

# Avaliação de Preditores Neurais Auto-regressivos no Mercado de Ações

Fábio Daros de Freitas   Alberto Ferreira de Souza   Ailson Rosetti de Almeida

**Resumo**—Este trabalho compara o desempenho de preditores neurais auto-regressivos em relação às previsões da média e do random walk. Um novo método auto-regressivo é proposto, onde as diferenças entre os valores da série e um determinado valor passado são tomadas como variáveis de regressão. Um grande número de experimentos com dados reais do mercado Brasileiro foram utilizados nas comparações, que incluíram a verificação da normalidade dos erros de previsão. Nossos resultados mostraram que é possível produzir erros de previsão Normais a partir de séries de retornos não Normais.

**Palavras-chave**—Previsão de séries históricas, mercado de ações, otimização de carteiras

## I. INTRODUÇÃO

A previsão do retorno de ativos financeiros ocupa um lugar central na teoria das finanças, sendo determinante no processo decisório da seleção de investimentos. Diversos métodos são praticados pelos profissionais do mercado, cada qual com um perfil característico em termos de aplicação. A Análise Fundamentalista [1] obtém o preço teórico da ação através do valor intrínseco da empresa, e estima o retorno futuro da ação através das discrepâncias de valorização do preço teórico em relação ao preço de mercado. A Análise Técnica [2] busca detectar padrões na trajetória das séries históricas dos preços das ações, com o objetivo de estimar seus valores e retornos futuros. A modelagem estatística [3] assume hipóteses acerca da distribuição das séries históricas dos retornos das ações, realizando previsões baseadas nos momentos destas distribuições. A Análise de Séries Temporais [4] utiliza as séries de retornos das ações para identificar processos estocásticos e estimar seus parâmetros, com a finalidade de se produzir as previsões dos seus valores futuros.

A Análise Fundamentalista requer a interpretação de grandes volumes de informações contábeis, e apesar de ser bastante útil quando as séries históricas dos retornos têm poucas observações, sua natureza assistida restringe sua aplicação a pequenas quantidades de ações. Nesse aspecto, a Análise Técnica tem se beneficiado do surgimento de métodos automatizados que viabilizam a sua aplicação em grandes quantidades de ações [5]. Porém, ambos os métodos falham quanto ao fornecimento de medidas quantitativas e consistentes da confiabilidade das suas previsões, dificultando a utilização destas previsões na comparação entre alternativas de investimento. Os métodos estatísti-

cos, contudo, permitem a derivação de medidas da incerteza da estimativa do retorno futuro, denominada *risco*, tornando-os adequados à comparação entre alternativas de investimento.

A quantificação do risco para a estimativa do retorno futuro é fundamental para a Moderna Teoria de Carteiras, introduzida por Markowitz através do seu celebrado modelo de Seleção de Carteiras [6]. Nesse modelo, o risco total de uma carteira de ações é minimizado para um nível de retorno desejado, através da seleção ótima da participação de cada ação na carteira. Estas participações são obtidas em função dos seus riscos individuais e do risco conjunto dos pares de ações, produzindo o efeito da diversificação eficiente, onde a perda em uma ação tende a ser compensada pelo ganho em outra. O modelo de Markowitz admite a hipótese das séries de retornos seguirem uma distribuição Normal. Assim, para cada ação, o retorno esperado é a média da sua distribuição de retornos, e o risco é a variância desta. O retorno da carteira é a combinação linear dos retornos individuais das ações pelas suas participações. Desta forma, o retorno esperado e risco para a carteira são definidos como a média e a variância da distribuição Normal conjunta da combinação.

Diversos outros modelos surgiram [7], sempre admitindo a hipótese da normalidade para as séries de retornos e utilizando seus momentos como estimativa de retorno futuro (média) e risco (variância, desvio padrão, semi-variância e desvio absoluto, entre outros).

Apesar da ampla adoção dos modelos clássicos de otimização de carteiras, duas de suas premissas básicas não são prontamente verificadas em aplicações reais: as distribuições reais das séries históricas dos retornos das ações não seguem uma distribuição Normal pura, freqüentemente apresentando curtose e assimetria [8]; e a realização do retorno médio como previsão do retorno futuro tende a ser verificada somente no longo prazo, devido à lenta reversão à média apresentada pelas séries de preços das ações [9]. Estas características apontam para o desenvolvimento de modelos preditivos baseados na Análise de Séries Temporais e métodos não lineares, tais como as redes neurais artificiais, como uma forma de contornar estas deficiências, especialmente importantes nas aplicações em horizontes moderados.

