José dos Campos – SP
E-mails: silveira@ele.ita.br, hemerly@ele.ita.br

Abstract

A Biased Wavelet Network (BWN) based controller is employed in this paper for application in mobile robot, with kinematic described in cartesian coordinates. The problem here concerns trajectory tracking and Yamamoto's dynamic model is employed. Lyapunov second method is used for establishing stable weight adaptation laws and the control system stability. Structural adaptation is used to improve the control performance. Simulations results are also presented.

1. Introdução

O problema de controle e navegação autônoma de robôs móveis tem sido bastante estudado recentemente, em virtude da possibilidade de automação de vários processos industriais, inclusive na realização de tarefas, que dificilmente podem ser executadas com êxito pelo ser humano. Este artigo trata do problema específico de controle de robôs móveis em um plano.

Um trabalho relevante utiliza uma rede neural artificial (RNA) [1], onde o modelo cinemático é descrito em coordenadas retangulares.

Em [2] foi usado um controle dinâmico baseado em uma rede wavelet com bias (RWB) e adaptação estrutural combinado a um controlador cinemático em coordenadas polares. Deduziu-se ainda a prova de estabilidade do sistema de controle.

Neste trabalho será proposta uma lei de controle cinemática em coordenadas retangulares baseado em [3] e um controlador adaptativo, utilizando uma RWB, com adaptação estrutural e atualização de pesos on-line, usando o modelo dinâmico proposto por Yamamoto[4].

As principais contribuições deste trabalho são:
1) prova de estabilidade do sistema de controle, baseado em uma rede wavelet com bias, usando-se o método direto de Lyapunov, empregando o modelo dinâmico de Yamamoto em combinação com o modelo cinemático em coordenadas retangulares.
2) avaliação de desempenho em situações realistas, mediante o emprego de parâmetros do robô móvel Magellan™, e comparação com o controlador cinemático/robusto, objetivando explicitar a melhoria de desempenho proporcionada pela RWB.
3) avaliação via simulação do efeito causado pela variação da distância entre o ponto de guiamento e o ponto médio, situado entre as rodas motrizes do robô móvel ($d \neq 0$), com objetivo de verificar a robustez do sistema de controle.

2. Controle cinemático

Considere a Figura 1, em que o robô desloca-se no plano, cuja posição é dada pelo vetor de postura do centro de massa $\boldsymbol{p} = (x_c\, y_c\, \theta)^T$.

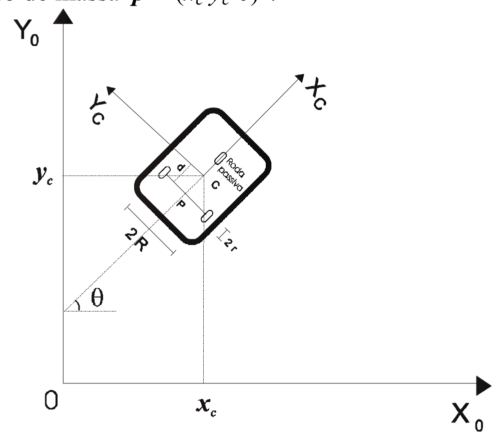

Figura 1: Robô móvel e sistemas de coordenadas

Seja v a velocidade linear e ω a velocidade angular do centro de massa do robô. O modelo cinemático correspondente é descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -d.sin(\theta) \\ sin(\theta) & d.cos(\theta) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \qquad (1)$$

onde x_c , y_c e θ representam as coordenadas do centro de massa do robô e o parâmetro d é definido como a distância entre o ponto de simetria P e o ponto de guiamento C (centro de massa).

Considere a Figura 2, na qual o robô C descrito na Figura 1, pelas coordenadas $\boldsymbol{p}=[\, x_c \;\; y_c\; \theta\,]^T$ de seu centro de massa e por v e ω, deve rastrear o robô fictício R (referência), também descrito pela equação cinemática (1), que desloca-se com velocidade linear v_r e angular ω_r, cuja posição é obtida através de suas coordenadas $\boldsymbol{p}_r$ $=[\, x_r\; y_r\; \theta_r]^T$.

