Otimização do Despacho Econômico de Energia Elétrica usando uma Combinação de Evolução Diferencial e Programação Quadrática Seqüencial

Leandro dos Santos Coelho[1] e Viviana Cocco Mariani[2]
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
[1] *Grupo Produtrônica, Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas*
[2] *Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PPGEM*
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil,
E-mail: leandro.coelho@pucpr.br; viviana.mariani@pucpr.br

Abstract

*Differential evolution (*DE*), is a recently invented global optimization algorithm of evolutionary computation area. This paper proposes a hybrid DE method combined with sequential quadratic programming (*SQP*) technique. This hybrid method is used for solving the economic load dispatch problem with valve-point effect. The hybrid methodology and its variants are validated for a test system consisting of 40 thermal units with incremental fuel cost function takes into account the valve-point loadings effects. The proposed hybrid method outperforms and provides quality solutions in terms of efficiency compared with those obtained from* DE *and* SQP *alone and other existing techniques for load dispatch problem with valve-point effect.*

1. Introdução

O objetivo básico do problema de despacho econômico da geração de energia elétrica é o escalonamento das saídas das unidades de geração conveniadas para encontrar a demanda de carga consumidora a um custo mínimo de operação, satisfazendo a todas unidades e restrições de igualdade e desigualdade impostas pelo problema [1]. Quando o problema de despacho econômico trata de um intervalo de tempo simples, ele é referido como um problema de despacho econômico estático, enquanto o problema de despacho econômico dinâmico considera um número finito de intervalos de despacho acoplados com a previsão de carga para providenciar uma trajetória de geração "ótima" seguindo uma demanda variável de carga [2].

Muitos dos problemas de otimização em sistemas de potência, incluindo os de despacho econômico, possuem características complexas e não-lineares com a presença, muitas vezes, de restrições de igualdade e desigualdade. Desde que o problema de despacho econômico foi introduzido, diversos métodos têm sido utilizados para resolver este problema, tais como método iterativo λ, técnicas baseadas em gradiente, método dos pontos interiores, programação linear e programação dinâmica. Entretanto, muitas das abordagens convencionais usadas em problemas de despacho econômico podem não estarem aptas a providenciar uma solução ótima e, muitas vezes, a solução fica presa em armadilhas de mínimos locais.

A literatura tem apresentado muitos estudos referentes à utilização de metodologias da inteligência artificial clássica (busca tabu, *simulated annealing*, sistemas especialistas) e inteligência computacional [3]-[6]. Algumas abordagens, emergentes da inteligência computacional são os algoritmos evolutivos ou evolucionários (AEs). Os AEs incluem algoritmos genéticos, programação evolucionária, estratégias evolutivas, programação genética, entre outras variantes [7]. Dentre estes algoritmos evolucionários destaca-se o algoritmo de evolução diferencial (ED). A ED foi desenvolvida por Storn e Price [8] visando uma busca por melhores resultados com uma abordagem um pouco diferente da utilizada nos algoritmos genéticos e em estratégias evolutivas. Algumas das potencialidades da ED têm-se a rapidez de convergência da otimização, a facilidade de implementação e validação.

A contribuição deste artigo é descrever e avaliar uma nova metodologia híbrida para resolução do problema de despacho econômico de carga com efeito do ponto de válvula. O método híbrido proposto integra uma abordagem híbrida de ED para a etapa de busca global combinada com uma técnica de programação quadrática seqüencial (*Sequential Quadratic Programming*, SQP) para a etapa de busca local.

A metodologia híbrida é testada em um estudo de caso de 40 unidades térmicas geradoras [9], [10] considerando-se o efeito de válvula. Os resultados obtidos são analisados e comparados com outros apresentados na literatura, que ressaltam a eficiência da abordagem de otimização proposta neste artigo.

O artigo é organizado da seguinte forma. A formulação do problema de despacho econômico de energia elétrica é detalhada na seção 2. Na seção 3 são apresentados os fundamentos da ED e SQP nas formas de concepção isolada e híbrida. A descrição de um estudo de caso de despacho econômico com 40 unidades térmicas e uma análise dos resultados de otimização obtidos são apresentados na seção 4. Finalizando o artigo, a conclusão e as perspectivas de futuros trabalhos são apresentadas na seção 5, respectivamente.

