

Projeto de Filtros Morfológicos Via Algoritmo Genético Adaptativo

Ricardo de A. Araújo¹, José Wellington P. Soares¹ e Robson P. de Sousa¹

Abstract—This work uses methods of evolutionary computation via Adaptive Genetic Algorithm as an alternative form of designing translation-invariant morphological filters. A comparative analysis of performance is presented along with the morphological filters design methods described in Harvey and Marshal [1] and Sousa [2].

Index Terms—Operators Designing, Genetic Algorithms, Optimal Filters.

I. INTRODUÇÃO

O projeto de filtros morfológicos é um problema de fundamental importância no estudo da morfologia matemática com diversas aplicações em processamento e análise de imagens, dentre as quais destacam-se redução de ruído, extração de bordas e reconhecimento de objetos. Dentre os diversos trabalhos publicados em projetos de operadores morfológicos, destacam-se os seguintes: Dougherty e Loce [3] projetaram operadores sub-ótimos crescentes satisfazendo às condições do teorema de Matheron [4] para o processamento de imagens binárias. Yang e Maragos [5] projetaram operadores (classificadores min-max) de acordo com a decomposição de Matheron [4] utilizando o critério do erro médio quadrático para minimizar a função de custo. Pessoa e Maragos [6] generalizaram os operadores de Yang e Maragos [5] para uma arquitetura de redes neurais envolvendo operadores morfológicos/posto/linear. Harvey e Marshall [1] utilizaram Algoritmo Genético Simples (AGS) para o projeto de filtros morfológicos ótimos em imagens em níveis de cinza. Posteriormente, Oliveira [7] generalizou o trabalho de Harvey e Marshall [1] ao implementar via AGS a decomposição de Banon e Barrera [8] para operadores não necessariamente crescentes invariantes à translação. Davidson e Hummer [9] utilizaram Redes Neurais Morfológicas (RNM) no projeto de filtros morfológicos, que diferem das Redes Neurais Clássicas (RNC) [10] no sentido de que a computação em cada nó da Rede Neural Morfológica (RNM) é realizada por meio de operadores morfológicos simples sob o contexto de Álgebra das Imagens [11]. Herwing e Shalkoff [12] apresentam uma RNM com aprendizagem baseada na regra delta com função de ativação de transição brusca, a qual é utilizada para o projeto de filtros em imagens do tipo binária. Sousa [13] mostra uma nova arquitetura de rede geral denominada Rede Neural Modular Morfológica (RNMM) baseada na decomposição de Matheron [4] e no caso mais geral da decomposição de Banon e Barrera [8]. O treinamento da RNMM é via AGS e

via algoritmo do erro propagado, o qual utiliza a metodologia de Pessoa de Maragos [14] para estimar as derivadas da equação de treinamento, usando vetores indicadores de posto e função impulso suave. Cada módulo da RNMM representa uma operação morfológica padrão: dilatação, erosão, anti-dilatação e anti-erosão.

O propósito deste artigo é utilizar o Algoritmo Genético Adaptativo (AGA) Mitsuo e Cheng [15] como um método alternativo para o projeto de filtros morfológicos ótimos, baseado na metodologia descrita em Harvey e Marshall [1]. Para o projeto de operadores invariantes à translação via decomposição de Matheron [4] por dilatações ou erosões é utilizada a metodologia descrita em Sousa [2]. São feitas comparações do método proposto com os resultados descritos em Harvey e Marshall [1] e Sousa [2].