Seja $\boldsymbol{e}_p$ o erro de postura calculado no sistema de coordenadas do robô de referência $\{R, X_r, Y_r\}$, dado por

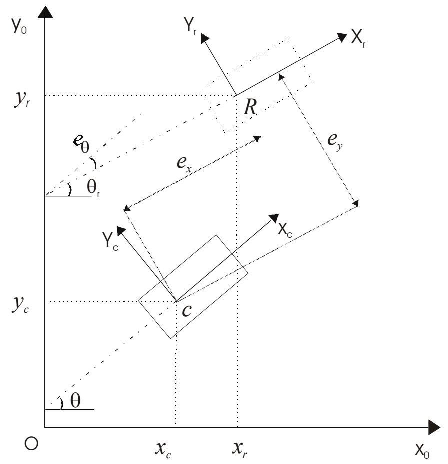

Figura 2 : Robô móvel e robô de referência

$$\boldsymbol{e}_p = R(\theta_r)(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}_r) \quad (2)$$

ou seja,

$$\boldsymbol{e}_p = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos(\theta_r) & sin(\theta_r) & 0 \\ -sin(\theta_r) & cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c - x_r \\ y_c - y_r \\ \theta - \theta_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde $R(\theta_r) = \begin{bmatrix} cos(\theta_r) & sin(\theta_r) & 0 \\ -sin(\theta_r) & cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ é a matriz de rotação.

Derivando-se (3), obtém-se a dinâmica do erro de postura

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_r e_y - v_r + v.cos(e_\theta) \\ -\omega_r e_x + v.sin(e_\theta) \\ \omega - \omega_r \end{bmatrix} \quad (4)$$

A lei de controle cinemática proposta neste trabalho, que garante convergência assintótica do erro de postura $\boldsymbol{e}_p$ para o caso em que o parâmetro d=0, é dada por,

$$\mathbf{v}_c = \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} v_r cos(e_\theta) - \Im_{xy}^{-1} e_x cos(e_\theta) - \Im_{xy}^{-1} e_y sin(e_\theta) \\ \omega_r + \frac{e_x v_r}{A_\theta^2} . \frac{sin^2(e_\theta)}{e_\theta} - \Im_\theta^{-1} e_\theta - \frac{e_y v_r}{A_\theta^2} .cos(e_\theta). \frac{sin(e_\theta)}{e_\theta} \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde A_θ, $\Im_{xy}$ *e* $\Im_\theta$ são constantes positivas, definidos como ganhos do controlador.

Prova de estabilidade da lei de controle: Seja a candidata a função de Lyapunov

$$V(e_x,e_y,e_\theta) = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + \frac{1}{2} A_\theta^2 e_\theta^2 \quad (6)$$

Derivando-se a equação (6), obtém-se

$$\dot{V}(e_x, e_y, e_\theta) = \dot{e}_x e_x + \dot{e}_y e_y + A_\theta^2 \dot{e}_\theta e_\theta \quad (7)$$

Substituindo-se a equação (4) em (7), resulta

$$\dot{V}(e_x, e_y, e_\theta) = v.(e_x cos(e_\theta) + e_y sin(e_\theta)) - e_x v_r + A_\theta^2 e_\theta (\omega - \omega_r) \quad (8)$$

E finalmente usando-se a lei de controle, definida na equação (5), em (8), obtém-se

$$\dot{V}(e_x, e_y, e_\theta) = -\Im_{xy}^{-1}(e_x cos(e_\theta) + e_y sin(e_\theta))^2 - \Im_\theta^{-1} A_\theta^2 e_\theta^2 \leq 0 \quad (9)$$

que é negativa semi-definida.

Derivando-se a Equação (9), verifica-se que $\ddot{V}(e_x, e_y, e_\theta)$ é limitada. Do Teorema de Barbalat, pode-se inferir que e_x , e_θ , $e_y \to 0$, convergem assintoticamente para zero, concluindo a prova.

3. Modelo dinâmico

Para representar o modelo dinâmico do robô, pode-se recorrer ao formalismo de Lagrange, usado em [4]. A equação dinâmica assume a forma

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q}) + N(\dot{q}) + \tau_d = E(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (10)$$

onde $M(q) \in \Re^{nxn}$ é a matriz de inércia, simétrica, positiva definida, $V_m(q,\dot{q}) \in \Re^{nx1}$ é a matriz de Coriolis, $N(\dot{q})$ o vetor de força atrito, τ_d denota distúrbios limitados incluindo dinâmica não modelada, $E(q) \in \Re^{nx2}$ a matriz de transformação do controle, $\tau \in \Re^{2x1}$ o vetor de controle, $A(q) \in \Re^{mxn}$ é a matriz contendo as restrições de movimento e $\lambda \in \Re^{mx1}$ o vetor contendo os multiplicadores de Lagrange (n=5 e m=3).

Define-se também os seguintes parâmetros,

P: interseção do eixo de simetria com o eixo das rodas;
C: centro de massa;
d: distância entre P e C;
r_1: raio da roda dianteira;
r_2: raio da roda direita;
r_3: raio da roda esquerda;
$2R$: distância entre as rodas;
φ_d , φ_e : ângulo da roda direita e esquerda respectivamente;
q: coordenadas generalizadas, $[\,x_c \;\; y_c \;\; \theta \;\; \varphi_d \;\; \varphi_e\,]^T$;
m_c: massa do robô sem rodas e motores;
m_w: massa de cada conjunto de roda e motor;
I_c: momento de inércia do robô sem rodas e motores em relação ao eixo vertical através de P;
I_w: momento de inércia de cada roda e motor em relação ao eixo de cada roda;
I_m: momento de inércia de cada roda e motor em relação ao eixo vertical através do diâmetro;
$m = m_c + 2.m_w$;
$I_w = m_w(d^2 + R^2)$;
$I_m = m_w(r_1^2)$;
$I_t = I_c + 2.I_w + 2.I_m$;

Neste trabalho será considerado que $r = r_1 = r_2 = r_3$.