2. Problema de despacho econômico

O tipo de problema de despacho econômico, abordado neste artigo, pode ser descrito matematicamente com uma função objetivo e duas restrições. As restrições representadas pelas equações (1) e (2) devem ser satisfeitas, ou seja,

$$\sum_{i=1}^{n} P_i - P_L - P_D = 0 \tag{1}$$

$$P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max} \tag{2}$$

A equação (1) representa as restrições de igualdade do balanço de potência (isto é, balanço entre suprimento e demanda), enquanto a expressão (2) representa as restrições de desigualdade relativas aos limites da capacidade de geração de potência de cada unidade geradora, onde P_i é a saída para a unidade geradora *i* (em MW); *n* é o número de geradores presente no sistema; P_D é a demanda de carga total (em MW); P_L são as perdas de transmissão (em MW) e P_i^{min} e P_i^{max} são respectivamente as saídas de operação mínimas e máximas da unidade geradora *i* (em MW). O custo total de combustível deve ser minimizado conforme representado na equação (3),

$$min\ f = \sum_{i=1}^{n} F_i(P_i) \tag{3}$$

onde F_i é a função custo de combustível para a unidade geradora *i* (em \$/h), que é definida pela equação,

$$F_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \tag{4}$$

onde a_i, b_i e c_i são restrições das características do gerador. A equação (4) para o cálculo do custo total pode ser modificada para considerar o efeito do ponto de válvula [11], tal que

$$\widetilde{F}_i(P_i) = F(P_i) + \left| e_i sen\left(f_i \left(P_i^{min} - P_i \right) \right) \right| \tag{5}$$

ou

$$\widetilde{F}_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i + \left| e_i\ sen\left(f_i \left(P_i^{min} - P_i \right) \right) \right| \tag{6}$$

onde $|\cdot|$ consiste do valor absoluto da expressão, e_i e f_i são constantes do efeito do ponto de válvula dos geradores. Conseqüentemente, o custo total de combustível que deve ser minimizado, conforme representado na equação (3), é modificado para

$$min\ f = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{F}_i(P_i) \tag{7}$$

onde $\widetilde{F}_i$ é a função custo para a unidade geradora *i* (em \$/h), que é definida pela equação (6). Nos exemplos abordados, neste artigo, são desconsideradas as perdas de transmissão P_L, portanto, neste caso $P_L = 0$.

3. Métodos de otimização aplicados ao problema de despacho econômico

Os métodos de otimização têm duas formas de configuração: os métodos determinísticos e os métodos estocásticos. Os métodos determinísticos tendem a buscar um ponto de mínimo (quando o problema é de minimização) no espaço de busca baseados na informação dada pelo gradiente da função objetivo (função custo). A eficiência destas técnicas depende de diversos fatores, tais como: a solução inicial, a precisão da avaliação da direção descendente, o método utilizado para executar a busca em linha e o critério de parada de otimização adotado.

Os métodos estocásticos, dos quais as abordagens de algoritmos e inteligência coletiva fazem parte, não necessitam do cálculo do gradiente e são aptos a encontrar a solução global. Contudo, o número de avaliações da função objetivo, necessárias para encontrar a solução, é geralmente maior que o número requerido pelos métodos determinísticos.

A seguir são detalhados os fundamentos e potencialidades do ED, análise de diversidade em ED e SQP, alem do método híbrido combinando ED e SQP.

3.1. ED

Neste artigo enfoca-se a ED, proposta originalmente por Storn e Price [8], que apesar de apresentar conceitos simples é de fácil implementação, robusta e eficiente para a minimização de funções não-lineares e não-diferenciáveis no espaço contínuo.