A previsibilidade dos mercados ainda é uma questão aberta na teoria das finanças. A *Hipótese do Mercado Eficiente* (HME), arcabouço teórico que se propõe a nortear esta discussão, continua sofrendo revisões na literatura [10]. A HME sugere um modelo de *random walk* para os movimentos dos preços das ações, onde toda nova informação disponível é imediatamente assimilada pelos preços. Desta forma, não haveria como se obter retornos extraor-

F. D. de Freitas, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEE, Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, Secretaria da Receita Federal - SRF, e-mail: freitas@computer.org

A. F. de Souza, Departamento de Informática, Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, e-mail: alberto@inf.ufes.br

A. R. de Almeida, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo - UFES, e-mail: ailson@ele.ufes.br

dinários através da exploração das suas séries históricas. Porém, diversos testes têm reafirmado a presença de ineficiências nas séries históricas, passíveis de serem exploradas com fins preditivos [7, pág. 349-377], e aplicações bem sucedidas ocupam cada vez mais espaço na literatura [11], [12], [13], [14], [15], [16].

Este trabalho compara o desempenho dos preditores neurais auto-regressivos com as previsões da média e do *random walk*, na previsão dos retornos futuros de ações do mercado Brasileiro. Um novo método auto-regressivo é proposto, onde as variáveis de regressão são as diferenças entre os valores da série e um determinado valor passado. Adicionalmente, a normalidade das séries dos erros de previsão é investigada.

Após esta Introdução, a Seção II apresenta o problema da previsão de retornos, e a Seção III descreve os métodos de previsão e as medidas de erro utilizadas. Em seguida, a Seção IV descreve o aparato experimental e os resultados obtidos, e a Seção V encerra este trabalho com as nossas conclusões e perspectivas de trabalhos futuros.

## II. PREVISÃO DE RETORNOS

O retorno de uma ação no tempo  $t$  é definido pela variação do seu preço em relação ao tempo  $t-1$ , como:

$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \quad (1)$$

Onde,  $p_t$  e  $p_{t-1}$  são os preços da ação nos tempos  $t$  e  $t-1$ , e  $r_t$  é o retorno da ação no tempo  $t$ .

No tempo  $t$ , a série histórica  $r'$  dos  $N$  retornos passados<sup>1</sup> é definida como:

$$r' = (r_{t-N+1}, \dots, r_{t-1}, r_t) \quad (2)$$

A previsão do retorno futuro de  $r'$  no tempo  $t$  é definida como a obtenção de uma estimativa para o valor  $r_{t+l}$  da série, para  $l$  períodos futuros posteriores a  $t$ , onde  $l \geq 1$ . O valor de  $l$  influencia diretamente a escolha do método de previsão a ser utilizado, sendo que para  $l = 1$  (previsão para um período futuro), a escolha padrão são os modelos auto-regressivos [4], e para  $l > 1$  (previsão para múltiplos períodos), podemos utilizar técnicas como o método das diferenças temporais [17]. Este trabalho investiga apenas as previsões para um período futuro.

## III. MÉTODOS

Esta seção apresenta os principais métodos utilizados nesse trabalho, descrevendo os preditores neurais, os métodos preditivos de referência e as medidas de erro utilizadas nas comparações de desempenho entre os preditores.

### A. Preditores neural auto-regressivo

Utilizaremos um preditor  $\mathcal{S}_{\mathcal{R}}$  baseado em uma rede neural com modelagem auto-regressiva (RNAR). Neste preditor, as entradas da rede neural são os  $p$  valores da série de

retornos nos tempos  $t-p+1, \dots, t$ , e a saída é a previsão  $\hat{r}_{t+1}$  do retorno para o tempo  $t+1$ , conforme a Eq.3.

$$(r_{t-p+1}, \dots, r_{t-1}, r_t) \rightarrow \mathcal{S}_{\mathcal{R}} \rightarrow \hat{r}_{t+1} \quad (3)$$

O número de entradas  $p$  ( $p > 0$ ) é denominado *ordem da regressão*, e algumas técnicas para sua determinação são apresentadas em [4].

Desta forma, depois de treinada com seus pares de entradas e saídas, a rede neural implementa um modelo de regressão múltipla não linear para a série de retornos.