As matrizes $A(q)$, $M(q), V(q,\dot{q})$, $E(q)$ e $S(q)$ podem ser encontradas em [4].

O modelo cinemático neste sistema de coordenadas é descrito por

$$\dot{q} = S(q)\eta \tag{11}$$

onde $\eta = [\dot{\varphi}_d \;\; \dot{\varphi}_e]^T$, representa o vetor de velocidades angulares da roda direita e esquerda, respectivamente. De acordo com [1] e usando-se a equação (11), pode-se reescrever a equação (10), da seguinte forma

$$\overline{M}\,\dot{\eta} + \overline{V}_m\,\eta + \overline{N}(\eta) + \overline{\tau}_d = \overline{\tau} \tag{12}$$

onde $\overline{M}$, $\overline{V}_m$, $\overline{N}(\eta)$, $\overline{\tau}_d$ e $\overline{\tau}$ encontram-se definidos em [1]. O vetor formado pela velocidade angular de cada roda do robô relaciona-se com o vetor formado pela velocidade linear e angular do centro de massa do robô, através da expressão

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_d \\ \dot{\varphi}_e \end{bmatrix} = \Sigma \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \tag{13}$$

onde $\Sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{R}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{R}{r} \end{bmatrix}$

4. Rede wavelet com *bias*

Considere uma rede wavelet *feedforward* com três camadas, n entradas, m saídas, com funções de ativação wavelet e radial na camada escondida, descrita por

$$y_i = \sum_{j=1}^{Nh} [\omega_{ij} \psi(\sum_{k=1}^{n} v_{jk} x_k + \theta_{vj} - d_j) + \theta_{\omega i}] + \sum_{j=1}^{Nh} [u_{ij} \varsigma(\sum_{k=1}^{n} v_{jk} x_k + \theta_{vj} - d_j) + \theta_{ui}] \tag{14}$$

onde Nh representa o número de *wavelons* da camada escondida, x_k um componente do vetor de entrada da rede, $\psi(.)$ a função de ativação wavelet, $\varsigma(.)$ a função de ativação do termo de *bias*, d_j o parâmetro de translação, v_{jk}, o parâmetro de dilatação, ω_{ij}, o parâmetro de saída da função wavelet, u_{ij}, o parâmetro de saída da função de *bias*. Os termos θ_{vj} ,θ_{wi} e θ_{ui}, correspondem aos *offsets* dos *wavelons* da camada escondida e das camadas de saídas (wavelet e *bias*).

Em notação matricial, a equação (14) será dada por

$$Y = W\psi(Vx - D) + U\varsigma(Vx - D) \tag{15}$$

que difere da parametrização convencional pelo segundo termo da equação.

As wavelets possuem a propriedade de representação de funções $\in \mathcal{L}^2(R^n)$, além de serem bem localizadas no tempo e em frequência. Assim, uma função não-linear $f(x) \in \mathcal{L}^2(R^n)$ pode ser aproximada por,

$$f(x) = W\psi(Vx - D) + U\varsigma(Vx - D) + \varepsilon \tag{16}$$

onde ε é o erro de aproximação da função. Uma estimação da função $f(x)$ pode ser obtida por,

$$\hat{f}(x) = \hat{W}\psi(\hat{V}x - \hat{D}) + \hat{U}\varsigma(\hat{V}x - \hat{D}) \tag{17}$$

Definição 1 $\hat{Z} = diag\{\hat{W}^T, \hat{U}^T, \hat{V}, \hat{D}\}$ como a matriz de pesos da RWB.

$\tilde{V} = V - \hat{V}$, $\tilde{W} = W - \hat{W}$, $\tilde{U} = U - \hat{U}$ e $\tilde{D} = D - \hat{D}$ como o erro de estimação dos pesos das matrizes V, W, U e D, respectivamente.

Neste trabalho será utilizada a wavelet mãe $\psi(z) = cos(z).exp(-\frac{z^2}{2})$ e uma função de *bias* gaussiana $\varsigma(z) = exp(-\frac{z^2}{2})$, onde $z = \hat{V}x - \hat{D}$, corresponde ao vetor de entrada dos wavelons da camada escondida.

Definição 2 Dado o vetor de velocidade de controle $\mathbf{v}_c$, o erro de velocidade no modelo dinâmico é definido como $\boldsymbol{e}_c = \Sigma\mathbf{v}_c - \eta$.