Na ED, os parâmetros da função a ser otimizada são codificados com variáveis representadas em ponto flutuante na população e são realizadas mutações simples com uma operação aritmética simples. Storn [12] relatou resultados impressionantes que mostram que a ED supera outros AEs (*simulated annealing* adaptativo, *Nelder* e *Mead* com *annealing*, algoritmo genético b*reeder,* estratégia evolutiva e equações diferenciáveis estocásticas) para abordagens de minimização em relação ao número de avaliações necessárias localizando o mínimo global de diversas funções teste consolidadas na literatura.

Na ED, cada variável é representada por um valor real (ponto flutuante) e o seu procedimento de otimização é regido pelas seguintes etapas:

(i) gerar uma população inicial aleatória, com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde é garantido por regras de "reparo" que os valores atribuídos às variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista;

(ii) um indivíduo é selecionado, de forma aleatória, para ser substituído e outros três diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais);

(iii) um destes três indivíduos é selecionado como genitor principal;

(iv) com alguma probabilidade, cada variável do genitor principal é modificada. Neste caso, pelo menos uma variável deve ser alterada;

(v) a modificação é realizada adicionando ao valor atual da variável uma taxa, F, regida pela diferença entre dois valores desta variável nos outros dois genitores. Em outras palavras, o vetor denominado genitor principal é modificado baseado no vetor de variáveis de dois outros genitores. Este procedimento representa o operador de cruzamento na evolução diferencial;

(vi) se o vetor resultante apresenta uma função de aptidão (*fitness*) melhor que o escolhido à substituição, ele o substitui; caso contrário, o vetor escolhido para ser substituído é mantido na população.

Em outras palavras, adotando-se um formalismo de explicação matemático, na evolução diferencial uma solução, l, na geração w é um vetor multidimensional $\vec{x}_{G=w}^{l}=\left(x_1^l,\ldots,x_N^l\right)^T$. Uma população, $P_{G=k}$, na geração $G = k$ é um vetor de M soluções, onde $M > 4$. A população inicial, $P_{G=0}=\left\{\vec{x}_{i,G=0}^{l},\ldots,\vec{x}_{i,G=0}^{M}\right\}$ é gerada incialmente, com distribuição uniforme, adotando-se

$$x_{i,G=0}^{l}=lim_{inf}(x_i)+rand_i[0,1]*\left\{lim_{sup}(x_i)-lim_{inf}(x_i)\right\}, \quad (8)$$

onde $lim_{inf}(x_i)$ e $lim_{sup}(x_i)$ são os limites inferior e superior de valores admissíveis para a variável x_i, respectivamente, M é o tamanho da população, N é a dimensão da solução e $rand_i[0,1]$ gera um número aleatório, com distribuição uniforme, no intervalo entre 0 e 1.

A seleção é realizada para escolher quatro diferentes índices de soluções r_1, r_2, r_3 e $j\in[1,M]$. Os valores de cada variável, na solução descendente, são modificados com uma mesma probabilidade de cruzamento, p_m, para

$$\forall i\le N, x'_{i,G=k}=\begin{cases} x_{i,G=k-1}^{r3}+F*\left(x_{i,G=k-1}^{r1}-x_{i,G=k-1}^{r2}\right) \\ \quad \text{se } \left(rand[0,1]<p_c \wedge i=i_{rand}\right) \\ x_{i,G=k-1}^{j}, \ \text{nos outros casos} \end{cases}, \quad (9)$$

onde $F\in(0,1)$ é uma taxa de "perturbação" a ser adicionada a solução escolhida aleatoriamente denominada genitor principal.

A nova solução substitui a solução anterior (antiga) se ela for melhor que a anterior e pelo menos uma das variáveis tenha sido modificada. Esta solução é representada na evolução diferencial pela seleção aleatória de uma variável, $i_{rand}\in(1,N)$. Depois da operação de cruzamento, se uma ou mais variáveis na nova solução estão fora das fronteiras (limites) uma regra de "reparo" é aplicada, sendo esta regida pela seguinte equação

$$x'_{i,G=k}=\begin{cases} \left[x_{i,G}^{j}+\lim_{\inf}(x_i)\right]/2 \\ \quad \text{se } x_{i,G}^{j}<\lim_{\inf}(x_i) \\ \lim_{\inf}(x_i)+\left[x_{i,G}^{j}-\lim_{\sup}(x_i)\right]/2 \\ \quad \text{se } x_{i,G+1}^{j}>\lim_{\sup}(x_i) \\ x_{i,G+1}^{j}, \quad \text{nos outros casos.} \end{cases} \quad (10)$$