II. FUNDAMENTOS

A. Morfologia Matemática

Para implementação do projeto de filtros morfológicos é necessário definir as seguintes equações [2]:

$$\text{Dilatação: } \delta_k = \max(\vec{x} + \vec{a}_k) \quad (1)$$

$$\text{Erosão: } \epsilon_k = \min(\vec{x} - \vec{a}_k) \quad (2)$$

$$\text{Anti-Dilatação: } \delta_k^a = 1 - \min(\vec{x} - \vec{b}_k) \quad (3)$$

$$\text{Anti-Erosão: } \epsilon_k^a = 1 - \max(\vec{x} + \vec{b}_k) \quad (4)$$

em que \vec{x} é o sinal de entrada e \vec{a}_k e \vec{b}_k representam o elemento estruturante (\vec{b}_k representa a reflexão do complemento dos elementos estruturantes da anti-dilatação ou anti-erosão).

B. Algoritmo Genético Adaptativo

O AGA Mitsuo e Cheng [15] difere do AGS na utilização de métodos adaptativos aplicados nos operadores de cruzamento e mutação ilustrados na Figura 1. O método adaptativo adotado, denominado de adaptação determinística [15], consiste em alterar os valores das taxas dos operadores de acordo com uma regra predeterminada. A regra adotada diminui gradativamente as taxas dos operadores a cada evolução da população, ou seja, as taxas são gradativamente adaptadas. A Equação 5 define a regra adotada como parâmetro adaptativo nas taxas de cruzamento e mutação:

$$Tx_a = Tx_i - (Tx_i - Tx_f) * \frac{g_a}{G} \quad (5)$$

¹Departamento de Estatística e Informática, Universidade Católica de Pernambuco, Rua do Príncipe 526, Boa Vista, CEP 50050-900, Recife-PE. Fone: 55 81 3216-4000 - Fax: 55 81 3423-0541, e-mails: randrade@dei.unicap.br, wsoares@dei.unicap.br, robson@dei.unicap.br

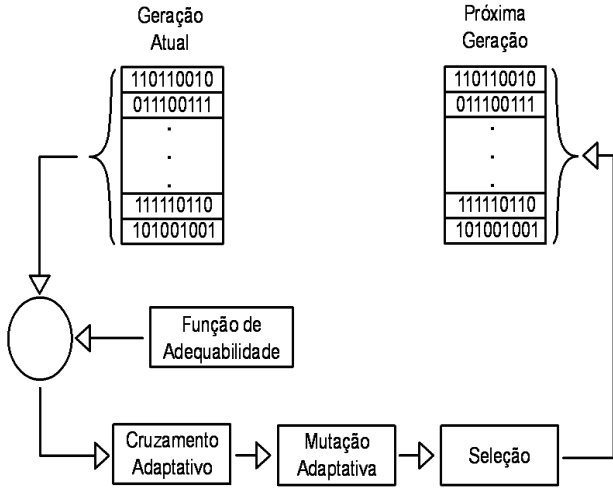


Fig. 1. Ciclo do AGA e seus principais operadores.

em que Tx_a , Tx_i e Tx_f representam respectivamente as taxas atual, inicial e final. Os termos G e g_a representam respectivamente a quantidade máxima de gerações e a geração atual.

III. PROJETO DE FILTROS MORFOLÓGICOS E OPERADORES VIA DECOMPOSIÇÃO DE MATHERON

De acordo com a Figura 2, o método para o projeto de filtros ótimos descrito em [1] utiliza uma seqüência de operações de dilatações e erosões e um único elemento estruturante (que caracterizam o filtro) definidos pelo treinamento do *AGS*. Para o projeto de filtros morfológicos ótimos proposto neste trabalho, toma-se como base o método de Harvey e Marshall [1] com as seguintes modificações: i) os operadores de cruzamento e mutação que caracterizam o *AGS* são adaptativos, ii) são acrescentados os operadores morfológicos de anti-dilatação e anti-erosão para caracterização do cromossomo que define o filtro, iii) o filtro é parametrizado por um conjunto de elementos estruturantes, os quais são associados aos respectivos operadores. A título de exemplo, a Figura 3 representa um elemento da população codificado de acordo com a Tabela I, em que $op_{(i)}$ representa um determinado operador morfológico e $ee_{(i)}$ seu respectivo elemento estruturante, $i = 1, 2, \dots, N$. O *AGA* determina a seqüência de operações morfológicas bem como o conjunto de elementos estruturantes que definem o filtro ótimo. As modificações inseridas generalizam o método de Harvey e Marshall [1].