Neste trabalho, propomos um novo método auto-regressivo inspirado no modo em que observamos o gráfico de uma série histórica com a finalidade de prever seus valores futuros. Neste processo, tendemos a nos concentrar apenas nos últimos pontos da série, criando uma janela de observação que oferece a informação visual necessária para prever o próximo ponto da série, a partir da utilização de um ponto no interior da janela como referência.

Desta forma, neste novo *preditor neural auto-regressivo com referência móvel* (RNAR-RM), os valores apresentados para a rede neural são as diferenças entre os valores da série e um valor de referência no tempo  $t-p-k+1$  ( $p, k > 0$ ). Assim, as entradas e saídas da rede neural tornam-se:

$$\begin{aligned} (r_{t-p+1} - z, \dots, r_{t-1} - z, r_t - z) &\rightarrow \mathcal{S}_{\mathcal{R}} \rightarrow \widehat{r_{t+1}} - z \\ z &= r_{t-p-k+1} \end{aligned} \quad (4)$$

Após o treinamento, as previsões  $\hat{r}_{t+1}$  são obtidas por:

$$\begin{aligned} \hat{r}_{t+1} &= \widehat{r_{t+1}} - z + z \\ z &= r_{t-p-k+1} \end{aligned} \quad (5)$$

Onde, o valor de referência  $r_{t-p-k+1}$  é somado ao valor predito para recompor o seu nível original. Como a rede codifica apenas as diferenças dos valores em relação à referência, e não os seus níveis reais, a possibilidade de saturação dos seus neurônios é minimizada. Como consequência, a faixa dinâmica de representação aumenta, diminuindo a necessidade de pré-processamentos de compressão e *detrending*. Resultados preliminares apontaram uma melhoria de 250% no valor da raiz do erro médio quadrático (RMSE) convergência do treinamento, em relação ao modelo auto-regressivo tradicional.

### B. Preditores de referência

O preditor estatístico é definido como a média dos  $n$  períodos passados da série de retornos no tempo  $t$ , conforme a Eq.6.

$$\hat{r}_{t+1} = \bar{r}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=t-n+1}^t r_i \quad (6)$$

Se  $n$  for igual ao número de observações da série,  $\hat{r}_{t+1}$  corresponderá à média da série de retornos.

O preditor *random walk*, também conhecido como *preditor ingênuo*, é definido como:

$$\hat{r}_{t+1} = r_t \quad (7)$$

Onde, a previsão para o valor futuro de série é a repetição do seu último valor disponível.

<sup>1</sup> Diferente de [4], nossa notação considera o tempo  $t$  como o primeiro ponto no passado.

### C. Medidas de erro

As medidas do erro de predição utilizadas neste trabalho são padrão na literatura [18], [19], e serão descritas a seguir. Nestas equações,  $r_i$  e  $\hat{r}_i$  são os valores real e predito para a predição  $i$ , e  $P$  é o número total de predições.

#### C.1 Erro RMSE

A raiz do erro quadrático médio, RMSE (*root mean square error*), é uma medida padrão na comparação das diferenças entre duas variáveis, definida por:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (r_i - \hat{r}_i)^2} \quad (8)$$

O erro RMSE pode ser interpretado como o desvio padrão em relação a um erro médio igual a zero. Ou seja, ele mostra a distância dos erros em relação à situação ideal de erro médio zero. O RMSE tem baixa proteção contra *outliers*<sup>2</sup>, boa sensibilidade às pequenas mudanças nos dados, e não exhibe as assimetrias dos dados.

#### C.2 Erro MAPE

O erro MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) é o erro percentual absoluto médio, definido como:

$$MAPE = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \left| \frac{r_i - \hat{r}_i}{r_i} \right| \quad (9)$$

O erro MAPE é uma medida adimensional, com muito baixa proteção contra *outliers*, boa sensibilidade às pequenas mudanças nos dados e não exhibe as assimetrias nos dados.

#### C.3 Erro médio

O erro médio da diferença entre os valores reais e preditos é definido por:

$$ME = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P r_i - \hat{r}_i \quad (10)$$

O erro médio é o ponto central da distribuição dos erros de predição.