3.2. Programação quadrática seqüencial

A implementação do SQP consiste de três estágios principais, que são brevemente descritos a seguir:

(i) calcular uma aproximação da matriz Hessiana da função Lagrangeana usando um método quase-Newton;
(ii) gerar o sub-problema de QP;
(iii) proceder em uma direção de descida usando um método de busca em linha.

Formulando o subproblema de programação quadrática para o problema enunciado na equação (1), (2) e (7) tem-se,

$$min\ f(P)=\frac{1}{2}d_k^T H_k d_k+\vec{\nabla}f(P_k)^T d_k$$

sujeito a $\quad (11)$

$$c(P_k)+\vec{\nabla}c(P_k)^T d_k=0$$
$$P_{min}\le P_k+d_k\le P_{max}$$

onde $d_k \in \mathrm{IR}^n$ e $P_k \in \mathrm{IR}^n$; H_k é a matriz Hessiana da função Lagrangeana na k-ésima iteração,

$$L(P,\lambda)=f(P)+c(P)^T\lambda \quad (12)$$

onde d_k é a direção de busca na k-ésima iteração; P_k é o vetor de potência real na k-ésima iteração; e $c(P_k)$ é a restrição de igualdade apresentada na formulação de despacho econômico. Detalhes do SQP são apresentados em Fletcher (1987).

3.3. ED híbrida com SQP

A ED e a SQP possuem potencialidades complementares. A ED é robusta e pode ser projetada para buscas em um amplo espaço de busca (busca global). A SQP é freqüentemente apropriada para convergir rapidamente para uma região em torno de um mínimo local para problemas de despacho econômico de energia elétrica com efeito do ponto de válvula. A SQP pode ser incorporada a ED visando à obtenção de um aprimoramento da otimização quanto à busca local.

Neste contexto, para obter os benefícios da configuração de otimização híbrida, uma forma eficiente é executar, inicialmente, a ED localizar a região de "ótimo" global e após aplicar a SQP para a busca local, ou seja, o algoritmo de busca local pode avaliar alguns indivíduos da ED (ou mesmo somente o melhor indivíduo) na região próxima a estes e substituir o indivíduo (vetor solução) original da ED.

Neste artigo, foi testada uma forma de hibridização após o critério de parada de otimização da ED ter sido atingido é realizada uma busca local usando SQP com estimativa inicial igual ao melhor indivíduo da população da ED.

Quanto ao tratamento de restrições, as variáveis de decisão são consideradas na igualdade da equação (1). Caso a igualdade não seja atendida, modifica-se a equação (7) para

$$min\ f = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{F}_i(P_i) + q\left|\sum_{i=1}^{n} P_i - P_L - P_D\right| \qquad (13)$$

onde q é uma constante de penalidade (adotado neste trabalho q=200) aplicada a restrição de igualdade não atendida da equação (1).

4. Exemplo de aplicação e resultados

Para mostrar o desempenho relativo da ED, SQP e ED-SQP, um estudo de caso foi testado. As simulações são validadas para um sistema teste de 40 unidades geradoras térmicas com funções incrementais de custo de combustível que levam em consideração o efeito de ponto de válvula. Os algoritmos para resolução do exemplo foram implementados em ambiente computacional Matlab 6.5©, da MathWorks, usando processador AMD Athlon de 1,1 GHz com 512 MB de memória.

Foram realizadas 30 experimentos com cada abordagem de otimização testada. No caso do ED, a cada simulação os membros da população foram iniciados usando uma semente diferente de números aleatórios. Além disso, na ED foi utilizado um critério de parada G_{max} com valor de 3000. Em relação a SQP, a cada simulação a estimativa inicial foi gerada usando uma semente de números aleatórios (geração com distribuição uniforme) diferente. Os parâmetros de configuração usados nas simulações foram: G=100 gerações, M=30 indivíduos e F=0,8.