Convém definir o erro de rastreamento de velocidade no modelo cinemático como $\boldsymbol{e}_{ck} = \mathbf{v}_c - \Sigma^{-1}\eta$. A relação entre os dois erros é dada por

$$\boldsymbol{e}_c = \Sigma \boldsymbol{e}_{ck} \tag{18}$$

onde $\boldsymbol{e}_{ck} = [e_v \;\; e_\omega]^T$.

A equação dinâmica (12) pode ser reescrita em termos de $\boldsymbol{e}_c$ [1],

$$\overline{M}\dot{\boldsymbol{e}}_c = -\overline{V}_m \boldsymbol{e}_c - \overline{\tau} + f(x) + \overline{\tau}_d{}^{a} \tag{19}$$

onde o vetor $\overline{\tau}_d$ representa distúrbios limitados incluindo incertezas dinâmicas não modeladas e $f(x) = \overline{M}\,\Sigma\,\dot{\mathbf{v}}_c + \overline{V}_m \Sigma \mathbf{v}_c + \overline{N}(\eta)$ é a característica não- linear do robô, contendo todos os parâmetros dinâmicos, como massa, inércia, coeficientes de atrito e outros que dificilmente podem ser estimados com precisão. O vetor x requerido para estimação de $f(x)$ é dado por $[1 \;\; \eta^T \;\; \Sigma\mathbf{v}_c^T \;\; \Sigma\dot{\mathbf{v}}_c^T]^T$, obtido diretamente do controle de velocidade e via realimentação do sinal de velocidade do robô.

4.1. Adaptação estrutural

Em [5] é proposto um algoritmo de adaptação estrutural de uma rede wavelet, utilizada no controle de um manipulador robótico. O objetivo desta técnica é ajustar em tempo real o número de *wavelons* da camada escondida, eliminando aqueles que não contribuem no processo de estimação, reduzindo desta forma o custo computacional.

Os *wavelons* da camada escondida podem ser subdivididos em três conjuntos de acordo com os coeficientes da camada de saída,

[a] $\overline{\tau}_d$ é gerado aleatoriamente, usando-se uma distribuição normal de média nula e desvio padrão σ, isto é, $N(0;\sigma)$.

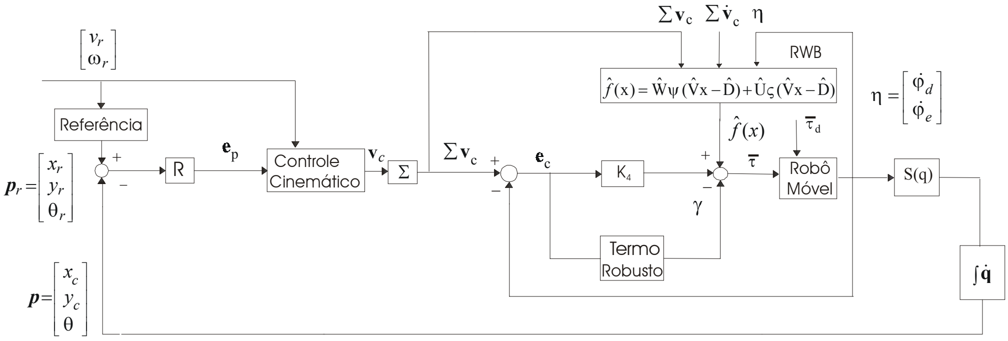

Figura 3: Controle do robô móvel via RWB

L^+: $\forall j$ se $\|W_j\|_t - \|W_j\|_{t-\Delta t} > \mu_1$

L^0: $\forall j$ se $-\mu_2 \le \|W_j\|_t - \|W_j\|_{t-\Delta t} \le \mu_1$

L^-: $\forall j$ se $\|W_j\|_t - \|W_j\|_{t-\Delta t} < -\mu_2$

O processo de adaptação estrutural é definido conforme as seguintes regras:

- Seleciona-se um nó de L^- para ser removido a cada instante de tempo t.
- Se $\mathcal{N}(L^+) \neq 0$, introduza um nó na estrutura, onde $\mathcal{N}(.)$ é o número de elementos de um conjunto.
- O número de nós Nh possui um limite inferior igual a um e superior igual a Nh_{max}.

Os nós que pertencem ao conjunto L^0 não interferem no processo de adaptação. Quando um nó é inserido, seus respectivos pesos são inicializados randomicamente, com média nula e desvio padrão igual a 0.01.