#### C.4 Taxas de acerto $H_R$ , $H_{R+}$ e $H_{R-}$

A taxa de acerto contabiliza as predições cujos sinais de  $\hat{r}$  e  $r$  são iguais, ou seja, aquelas em que os sinais foram preditos corretamente.  $H_R$  fornece a percentagem de retornos preditos nos quais o sinal do valor foi predito corretamente, para retornos reais e preditos diferentes de zero, sendo definida como:

$$H_R = \frac{Count_1^P(r_{t+1}\hat{r}_{t+1} > 0)}{Count_1^P(r_{t+1}\hat{r}_{t+1} \neq 0)} \quad (11)$$

<sup>2</sup> Outliers são valores atípicos encontrados nas séries históricas, normalmente causados por perturbações transitórias ou erros na amostragem.

Onde, a função  $Count_1^P(\cdot)$  é a contagem da ocorrência do seu argumento nas  $P$  predições.

Adicionalmente, são definidas as taxas acerto independentes para os sinais positivos e negativos,  $H_{R+}$  e  $H_{R-}$ , com a finalidade de se detectar assimetrias no desempenho dos preditores.  $H_{R+}$  e  $H_{R-}$  são definidas como:

$$H_{R+} = \frac{Count_1^P(r_{t+1} > 0 \text{ AND } \hat{r}_{t+1} > 0)}{Count_1^P(\hat{r}_{t+1} > 0)} \quad (12)$$

$$H_{R-} = \frac{Count_1^P(r_{t+1} < 0 \text{ AND } \hat{r}_{t+1} < 0)}{Count_1^P(\hat{r}_{t+1} < 0)} \quad (13)$$

Onde, cada medida contabiliza a proporção de acertos no universo de predições com o respectivo sinal.

### D. Dados

Selecionamos 46 ações da carteira teórica do índice IBOvespa vigente entre janeiro e abril de 2005, cujas séries históricas dos retornos semanais, amostrados às quartas-feiras, foram obtidas para o período de 16-fev-2000 a 9-mar-2005, totalizando 265 semanas.

## IV. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Os experimentos foram conduzidos com os objetivos de (i) comparar o desempenho dos preditores neurais auto-regressivos em relação aos preditores de média e *random walk*, e (ii) verificar a normalidade das distribuições de probabilidade dos erros de predição. Desta forma, realizamos 60 predições do retorno futuro das 46 séries históricas para cada um dos métodos descritos na Seção III. As predições foram realizadas entre 1-jan-2004 e 9-mar-2005, e para cada uma delas foi treinada uma rede neural específica. Para controlar o *overfitting* dos preditores neurais, utilizamos uma forma simplificada de validação cruzada [20], na qual partimos os dados em dois conjuntos: um para o treinamento - utilizado para atualizar os pesos da rede; e outro para validação - utilizado para selecionar o melhor conjunto de pesos encontrado no treinamento. Esta partição foi realizado segundo a heurística proposta em [20, pág. 217], e respeitando natureza seqüencial dos dados, resultando em 200 pares para treinamento e 5 pares para validação, todos contíguos no tempo. Desta forma, o conjunto de treinamento para a primeira das 60 predições foi formado com os 200 retornos semanais entre 16-fev-2000 e 10-dez-2003, e o conjunto de validação foi formado com os 5 retornos semanais entre 17-dez-2003 e 14-jan-2004. Para selecionar o melhor conjunto de pesos encontrado durante as 200.000 épocas do treinamento, a cada 1.000 épocas a rede neural foi utilizada para prever os retornos do conjunto de validação, e o conjunto de pesos com o menor erro RMSE foi utilizado para se obter a predição do retorno para 21-jan-2004. Este procedimento foi repetido para cada uma das 59 semanas restantes.

O mesmo processo foi utilizado pelos demais preditores para obter as suas 60 predições. O preditor de média utilizou a união dos conjuntos de treinamento e validação no cálculo das médias, e o preditor *random walk* utilizou o último elemento do conjunto de validação como predição.

Teste do Qui-quadrado para as 46 séries de retornos		
$\alpha$	$H_0$ não rejeitada	$H_0$ rejeitada
0.01	14 (30%)	32 (70%)
0.05	6 (13%)	40 (87%)
0.10	5 (11%)	41 (89%)
Curtose e assimetria para as 46 séries de retornos		
	curtose	assimetria
min	0.468249	-0.402678
máx	93.479614	7.394180
méd	9.514798	1.246658
> 0	46 (100%)	44 (96%)
< 0	0 (0%)	2 (4%)