O estudo de caso abordado consiste de treze unidades geradoras. Neste caso a demanda de potência a ser encontrada pelas 40 unidades geradoras é $P_D = 10500$ MW. Os dados do sistema são apresentados na tabela 1 e também podem ser encontrados em Sinha *et al*. [10].

Os resultados de convergência foram apresentados na tabela 2 que mostram as características de convergência e tempo demandado com cada abordagem avaliada. No final desta seção, os resultados obtidos são também comparados com outros métodos apresentados na literatura.

Nota-se que a SQP para o caso estudado foi muito afetada pela estimativa inicial. A ED-SQP foi a abordagem que obteve o menor custo para o problema de despacho econômico. e obteve melhor custo médio, menor desvio padrão e menor custo máximo entre as técnicas utilizadas. Entretanto, a ED-SQP apresentou maior custo computacional que a SQP e ED quando usadas de forma isolada. A ED obteve resultados competitivos com a SQP, no entanto com tempo computacional aproximadamente duas vezes maior.

5. Conclusão

Neste artigo, foi apresentada uma nova metodologia híbrida combinando ED e SQP para resolução do problema de despacho econômico de energia elétrica com efeito do ponto de válvula. A ED foi utilizada para realizar a busca global, enquanto a SQP foi utilizada para sintonia fina das soluções obtidas pela ED.

Em relação ao procedimento de resolução do problema de despacho econômico de energia elétrica com efeito do ponto de válvula, os resultados com a SQP e a ED-SQP para otimização das equações (1), (2) e (7) foram melhores que os apresentados em [9], [10], [14] e [15] para este o caso de 40 unidades térmicas (ver tabela 3).

A SQP quando aplicada de forma isolada explora o espaço de busca rapidamente com a direção do gradiente e garante uma solução ótima local. O desempenho da EP-SQP testada foi animador, pois estas abordagens encontraram solução global de alta qualidade em tempo computacional aceitável. No entanto, em relação a SQP, a desvantagem foi o custo computacional maior da ED e da ED-SP para obtenção da convergência.

Referências

[1] M. A. Abido, "A novel multiobjective evolution ary algorithm for environmental/economic power dispatch", *Electric Power Systems Research*, vol. 65, no. 1, pp. 71-81, 2003.

[2] B. H. Chowdhury e S. M. Rahman, "A review of recent advances in economic dispatch", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 5, no. 4. pp. 1248-1259, 1990.

[3] P. Attaviriyanupap, H. Kita, E. Tanaka e J. Hasegawa, "A fuzzy-optimization approach to dynamic economic dispatch considering uncertainties", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 1299-1307, 2004.

[4] V. Miranda, D. Srinivasan e L. M. Proença, "Evolutionary computation in power systems", *Electric Power Energy Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 89-98, 1998.
[5] S. C. Lee e Y. H. Kim, "An enhanced Lagrangian neural network for the ELD problems with piecewise quadratic cost functions and nonlinear constraints", *Electric Power Systems Research*, vol. 60, no. 3, pp. 167-177, 2002.
[6] W. M. Lin, F. S. Cheng e M. T. Tsay, "An improved tabu search for economic dispatch with multiple minima", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 108-112, 2002.
[7] T. Bäck, D. B. Fogel e Z. Michalewicz (eds.), *Handbook of evolutionary computation*, Bristol, Philadelphia: Institute of Physics Publishing, NY, Oxford: Oxford University Press, 1997.
[8] R. Storn e K. Price, "Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuos spaces", *Technical Report TR-95-012*, International Computer Science Institute, Berkeley, 1995.
[9] D. C. Walters e G. B. Sheble, "Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 1325-1332, 1993.
[10] N. Sinha, R. Chakrabarti e P. K. Chattopadhyay, "Evolutionary programming techniques for economic load dispatch", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 7, no. 1, pp. 83-94, 2003.
[11] A. Wood e B. F. Wollenberg, *Power generation, operation and control*, New York, John Wiley & Sons, 1994.
[12] R. Storn, "Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces", *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341-359, 1997.
[13] R. Fletcher, *Practical methods of optimization*, 2nd edition, John Wiley & Sons, New York, NY, 1987.
[14] T. A. A. Victoire e A. E. Jeyakumar, "Hybrid PSO-SQP for economic dispatch with valve-point effect", *Electric Power Systems Research*, vol. 71, no. 1, pp. 51-59, 2004.
[15] J. -B. Park, K. -S. Lee, J. -R. Shin e K. Y. Lee, "A particle swarm optimization for economic disptach with nonsmooth cost function", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 34-42, 2005.