Sousa [2] utiliza a *RNMM* para o projeto de operadores invariantes à translação que satisfaçam o teorema da decomposição de Matheron [4] tanto por dilatações ou erosões. O teorema diz que todo operador crescente e invariante à translação pode ser decomposto por uma união ou interseção de operadores do tipo erosão ou dilatação. A Figura 4 apresenta a arquitetura da *RNMM* para a decomposição de Matheron [4] por dilatações. As equações a seguir definem uma das arquiteturas da *RNMM* de acordo

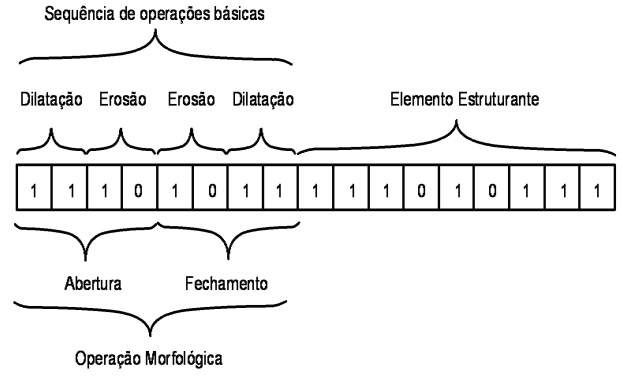


Fig. 2. Codificação do cromossomo Harvey e Marshall.

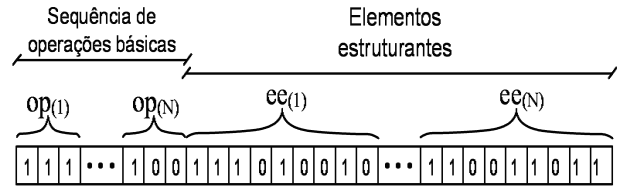


Fig. 3. Codificação do cromossomo Harvey e Marshall modificado.

com Sousa [2].

$$\text{Dilatação: } \delta_k = v_k = \max(\vec{x} + \vec{a}_k) \quad (6)$$

$$\text{Saída da rede: } Y = \min(\vec{v}) \quad (7)$$

em que,

$$\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_k) \quad (8)$$

A matriz peso A da *RNMM* é definida por

$$A = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_k) \quad (9)$$

em que \vec{x} é a imagem de entrada da *RNMM* e $\vec{a}_k \in R^k$, $k = 1, 2, \dots, N$, representam os elementos estruturantes e pesos da rede. O símbolo \wedge representa a operação de mínimo.

De forma dual, define-se a arquitetura para a decomposição de Matheron [4] via erosões, substituindo as dilatações por erosões e o símbolo \wedge por \vee , em que \vee representa a operação de máximo. O principal objetivo é

TABELA I
EXEMPLO DE CÓDIGO PARA AS OPERAÇÕES MORFOLÓGICAS DO MÉTODO DE HARVEY E MARSHALL MODIFICADO

Código Binário	Operador Morfológico
000	Dilatação
001	Nada Fazer
010	Erosão
011	Nada Fazer
100	Anti-Dilatação
101	Nada Fazer
110	Anti-Erosão
111	Nada Fazer