4.2. Controle dinâmico via RWB

Considerando-se a característica não-linear do robô, a dificuldade de modelagem de alguns parâmetros dinâmicos e incertezas não estruturadas (distúrbios), utiliza-se uma lei de controle dinâmico similar a [1],

$$\bar{\tau} = \hat{f}(x) + k_4 I \boldsymbol{e}_c - \gamma \qquad (20)$$

sendo γ dado por,

$$\gamma = -k_{z1}(\|\hat{Z}\|_F + \|\hat{Z}\|_F^2 + Z_M)\boldsymbol{e}_c - k_{z2}(\|\boldsymbol{e}_c\|.\|\hat{Z}\|_F + \|\boldsymbol{e}_c\|.\|\hat{Z}\|_F^2 + Z_M)\boldsymbol{e}_c - \boldsymbol{e}_c \qquad (21)$$

onde k_4, k_{z1} e k_{z2} são constantes positivas, $\|\hat{Z}\|_F$ é a norma frobenius de $\hat{Z}$, Z_M o limite superior da norma frobenius da matriz Z, $\hat{f}(x)$ é uma estimativa de $f(x)$,obtida através da RWB e γ é o termo robusto.
Usando-se a expansão de Taylor, de forma similar a [1], tem-se

$$\bar{M}\dot{\boldsymbol{e}}_c = -(k_4 I + \bar{V}_m)\boldsymbol{e}_c + \hat{W}\hat{\Psi}.(\tilde{V}x - \tilde{D}) + \tilde{W}(\hat{\psi} - \hat{\Psi}.(\hat{V}x - \hat{D})) + \hat{U}\hat{\Phi}.(\tilde{V}x - \tilde{D}) + \tilde{U}.(\hat{\varsigma} - \hat{\Phi}.(\hat{V}x - \hat{D})) + \gamma + \delta \qquad (22)$$

onde

$$\delta = (\varepsilon + \bar{\tau}_d) + \tilde{W}\hat{\Psi}.(Vx - D) + WO_1(\tilde{V}x - \tilde{D}) + \tilde{U}\hat{\Phi}.(Vx - D) + UO_2(\tilde{V}x - \tilde{D}) \qquad (23)$$

sendo $O_1(\tilde{V}x - \tilde{D})$, $O_2(\tilde{V}x - \tilde{D})$ termos de ordem superior, $\hat{\Psi}$ e $\hat{\Phi}$, as notações matriciais das derivadas das funções de ativação wavelet e *bias*, respectivamente. A norma de δ é limitada por

$$\|\delta\| \le C_0 + C_1\|\tilde{Z}\|_F + C_2\|\tilde{Z}\|_F^2 + C_3\|\tilde{Z}\|_F\|\boldsymbol{e}_c\| + C_4\|\tilde{Z}\|_F\|\boldsymbol{e}_c\|^2 + C_5\|\tilde{Z}\|_F^2\|\boldsymbol{e}_c\| + C_6\|\tilde{Z}\|_F^2\|\boldsymbol{e}_c\|^2 \qquad (24)$$

sendo C_i , i=0,1,2,3,4,5,6 constantes positivas.

Teorema Dado o sistema não-holonômico (figura 3) descrito por (11) e (12) com q coordenadas generalizadas e m restrições dinâmicas, considere as seguintes suposições:

- $K_4 = k_4 I$, com k_4 sendo constante e positivo
- O controle cinemático dado por (5) e o controle dinâmico, dado por (20).
- a lei de adaptação dos pesos da RWB dada por,

$$\dot{\hat{W}}_j^T = F_j\hat{\psi}\boldsymbol{e}_c^T - F_j\hat{\Psi}.(\hat{V}_j x - \hat{D}_j)\boldsymbol{e}_c^T - kF_j\|\boldsymbol{e}_c\|\hat{W}_j^T$$

$$\dot{\hat{V}}_j = G_j\hat{\Psi}^T\hat{W}_j^T\boldsymbol{e}_c x^T + G_j\hat{\Phi}U_j^T\boldsymbol{e}_c x^T - kG_j\|\boldsymbol{e}_c\|\hat{V}_j$$

$$\dot{\hat{D}}_j = -H_j\hat{\Psi}^T\hat{W}_j^T\boldsymbol{e}_c - H_j\hat{\Phi}U_j^T\boldsymbol{e}_c - kH_j\|\boldsymbol{e}_c\|\hat{D}_j$$

$$\dot{\hat{U}}_j^T = J_j\hat{\varsigma}\boldsymbol{e}_c^T - J_j\hat{\Phi}.(\hat{V}_j x - \hat{D}_j)\boldsymbol{e}_c^T - kJ_j\|\boldsymbol{e}_c\|\hat{U}_j^T$$

$$\text{se } j \in L^+, L^0 \qquad (25)$$

e

$$\dot{\hat{W}}_j^T = F_j\hat{\psi}\boldsymbol{e}_c^T - F_j\hat{\Psi}.(\hat{V}_j x - \hat{D}_j)\boldsymbol{e}_c^T - F_j\frac{sign(\hat{W}_j)}{\mathcal{N}(L^-)}$$