Tabela 1: Dados para o estudo de caso, onde *G* é o número do gerador e as potências P_i^{min} e P_i^{max} são em MW.

G	P_i^{min}	P_i^{max}	a	b	c	e	f
1	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
2	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
3	60	120	0,02028	7,07	309,54	100	0,084
4	80	190	0,00942	818	369,03	150	0,063
5	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077
6	68	140	0,01142	8,05	222,33	100	0,084
7	110	300	0,00357	8,03	278,71	200	0,042
8	135	300	0,00492	6,99	391,98	200	0,042
9	135	300	0,00573	6,60	455,76	200	0,042
10	130	300	0,00605	12,90	722,82	200	0,042
11	94	375	0,00515	12,90	635,20	200	0,042
12	94	375	0,00569	12,80	654,69	200	0,042
13	125	500	0,00421	12,50	913,40	300	0,035
14	125	500	0,00752	8,84	1760,4	300	0,035
15	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
16	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
17	220	500	0,00313	7,97	647,85	300	0,035
18	220	500	0,00313	7,95	649,69	300	0,035
19	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035
20	242	550	0,00313	7,97	647,81	300	0,035
21	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
22	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
23	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
24	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
25	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035

Continuação da Tabela 1

G	P_i^{min}	P_i^{max}	*a*	*b*	*c*	*e*	*f*
26	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
27	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
28	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
29	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
30	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077
31	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
32	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
33	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
34	90	200	0,00010	8,95	107,87	200	0,042
35	90	200	0,00010	8,62	116,58	200	0,042
36	90	200	0,00010	8,62	116,58	200	0,042
37	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
38	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
39	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
40	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035

Tabela 2: Resultados de convergência para o caso de 40 unidades geradoras com ponto de válvula e $P_D = 10500$ MW (dados de 30 experimentos com cada método de otimização).

técnica	tempo médio (s)	custo mínimo ($/h)	custo médio ($/h)	desvio padrão do custo ($/h)	custo máximo ($/h)
SQP	10,80	122904,4243	124883,7692	985,5370	126585,2290
ED	22,67	121813,4385	122503,1532	501,6266	123705,1952
ED-SQP	42,05	**121695,6980**	121954,8056	200,5176	122492,2516

* melhor estimativa inicial de *P* obtida nas 50 simulações: [104,3003 44,7750 77,4054 185,6638 87,2759 125,7903 196,2902 136,4641 146,3768 150,9358 181,9251 142,8915 162,9343 135,8831 260,2049 127,7627 382,1750 478,5285 304,0763 529,2114 424,2324 422,0023 363,6260 353,5916 477,4149 361,4568 116,2869 22,4703 134,3483 92,8501 244,9589 201,7770 325,1476 132,6257 119,8807 143,1279 53,3741 26,8945 65,1546 301,8158]

foi usada na ED uma população de 30 indivíduos e G_{max}=1000.

Tabela 3: Comparativo dos resultados apresentados na literatura para a função custo *f* e os obtidos neste trabalho.

método de otimização	referência	custo mínimo ($/h) para o estudo de caso com 40 unidades geradoras
programação evolucionária	[10]	122624,3500
nuvem de partículas	[14]	122930,4500
nuvem de partículas modificado	[15]	122252,2650
programação evolucionária híbrida com SQP	[14]	122379,6300
nuvem de partículas híbrida com SQP	[14]	122094,6700
SQP	este artigo	122904,4243
ED	este artigo	121813,4385
ED-SQP	este artigo	**121695,6980**