Tabela I

ANÁLISE DISTRIBUCIONAL PARA AS AÇÕES DO IBOVESPA

Nós utilizamos preditores neurais auto-regressivos de ordem  $p = 4$ , tanto para o tradicional - RNAR(4), quanto para o de referências móveis - RNAR-RM(4,1). Todos os preditores neurais foram implementados com uma rede neural *feedforward* totalmente conectada, com 2 camadas internas, função de ativação sigmoideal, e topologia 4:30:15:1 (4 neurônios na entrada, 30 neurônios na primeira camada interna, 15 neurônios na segunda camada interna, e 1 neurônio na saída). O treinamento foi conduzido por 200.000 épocas, utilizando o algoritmo *backpropagation* com taxa de aprendizado de 0.009 e inércia de 0.95. Estes parâmetros topológicos e de treinamento foram determinados empiricamente. Um total de 5520 ( $60 \times 46 \times 2$ ) redes neurais foram treinadas utilizando o cluster Enterprise, com 64 nós ATHLON XP 1800, do Departamento de Informática - UFES, e os resultados são apresentados a seguir.

#### A. Normalidade das séries de retornos

Verificamos as características distribucionais das 46 séries históricas dos retornos. Utilizamos o teste do *Qui-quadrado* [21] para verificar a aderência das distribuições à distribuição Normal, e o cálculo dos valores de curtose e assimetria para verificar suas deformações em relação a esta. Os resultados para as 46 séries são sumarizados na Tabela I, através dos resultados dos testes (parte superior) e dos valores mínimos, máximo, médio, e quantitativos de valores positivos e negativos da assimetria e curtose (parte inferior). Os testes foram realizados para os níveis de significância  $\alpha$  de 0.01, 0.05 e 0.10, que são o padrão nesta aplicação. As séries apresentaram aceitação da normalidade (i.e. não rejeição) para 14 (30%), 6 (13%) e 5 (11%) exemplares, respectivamente. Todas as 46 (100%) séries apresentaram curtose positiva, indicando distribuições mais agudas que a Normal, e 44 (96%) das séries apresentaram assimetria positiva, indicando uma maior probabilidade de ocorrência de retornos positivos do que negativos.

#### B. Erros de predição

A Tabela II sumariza os erros de predição para as 60 predições das 46 séries de retornos. São apresentados os valores mínimo, máximo, médio e o desvio padrão para cada um dos erros apresentados na Seção III. Para o erro

ME, todos os preditores produziram valores próximos a zero e com desvio padrão menor que 0.7%.

Sumário dos 60 erros de predição para as 46 séries de retornos				
PREDITOR RNAR(4)				
	min	máx	médio	desv. padrão
ME	-0.014225	0.009038	-0.003735	0.005195
RMSE	0.037974	0.088681	0.054420	0.012041
MAPE	0.786097	307.092668	20.474236	64.231617
$H_R$	0.390000	0.660000	0.536522	0.069641
$H_{R+}$	0.350000	0.660000	0.531304	0.083336
$H_{R-}$	0.110000	1.000000	0.478043	0.149229
PREDITOR RNAR-RM(4,1)				
	min	máx	médio	desv. padrão
ME	-0.020726	0.009740	-0.002170	0.006187
RMSE	0.042013	0.119054	0.066950	0.017264
MAPE	0.914974	1004.082783	57.390787	202.008827
$H_R$	0.410000	0.650000	0.514783	0.060175
$H_{R+}$	0.370000	0.660000	0.521522	0.081322
$H_{R-}$	0.250000	0.630000	0.447826	0.097660
PREDITOR RANDOM WALK				
	min	máx	médio	desv. padrão
ME	-0.003031	0.002325	-0.000220	0.001235
RMSE	0.035464	0.083520	0.052723	0.011053
MAPE	1.175320	2422.404885	139.987180	467.397381
$H_R$	0.330000	0.660000	0.479565	0.071148
$H_{R+}$	0.300000	0.710000	0.505652	0.089509
$H_{R-}$	0.200000	0.600000	0.401087	0.105013
PREDITOR MÉDIA				
	min	máx	médio	desv. padrão
ME	-0.011019	0.010480	0.000562	0.004249
RMSE	0.000013	0.009942	0.004319	0.002498
MAPE	0.000862	124.281414	8.802414	25.721641
$H_R$	0.440000	0.640000	0.560652	0.051872
$H_{R+}$	0.000000	0.620000	0.473261	0.192250
$H_{R-}$	0.000000	0.600000	0.071304	0.186876

Tabela II

SUMÁRIO DOS ERROS DE PREDIÇÃO

Para os erros RMSE, todos os preditores produziram níveis médios similares, por volta dos 6%, exceto o preditor de média, que apresentou valores inferiores.