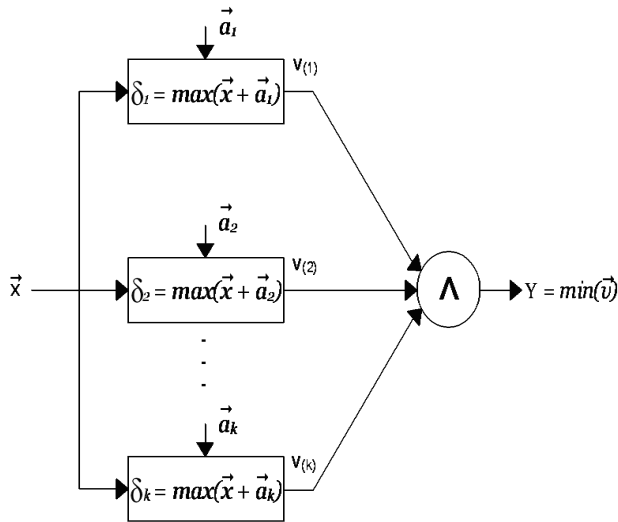


Fig. 4. Arquitetura da *RNMM* utilizada para a decomposição de Matheron via dilatações.

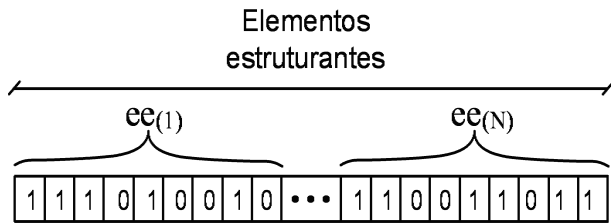


Fig. 5. Codificação do Cromossomo para decomposição de Matheron.

determinar um conjunto de elementos estruturantes sub-ótimos para o projeto de filtros morfológicos invariantes à translação. Para o treinamento desta arquitetura de rede, Sousa [2] utilizou *AGS*. Tomando como base a arquitetura da *RNMM* utiliza-se o *AGA* para o projeto de filtros morfológicos invariantes à translação via decomposição de Matheron [4] por dilatações ou erosões. A título de exemplificação, a Figura 5 representa um elemento da população, em que $ee(i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, representa o conjunto de elementos estruturantes sub-ótimos para o projeto de filtros morfológicos invariantes à translação.

IV. SIMULAÇÕES E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O treinamento do *AGA* para o projeto de filtros morfológicos ótimos e para o projeto de operadores invariantes à translação via decomposição de Matheron, segue o esquema da Figura 1, no qual se utiliza a função critério de adequabilidade E definida por,

$$E = D - Y \quad (10)$$

em que D é a imagem desejada e Y a saída do filtro projetado pelo *AGA*.

Foram adotadas as seguintes funções de adequabilidades nas simulações: Erro Médio Absoluto (*MAE*), Erro Raiz Média Quadrática (*RMSE*), Razão Sinal-Ruído (*SNR_{ms}*)(dB) e Razão Ruído-Sinal (*NSR_{ms}*)(dB), defini-

das da seguinte forma:

$$MAE = |D - Y| \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{(D - Y)^2} \quad (12)$$

$$SNR_{ms} = 10 \log_{10} \frac{\overline{(D)^2}}{\overline{(D - Y)^2}} \quad (13)$$

$$NSR_{ms} = 10 \log_{10} \frac{\overline{(D - Y)^2}}{\overline{(D)^2}} \quad (14)$$

em que $\overline{(D - Y)^2}$ e $\overline{(D)^2}$ representam a energia média do erro (segundo momento do erro) e a energia média do objetivo (segundo momento do objetivo).

A. Aplicações

Em processamento de imagens existe um problema clássico: filtragem de imagens corrompidas por ruído [16]. Em particular neste trabalho são utilizadas imagens com ruído do tipo sal e pimenta. Para suprimir este tipo de ruído, o filtro clássico utilizado é o da mediana [16], que para determinada densidade de ruído tem se mostrado eficiente. O objetivo é projetar o filtro morfológico ótimo por meio do treinamento do *AGA* que suprime o ruído previamente definido, tanto via método de Harvey e Marshall modificado bem como por meio da decomposição de Matheron [4] de acordo com estrutura da *RNMM* [2].