$$\dot{\hat{V}}_j = G_j\hat{\Psi}^T\hat{W}_j^T\boldsymbol{e}_c x^T + G_j\hat{\Phi}U_j^T\boldsymbol{e}_c x^T$$

$$\dot{\hat{D}}_j = -H_j\hat{\Psi}^T\hat{W}_j^T\boldsymbol{e}_c - H_j\hat{\Phi}U_j^T\boldsymbol{e}_c$$

$$\dot{\hat{U}}_j^T = J_j\hat{\varsigma}\boldsymbol{e}_c^T - J_j\hat{\Phi}.(\hat{V}_j x - \hat{D}_j)\boldsymbol{e}_c^T \qquad \text{se } j \in L^- \quad (26)$$

onde F, G, J e H são matrizes positivas definidas e k uma constante positiva, definida no projeto. Então, o erro de postura $\boldsymbol{e}_p$, o erro de rastreamento de velocidade $\boldsymbol{e}_c$, o erro de estimação dos pesos da RWB $(\tilde{Z})$ são uniformemente localmente limitados (UUB).

Prova: Considere a candidata a função Lyapunov,

$$V(\boldsymbol{e}_p, \boldsymbol{e}_c, \tilde{Z}) = \frac{1}{2}(e_x^2 + e_y^2) + \frac{1}{2}A_\theta^2 e_\theta^2 + V_1 \qquad (27)$$

onde

$$V_1 = \frac{1}{2}[\boldsymbol{e}_c^T \overline{M}\boldsymbol{e}_c + tr\{\widetilde{W}F^{-1}\widetilde{W}^T\} + tr\{\widetilde{V}^T G^{-1}\widetilde{V}\} + tr\{\widetilde{U}J^{-1}\widetilde{U}^T\} + tr\{\widetilde{D}^T H^{-1}\widetilde{D}\}] \quad (28)$$

Diferenciando-se $V(\boldsymbol{e}_p, \boldsymbol{e}_c, \widetilde{Z})$, obtém-se

$$\dot{V}(e_x, e_y, e_\theta) = v.(e_x cos(e_\theta) + e_y sin(e_\theta)) - e_x v_r + A_\theta^2 e_\theta(\omega - \omega_r) + \dot{V}_1 \quad (29)$$

Usando-se as equações (18),(22),(25),(26), a propriedade de anti-simetria de $\dot{\overline{M}} - 2\overline{V}_m$ [1] e [6] resulta

$$\dot{V} \le (\frac{r^2}{8} - \Im_{xy}^{-1})(e_x cos(e_\theta) + e_y sin(e_\theta))^2 + (\frac{r^2}{8R^2}A_\theta^2 - \Im_\theta^{-1})A_\theta^2 e_\theta^2$$
$$- (\frac{\sqrt{2}}{r}e_v + \frac{r}{2\sqrt{2}}(e_y sin(e_\theta) + e_x cos(e_\theta))^2$$
$$- (\frac{\sqrt{2}}{r}Re_\omega + \frac{r}{2\sqrt{2}R}(A_\theta^2 e_\theta))^2 - \boldsymbol{e}_c^T k_4 \boldsymbol{e}_c$$
$$+ k\|\boldsymbol{e}_c\| tr\{\widetilde{W}\hat{W}^T\}_{j\in L_0,L_+} + k\|\boldsymbol{e}_c\| tr\{\widetilde{V}^T\hat{V}\}_{j\in L_0,L_+}$$
$$+ k\|\boldsymbol{e}_c\| tr\{\widetilde{D}^T\hat{D}\}_{j\in L_0,L_+} + k\|\boldsymbol{e}_c\| tr\{\widetilde{U}\hat{U}^T\}_{j\in L_0,L_+}$$
$$+ tr\{\frac{\widetilde{W}sign(\hat{W}^T)}{\mathcal{N}(L^-)}\}_{j\in L_-} + \boldsymbol{e}_c^T(\delta + \gamma) \quad (30)$$

Para que os dois primeiros termos sejam negativos é preciso que,

$$\Im_{xy} < \frac{8}{r^2} \quad \text{e} \quad \Im_\theta < \frac{8R^2}{r^2 A_\theta^2} \quad (31)$$