Os níveis dos erros MAPE ficaram bastante elevados devido aos pequenos valores das séries ( $r \ll 1$ ) e da baixa proteção contra os *outliers*.

A média das taxas de acerto  $H_R$  dos preditores neurais ficaram em torno de 53%, demonstrando uma capacidade preditiva acima do acaso (50% de acerto). As taxas de acerto reportadas na literatura são tipicamente de 55% [19], e neste aspecto, 18 preditores RNAR(4) e 12 preditores RNAR-RM(4,1) superaram esta marca, sendo que 6 preditores RNAR(4) e 7 preditores RNAR-RM(4,1) apresentaram taxas maiores que 60%. Também, os  $H_{R+}$  ficaram mais próximos dos  $H_R$  que os  $H_{R-}$ , que ficaram 6% abaixo. O  $H_R$  para o preditor *random walk* também foi dominado pelo  $H_{R+}$ , ficando próximo aos esperados 50%, enquanto o preditor de média refletiu a sua característica de filtragem ao basicamente acertar apenas os retornos positivos. As Figuras 1 e 2 mostram um exemplo dos resultados dos preditores neurais RNAR(4) e RNAR-RM(4,1) para 60 predições da série de retornos da ação PETR4. As séries históricas (legenda Tgt - linha pontilhada) e as predições (legenda Out - linha sólida) são mostradas nos gráficos superiores, onde do lado esquerdo temos todos os valores disponíveis, e do lado direito somente a região onde ocorreram as 60 predições. Os gráficos inferiores são as funções