A.1 Método de Harvey e Marshall modificado para o projeto de filtros morfológicos ótimos

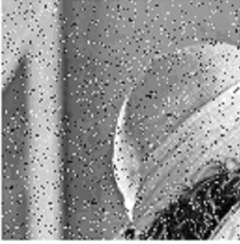
O objetivo é comparar os resultados obtidos por meio do método de Harvey e Marshall modificado com os resultados do método original [1]. Em todas as simulações foi utilizado 25 por cento da imagem ruidosa X (Figura 6 (a)-(b)) para treinar o *AGA*. Para testar o filtro projetado, utilizou-se a imagem ruidosa total X . Também, foram utilizadas as funções de adequabilidade *MAE*, *RMSE* e *SNR_{ms}* no *AGA*. Gerou-se uma população inicial de 100 indivíduos de acordo com a Figura 3, com um intervalo de variação adaptativa $Tx_i = 1, 0$ a $Tx_f = 0, 5$ para probabilidade de cruzamento e $Tx_i = 0, 05$ a $Tx_f = 0, 0001$ para probabilidade de mutação de acordo com [15]. Utilizou-se o número de 100 gerações bem como o erro $E = 10^{-3}$ para o critério de parada.

A Tabela II mostra os resultados obtidos para o método de Harvey e Marshall modificado via treinamento *AGA*, método de Harvey e Marshall (método original) via treinamento *AGS* e filtro da mediana. De acordo com a Tabela II, verifica-se que, para uma densidade de ruído de 10%, o filtro projetado via *AGA* mostrou ser mais eficiente para todas as funções de adequabilidade *MAE*, *RMSE* e *SNR* utilizadas. Observa-se por exemplo, que a *SNR* final para o *AGA* superou a *SNR* do *AGS* em torno de 42 dB. A Figura 7 mostra a imagem filtrada obtida pelo método de Harvey e Marshall modificado. De acordo com a Tabela II, com apenas 100 gerações o método proposto obteve melhores resultados que o método original com 1000 gerações.

TABELA II
 RESULTADOS DO PROJETO DE FILTROS MORFOLÓGICOS ÓTIMOS VIA AGA, AGS E FILTRO DA MEDIANA

Denominação	Densidade de Ruído (%)	Qtd. gerações do AG	MAE Final	RMSE Final	SNR Final (dB)
AGS	10	1000	8,07	16,24	89,87
FILTRO MEDIANA	10		6,07	14,09	120,40
AGA	10	100	5,19	13,56	131,87

a) X - entrada



b) D - saída desejada



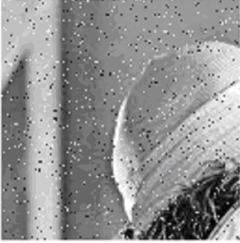
a) X - treinamento



b) saída



c) X - entrada



d) D - saída desejada



c) X - teste



d) saída



Fig. 6. Imagens de treinamento do AGA para o problema de redução de ruído. (a) entrada do AGA, (b) saída desejada do AGA, (Harvey e Marshall modificado) (c) entrada do AGA e (d) saída desejada do AGA. (Decomposição de Matheron)

Fig. 7. Imagens de treinamento e teste para o problema de extração de ruído para o método de Harvey e Marshall modificado. (a) entrada para o treinamento, (b) saída ao final do treinamento, (c) entrada de teste e (d) saída do teste (imagem filtrada).

A.2 Treinamento AGA para o projeto de operadores invariantes à translação via decomposição de Matheron

Para o projeto de operadores invariantes à translação via decomposição de Matheron por dilatações ou erosões [4], o AGA foi treinado com uma população inicial de 100 elementos; o número máximo de gerações (ciclo do AGA) iguais a 100, com um intervalo de variação adaptativa $Tx_i = 1,0$ a $Tx_f = 0,5$ para probabilidade de cruzamento e $Tx_i = 0,05$ a $Tx_f = 0,0001$ para probabilidade de mutação de acordo com [15]. Para adequabilidade dos elementos da população utilizou-se a relação ruído sinal NSR , definida pela Equação 14. Em todas as simulações foi utilizado 25 por cento da imagem ruidosa X (Figura 6 (c)-(d)) para treinar o AGA. Para testar o filtro projetado utilizou-se a imagem ruidosa total X .