De [5], tem-se que $\widetilde{W}sign(\hat{W}^T) = \widetilde{W}sign(W - \widetilde{W}_j^T) = \widetilde{W}sign(-\widetilde{W}_j^T) = -abs(\widetilde{W}_j)$, visto que W=0 para $j \in L^-$. Substituindo-se as equações (21) e (24) em (30), e considerando

$$k_{z1} > C_3\,;\ k_{z1} > C_5\,;\ k_{z2} > C_4\,;\ k_{z2} > C_6; \quad (32)$$

e

$$tr\{\widetilde{Z}^T(Z - \widetilde{Z})\} = \langle \widetilde{Z}, Z\rangle_F - \|\widetilde{Z}\|_F^2 \le \|\widetilde{Z}\|_F \|Z\|_F - \|\widetilde{Z}\|_F^2 \quad (33)$$

tem-se,

$$\dot{V} \le -\|\boldsymbol{e}_c\|.[k_{4min}\|\boldsymbol{e}_c\| + k\|\widetilde{Z}_{j\in L_+,L_0}\|_F(\|\widetilde{Z}_{j\in L_+,L_0}\|_F - Z_M) - C_0 - C_1\|\widetilde{Z}_{j\in L_+,L_0}\|_F - C_2\|\widetilde{Z}_{j\in L_+,L_0}\|_F^2] \quad (34)$$

Definindo-se $k' = k - C_2$, $C_7 = (C_1 + kZ_M)/2k'$ e considerando $k > C_2$, tem-se

$$\dot{V} \le -\|\boldsymbol{e}_c\|.[k_{4min}\|\boldsymbol{e}_c\| + k'(\|\widetilde{Z}_{j\in L_+,L_0}\|_F - C_7)^2 - C_0 - k'C_7^2] \quad (35)$$

Para que o termo entre colchetes em (35) seja positivo, é preciso que

$$\|\boldsymbol{e}_c\| > \frac{k'C_7^2 + C_0}{k_{4min}} \equiv b_c \quad (36)$$

$$\text{e} \quad \|\widetilde{Z}\|_F > C_7 + \sqrt{C_7^2 + \frac{C_0}{k'}} \equiv b_z \quad (37)$$

A figura 4 indica a região de convergência.

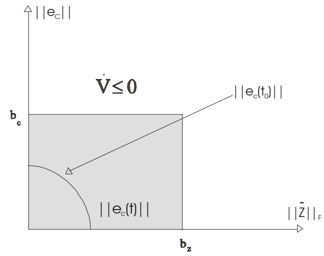

Figura 4: Região de convergência.

5. Resultados de simulações

Com objetivo de avaliar o desempenho do controlador proposto, foram realizadas simulações em MATLAB, utilizando-se os parâmetros do robô móvel Magellan™ : m_c = 22.9644 Kg; m_w = 0.5678 Kg; I_c = 0.4732Kg.m^2; I_w=0.0198Kg.m^2; I_m= 0.0018 Kg.m^2; d=0.02m; r=0.057m; R=0.18m; $\overline{\tau}_d = N(0;0.5)$; $\|\overline{N}(\eta)\| \le 4.0$ N;

O robô parte com condição inicial (1.15,0,π/3). Foram definidos os seguintes ganhos do controle: A_θ=0.5, $\Im_{xy}$=0.5, $\Im_\theta$=0.5, k_4 = 0.01, k_{z1} = 10^{-4},k_{z2} = 10^{-4}, Z_M=10,F=G=H=J=0.2$\mathbf{I}_{NhxNh}$,k=0.45,μ_1=0.007, μ_2=0.005 e N_{hmax}=15. Foi considerado ainda nesta simulação um período de amostragem T= 0.01 s e saturação da velocidade linear e angular do robô, $|v| \le 2.5$ m/s e $|\omega| \le 3\pi/2$ rad/s.

São apresentados os gráficos das trajetórias de referência e do robô, bem como dos sinais de erro de postura e do número de *wavelons* da camada escondida, de acordo com a convenção:

- Controle I – controle cinemático/robusto.
- Controle II – controle RWB.

Foi considerada a seguinte trajetória de referência:

$$\begin{cases} v_r(t) = -1.5sin(3t) \\ \omega_r(t) = cos(2t - \pi/4) \quad se\ t < 3s \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_r(t) = -1.5 \\ \omega_r(t) = sin(3t - \pi/4) \quad se\ 3s \le t < 4.5s \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_r(t) = 1.5cos(.5t) \\ \omega_r(t) = -cos(2t - \pi/4) \quad se\ 4.5s \le t \le 8s \end{cases}$$

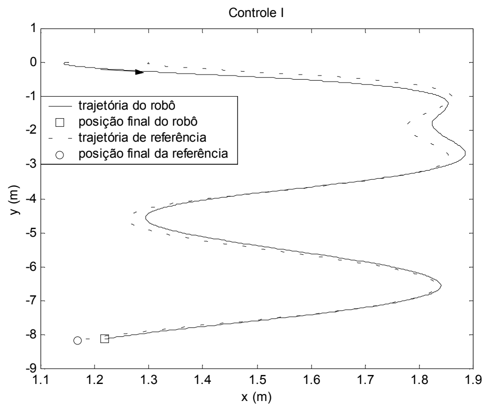

Figura 5: Trajetória de referência/robô(controle I)