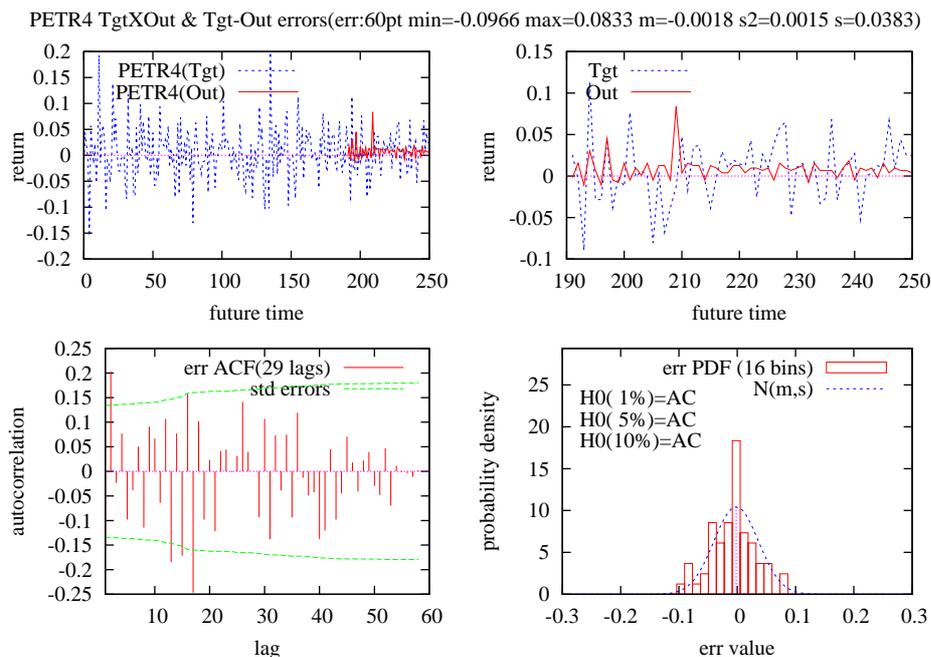


Figura 1. 60 predições RNAR(4) para a ação PETR4

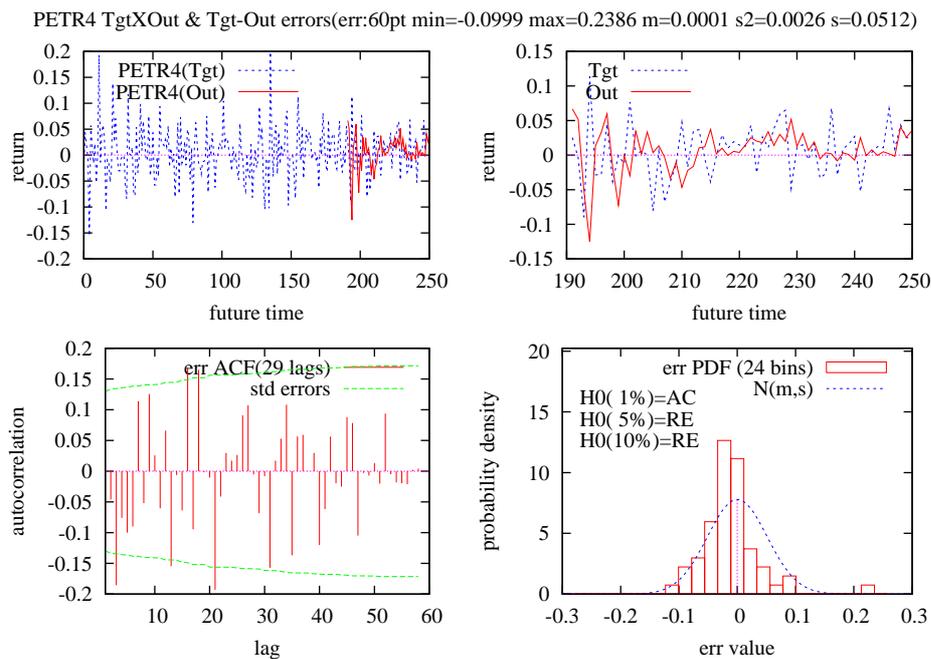


Figura 2. 60 predições RNAR-RM(4) para a ação PETR4

de autocorrelação (ACF) e de densidade de probabilidade (PDF) para os erros das 60 predições. As autocorrelações são inferiores ao erro padrão (linha pontilhada), indicando que as predições não são tendenciosas, e os resultados dos testes de normalidade no gráfico das densidades de probabilidade (legendas  $H_0=AC$  - aceito, ou  $H_0=RE$  - rejeitado) mostram que os erros são normais para  $\alpha = 0.01$ . O aparente melhor desempenho em faixa dinâmica do preditor

RNAR-RM(4,1) em relação ao RNAR(4) apresentado nas figuras não é verificado nos resultados numéricos da Tabela II, onde os preditores RNAR(4) vencem os preditores RNAR-RM(4,1) em todas as medidas de erro.

### C. Normalidade dos erros de predição

A normalidade dos erros predição para os preditores RNAR(4) e RNAR-RM(4,1) foi testada, e os resultados são

mostrados na Tabela III. Os testes do Qui-quadrado foram

Teste do Qui-quadrado para os erros de predição ME		
Preditor RNAR(4)		
$\alpha$	$H_0$ não rejeitada	$H_0$ rejeitada
0.01	45 (98%)	1 (2%)
0.05	40 (87%)	6 (13%)
0.10	39 (85%)	7 (15%)
Preditor RNAR-RM(4,1)		
$\alpha$	$H_0$ não rejeitada	$H_0$ rejeitada
0.01	44 (96%)	2 (4%)
0.05	39 (85%)	7 (15%)
0.10	36 (78%)	10(22%)

Tabela III  
NORMALIDADE DOS ERROS DE PREDIÇÃO DE RNAR(4) E  
RNAR-RM(4,1)

realizados para os níveis de significância  $\alpha$  de 0.01, 0.05 e 0.10, com aceitação da normalidade (i.e. não rejeição) dos erros de predição para 45 (98%), 40 (87%) e 39 (85%) dos preditores RNAR(4), e 44 (96%), 39 (85%) e 36 (78%) dos preditores RNAR-RM(4,1), respectivamente. Como os testes de normalidade das séries de retornos da Seção A apresentaram aceitação da normalidade para 14 (30%), 6 (13%) e 5 (11%) das séries de retornos, respectivamente para os mesmos  $\alpha$ , este resultado indica a possibilidade de se produzir erros de predição de retorno normais a partir das suas séries históricas de retorno não normais.

## V. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, examinamos o desempenho de preditores neurais auto-regressivos em relação aos dos preditores de média e do *random walk*. Foram realizadas 60 predições de um período futuro para 46 séries históricas de retornos semanais de ações do mercado Brasileiro.

Nas medidas da taxa de acerto do sinal da predição, o desempenho dos preditores neurais foi significativamente superior ao dos métodos de referência. Nesse parâmetro de avaliação, alguns resultados contrastam com a Hipótese do Mercado Eficiente, alcançando taxas de acerto superiores a 60%.