A Tabela III mostra os resultados obtidos para o projeto de operadores invariantes à translação via decomposição de Matheron por: AGA, RNMM com treinamento via AGS e filtro da mediana. De acordo com a Tabela III, verifica-se que para a densidade de ruído em torno de 5% o operador morfológico invariante à translação projetado via treinamento AGA mostrou ser mais eficiente que a RNMM e o

filtro da mediana. Em particular, para 25 decomposições por dilatações e 100 gerações, o AGA obteve uma NSR final de -23,76 dB, contra a NSR final da RNMM de -19,70 dB. A Figura 8 mostra o resultado do operador projetado obtido por treinamento AGA para a decomposição de Matheron [4] por 100 dilatações. De acordo com a Figura 9, à medida que se aumenta o número de decomposições para o projeto do operador, a relação ruído sinal NSR tende a se estabilizar em torno de um determinado valor -24,5 dB. Isso nos diz que quanto maior o número de decomposições maior será a aproximação do operador morfológico invariante à translação projetado.

V. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos por meio das simulações realizadas são significativos, mostrando que o treinamento do método de Harvey e Marshall modificado por AGA para o projeto do filtro morfológico ótimo é mais eficiente que o método original. O treinamento AGA para o projeto de operadores invariantes à translação via decomposição de Matheron [4] mostrou ser mais eficiente que a RNMM e o filtro da mediana para o problema de imagens com ruído do tipo

TABELA III
 RESULTADOS DA DECOMPOSIÇÃO DE MATHERON VIA AGA, A RNMM E FILTRO DA MEDIANA.

Denominação	Treinamento	Densidade de Ruído (%)	de Qtd. gerações do AG	NSR Final (dB)
FILTRO MEDIANA		5		-21,55
RNMM (8 Erosões)	AG	5	100	-17,63
RNMM (8 Dilatações)	AG	5	100	-19,00
RNMM (25 Erosões)	AG	5	100	-18,40
RNMM (25 Dilatações)	AG	5	100	-19,70
AGA (8 Erosões)		5	100	-22,21
AGA (8 Dilatações)		5	100	-23,22
AGA (25 Erosões)		5	100	-23,11
AGA (25 Dilatações)		5	100	-23,76
AGA (50 Erosões)		5	100	-23,27
AGA (50 Dilatações)		5	100	-24,07
AGA (75 Erosões)		5	100	-23,31
AGA (75 Dilatações)		5	100	-24,13
AGA (100 Erosões)		5	100	-24,11
AGA (100 Dilatações)		5	100	-24,27

a) X - treinamento



b) saída



c) X - teste



d) saída

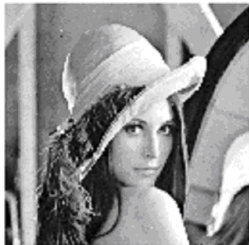


Fig. 8. Imagens de treinamento e teste para o problema de redução de ruído via decomposição de Matheron por 100 dilatações. (a) entrada para o treinamento, (b) saída ao final do treinamento, (c) entrada de teste e (d) saída do teste (imagem filtrada).

impulsivo (sal e pimenta). Por outro lado, observou-se, à medida que se aumenta o número de decomposições para o projeto do operador a relação ruído sinal NSR tende a se estabilizar em torno de um determinado valor o que leva a crer que quanto maior o número de decomposições maior será a aproximação do operador morfológico. No entanto, isto terá um custo computacional elevado. Em trabalhos futuros, pretende-se utilizar o AGA em problemas de segmentação e reconhecimento de padrões.