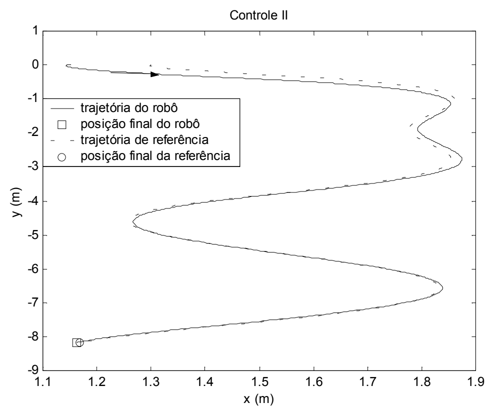

Figura 6: Trajetória de referência/robô(controle II)

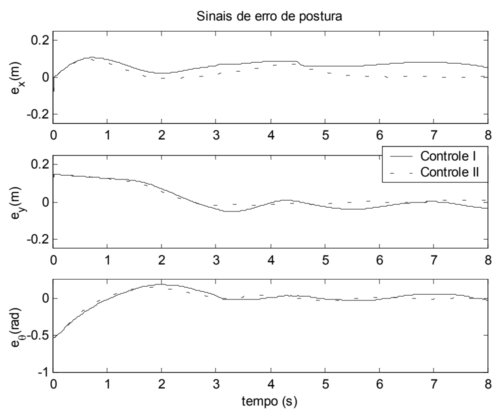

Figura 7: Sinais de erro de postura

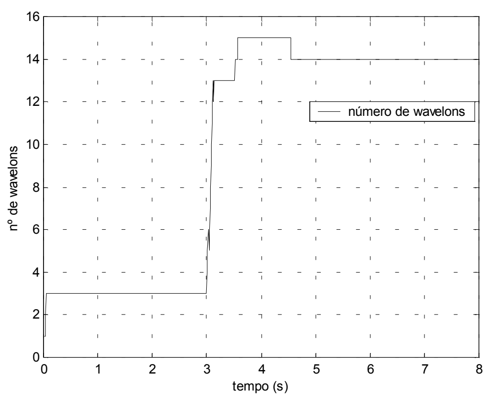

Figura 8: Evolução do número de *wavelons*

As figuras 6 e 7 indicam a convergência do erro de postura com a utilização da rede wavelet com *bias* (controle II), compensando o efeito do ruído e da força de atrito. Pode-se observar que nos trechos menos suaves da trajetória a RWB introduziu novos *wavelons* para melhorar o desempenho do controlador (Figura 8).

6. Conclusões

Neste trabalho foi proposta uma lei de controle baseado em uma RWB, semelhante ao proposto em [2] com adaptação estrutural e ajuste de pesos *on-line*, inicializados randomicamente, com média nula e desvio padrão de 0.01, mas utilizando um controlador cinemático em coordenadas retangulares e o modelo dinâmico proposto em [4], mais completo do que o utilizado em [1]. A utilização da RWB permite tratar casos nos quais os parâmetros dinâmicos do robô não são conhecidos exatamente ou variam no tempo, da mesma forma que a RNA, mas com a possibilidade de adaptar a estrutura da rede em tempo real. A prova de estabilidade do sistema de controle foi efetuada usando-se o método direto de Lyapunov.

O termo de *bias* na função de ativação facilita a representação de funções vetoriais de média não nula, adicionando mais um grau de liberdade, além de representar de forma mais precisa os componentes de baixa frequência do sinal a ser estimado. O algoritmo de adaptação estrutural descarta os wavelons que não contribuem no processo de estimação, como também insere novos *wavelons* na medida em que o erro de estimação tende a crescer.

O termo robusto γ é esssencial na prova de estabilidade, e impede que os estados do sistema dinâmico venham a divergir durante o período transitório, enquanto os pesos da RWB estão em processo de convergência.

Referências

[1] Fierro, R. e Lewis, F. L. (1998). Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 9(4): 589-600.

[2] Souza, Celso Júnior. *Controle adaptativo de robôs móveis*. São José dos Campos: ITA, 2000. Tese de Mestrado.

[3] Del Rio, Fernando Díaz. *Analysis and evaluation of mobile robot control: application to electric wheelchairs* Ph.D. Universidade de Sevilla, 1997. Tese de Doutorado.

[4] Yamamoto, Y.eYun, X. (1994). Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(6): 1326-1332.

[5] Cannon M., Slotine J.J. E., Space-frequency localized basis function networks for nonlinear system estimation and control, *Neurocomputing,* 9(1995) 293:342.

[6] Silveira, A.V.J., Hemerly, E.M., Controle de robôs móveis em coordenadas retangulares via rede neural, *XIV Congresso Brasileiro de Automática*, *Anais,* 2002, Natal-RN, p.1266-1271.