Um novo método neural auto-regressivo foi proposto. Neste método, denominado método *auto-regressivo com referência móvel*, as variáveis de regressão são as diferenças dos valores da série em relação a um determinado valor passado. Seu desempenho foi comparado com o método tradicional e, embora tenha demonstrado propriedades de representação superiores, seus resultados quantitativos não demonstraram esta superioridade, demandando investigações e desenvolvimentos adicionais.

Os aspectos distribucionais dos erros de predição produzidos pelos preditores neurais foram examinados, onde a normalidade dos erros de predição foi verificada em 45 das 46 séries. Este fato sugere a possibilidade de produzirmos erros Normais a partir de séries históricas de retornos não Normais, e esses erros podem ser adequados ao desenvolvimento de medidas de risco para modelos preditivos de otimização de carteiras que usufruam o arcabouço Normal.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Enfoque Informações Financeiras Ltda, pelo fornecimento das séries históricas de longo prazo utilizados neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- [1] Geraldo T. Sá, *Mercado de Ações e Bolsa de Valores*, Aplicação Editora Técnica, Rio de Janeiro, 1987.
- [2] Donald E. Fischer and Ronald J. Jordan, *Security Analysis and Portfolio Management*, Prentice Hall International, 6 edition, 1995.
- [3] Joseph D. Petrucci, Balgobin Nandram, and Minghui Chen, *Applied Statistics for Engineers and Scientists*, Prentice-Hall, Inc, 1999.
- [4] George E. P. Box, Gwilym M. Jenkins, and Gregory C. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Prentice Hall, third edition, 1994.
- [5] Antônio Airton C. de Freitas and Ivan Nunes da Silva, "Análise técnica de títulos financeiros através de redes neurais artificiais," in *IV Congresso Brasileiro de Redes Neurais*, São José dos Campos - SP, Brazil, 1999.
- [6] Harry M. Markowitz, "Portfolio selection," *Journal of Finance*, vol. VII, no. 1, pp. 77–91, Mar. 1952.
- [7] Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, and William N. Goetzmann, *Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos*, Editora Atlas, first edition, 2004.
- [8] Stanley J. Kon, "Models of stock returns - a comparison," *Journal of Finance*, vol. XXXIX, no. 1, pp. 147–165, Mar. 1984.
- [9] Eugene F. Fama and Kenneth R. French, "Permanent and temporary components of stock prices," *Journal of Political Economy*, vol. 96, no. 2, pp. 246–273, Apr. 1988.
- [10] Eugene Fama, "Efficient capital markets II," *Journal of Finance*, vol. 26, no. 5, pp. 1575–1617, Dec 1991.
- [11] H. White, "Economic prediction using neural networks: The case of IBM daily stock returns," in *Proceedings of The IEEE International Conference on Neural Networks*, 1988.
- [12] B. Sharda and R. B. Patil, "A connectionist approach to time series prediction: An empirical test," *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1992.
- [13] Fábio Daros de Freitas, Alberto Ferreira de Souza, Francisco José Negreiros-Gomes, and Ailson Rosetti de Almeida, "Portfolio selection with predicted returns using neural networks," in *IASTED International Conference on Artificial Intelligence and Applications*, Marbella, Spain, Sept. 2001, pp. 99–103.
- [14] Thomas Hellström, "Predicting a rank measure for portfolio selection," *Theory of Stochastic Processes*, vol. 22, no. 6, pp. 64–83, 2000.
- [15] Kei-keung Hung, Cheung Yiu-ming, and Lei Xu, "An extended ASLD trading system to enhance portfolio management," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 14, no. 2, pp. 413–425, Mar. 2003.
- [16] L. J. Cao and F. E. H. Tay, "Support vector machine with adaptive parameters in financial time series forecasting," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 14, no. 6, pp. 1506–1518, Nov. 2003.
- [17] Richard S. Sutton, "Learning to predict by the methods of temporal differences," *Machine Learning*, vol. 3, pp. 9–44, 1988.
- [18] J. Scott Armstrong and Fred Collopy, "Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons," *International Journal of Forecasting*, vol. 8, no. 1, pp. 69–80, 1992.
- [19] Thomas Hellström, "Data snooping in the stock market," *Theory of Stochastic Processes*, vol. 5, no. 21, pp. 33–50, Oct. 1999.
- [20] Simon Haykin, *Neural Networks: a Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, Inc., 2 edition, 1999.
- [21] Athanasios Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, WCB-McGraw-Hill, third edition, 1991.