Convergência do AGA

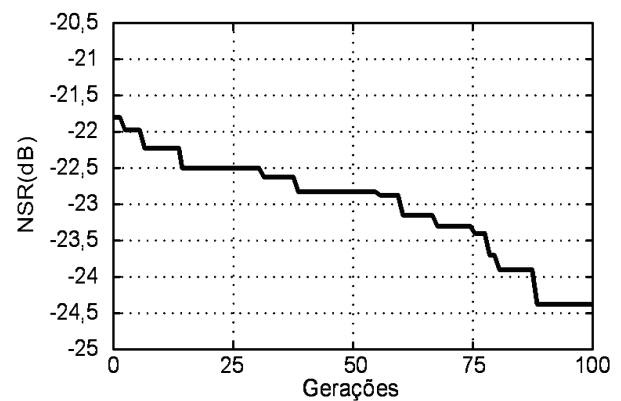


Fig. 9. Convergência do AGA para a decomposição de Matheron por 100 dilatações.

REFERENCES

- [1] Stephen Marshall Neal R. Harvey, "The use of genetic algorithms in morphological filter design," *Signal Processing Image Communication*, vol. 8, pp. 55-71, 1996.
- [2] Robson Pequeno de Sousa, *Projeto de Operadores Invariantes à Translação Via Treinamento de Redes Neurais*, Ph.D. thesis, UFPB, Campina Grande, 2000.
- [3] Edward R. Dougherty and Robert P. Loce, "Efficient design strategies for the optimal binary digital morphological filter: Probabilities, constraints, and structuring-element libraries," in *Mathematical Morphology In Image Processing*, Edward R. Dougherty, Ed., pp. 43-92. Marcel Dekker, Inc., New York, 1993.
- [4] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*, Wiley, New York, 1975.
- [5] P. Yang and P. Maragos, "Character recognition using min-max classifiers designed using an LMS algorithm," *Visual Communications and Image Processing*, vol. 92, no. 1818, pp. 674-685, nov. 1992.
- [6] Lúcio F. C. Pessoa and Petros Maragos, "Morphological rank neural networks and their adaptive optimal design for image pro-

- cessing,” in *Proc. of the 1996 IEEE Intl Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Atlanta, 1996, IEEE.
- [7] João Ricardo de Freitas Oliveira, *O Uso de Algoritmos Genéticos na Decomposição Morfológica de Operadores Invariantes Em Translação Aplicados a Imagens Digitais*, Ph.D. thesis, INPE, 1998.
- [8] G. J. F. Banon and J. Barrera, “Minimal representation for translation invariant set mappings by mathematical morphology,” *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 51, no. 6, pp. 1782–1798, 1991.
- [9] Jennifer L. Davidson and Frank Hummer, “Morphology neural networks: An introduction with applications,” *Circuits, System and Signal Process*, vol. 12, no. 2, pp. 179–210, 1993.
- [10] Simon Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- [11] G. X. Ritter, “Recent developments in image algebra,” in *Advances in Electronics and Eletron Physics*, vol. 80. Academic Press, 1991.
- [12] Christoph B. Herwing and Robert J. Shalkoff, “Morphological image processing using artificial neural networks,” in *Control and Dynamic Systems, Vol. 67*, C. T. Leondes, Ed., pp. 319–379. Academic Press, 1994.
- [13] Robson P. de Sousa, Joao M. de Carvalho, Francisco M. de Assis, and L. F. C. Pessoa, “Designing translation invariant operations via neural network training,” in *Proc. of the 2000 IEEE Intl Conference on Image Processing*, Vancouver, Canada, 2000, IEEE.
- [14] Lucio F. C. Pessoa and Petros Maragos, “Neural networks with hybrid morphological/rank/linear nodes: A unifying framework with applications to handwritten character recognition,” *Pattern Recognition*, vol. 33, pp. 945–960, 2000.
- [15] Mitsuo Gen and Runwei Cheng, *Genetic algorithms and engineering optimization*, John Wiley, New York, 2000.
- [16] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1992.