

Otimização de Banco de Capacitores em Sistemas Secundários de Distribuição de Energia Elétrica Usando Abordagens de Nuvem de Partículas

Leandro dos Santos Coelho e Fernando Toniolo Sandrini
Pontifícia Universidade Católica do Paraná, PUCPR/CCET/PPGEPS/LAS
Grupo Produtônica, Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas
Laboratório de Automação e Sistemas, LAS/PPGEPS/CCET/PUCPR
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil
E-mail: leandro.coelho@pucpr.br; fernando.sandrini@gvt.com.br

Abstract

Optimal capacitor placement determines the size and location of capacitors to be installed on a radial distribution feeder. The capacitor placement problem is a combinatorial optimization problem having an objective function composed of power losses and capacitor installation costs subject to bus voltage constraints that are commonly solved by employing mathematical programming methods. This paper presents a capacitor placement method that employs modified particle swarm optimization (PSO) approaches with operator of velocity based on Gaussian and Cauchy distributions. The proposed PSO approaches are compared to a 9-section feeder problem with 3 locations available for placement of capacitors. Numerical results show that the validated PSO approaches can achieve an optimal solution for the proposed case study.

1. Introdução

Um sistema de distribuição de energia elétrica geralmente é composto de dois subsistemas, sendo um que possui subestações de distribuição, e o outro que está após os transformadores abaixadores que estão próximos às zonas de consumo de baixa tensão dos clientes finais (cargas da rede elétrica), que caracteriza este estágio da rede como sendo a rede secundária. A maior parte das perdas existentes no sistema elétrico implantado atualmente se concentra no sistema de distribuição, fatores importantes para a definição do escopo deste trabalho.

A compensação fornecida pela utilização dos capacitores é dependente de como os capacitores são inseridos no sistema, levando em consideração a localização e capacidade dos capacitores adicionados.

Na literatura foram apresentados vários estudos sobre otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica e alocação de capacitores [1]-[7]. Este trabalho enfoca a utilização de diferentes abordagens de nuvem de partículas (*particle swarm optimization*, PSO) para determinação da melhor configuração de capacitores para um determinado sistema de distribuição de energia

elétrica, especificamente um estudo de caso com 9 barras.

A PSO foi desenvolvida inicialmente por Kennedy e Eberhart [8] baseada nos estudos do sócio-biologista Edward Osborne Wilson [9]. A PSO constitui uma técnica da inteligência coletiva (*swarm intelligence*) baseada em uma população de soluções e transições aleatórias. A PSO apresenta características similares a técnicas da computação evolutiva (ou evolucionária), que são baseadas em uma população de soluções. Entretanto, a PSO é motivada pela simulação de comportamento social e cooperação entre agentes em vez da sobrevivência do indivíduo mais apto. Na PSO, cada solução candidata (denominada partícula) possui associada uma velocidade. A velocidade é ajustada através de uma equação de atualização que considera a experiência da partícula correspondente e a experiência das outras partículas da população [10], [11].

O artigo é organizado da seguinte forma. A descrição do estudo de caso para um sistema de distribuição de energia elétrica com 9 barras é detalhada na seção 2. O procedimento de otimização usando diferentes abordagens de PSO é detalhado na seção 3. A análise dos resultados obtidos é apresentada na seção 4. A conclusão e comentários são apresentados na seção 5.

2. Exemplo de um sistema com 9 barras

Este exemplo descreve o problema de alocação de banco de capacitores em um sistema de distribuição de energia elétrica. Neste exemplo, o objetivo é minimizar o custo anual de manutenção do sistema, sujeito às restrições operacionais. Geralmente, este é um problema de difícil solução e por simplificação as questões de implementação da solução (custos de operacionais de adição de capacitores na rede), custos de operação e de manutenção não são abordados.

Neste estudo de caso são consideradas três fases balanceadas. As cargas são assumidas serem invariantes no tempo para evitar que a troca do capacitor e das perdas da associação de energia seja reduzida. Matematicamente, a função objetivo do problema a ser minimizada é descrita por:

$$\min(F) = \min(\text{Custo}) \quad (1)$$

O termo *Custo*, neste contexto, se baseia no custo das perdas de energia e da localização do capacitor. O valor da tensão para cada barramento precisa ser mantido dentro de limites exigidos e são matematicamente descritos por

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad (2)$$

onde V_i é o valor da tensão do trecho i e V_{\min} e V_{\max} são os limites mínimos e máximos, respectivamente. Considerando o exemplo de um diagrama de um alimentador com várias cargas da Figura 1 pode-se equacionar um fluxo de potência. Um método iterativo simples de avaliação de fluxo de potência é aplicado, neste problema, para avaliação o cálculo do fluxo de potência.

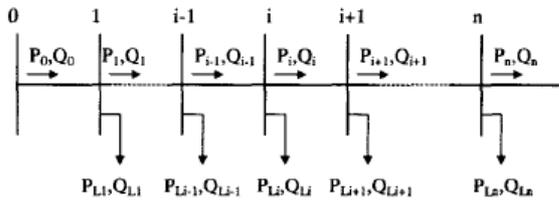


Figura 1. Diagrama do alimentador.

A seguir, as equações utilizadas para o cálculo do fluxo de potência utilizado são apresentadas [12], [13]:

$$P_{i+1} = P_i - P_{Li+1} - R_{i,i+1} \left[\frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V|^2} \right] \quad (3)$$

$$Q_{i+1} = Q_i - Q_{Li+1} - X_{i,i+1} \left[\frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V|^2} \right] \quad (4)$$

$$|V_{i+1}|^2 = |V_i|^2 - 2(R_{i,i+1}P_i + X_{i,i+1}Q_i) + (R_{i,i+1}^2 + X_{i,i+1}^2) \frac{(P_i^2 + Q_i^2)}{|V|^2} \quad (5)$$

onde P_i e Q_i são, respectivamente, a potência real e a potência reativa calculadas fora da barra i , e P_{Li} e Q_{Li} são a potência real e potência reativa na barra i , respectivamente. A resistência e a reatância de uma linha entre as barras i e $i+1$ são $R_{i,i+1}$ e $X_{i,i+1}$ respectivamente.

A perda de potência, na linha conectada entre os trechos i e $i+1$, pode ser calculada pela equação,

$$P_{perdas}(i, i+1) = R_{i,i+1} \frac{P_i^2 + Q_i^2}{|V_i|^2} \quad (6)$$

O valor total das perdas no alimentador $P_{perdas}(i, i+1)$ pode ser determinada somando as perdas, em todas as linhas do alimentador, dado por:

$$P_{total,perdas} = \sum_{i=0}^{n-1} P_{perdas}(i, i+1) \quad (7)$$

A finalidade de colocar capacitores de compensação, ao longo da linha de distribuição, é a de melhorar as condições de operação do sistema elétrico, redução de perdas no sistema e obtenção de retorno de investimentos.

Considerando a associação de capacitores existe um número finito de capacidades (magnitudes) padrão, estas múltiplas da menor capacidade Q_0^c . Adicionalmente o custo por KVAR varia de um para o outro. Em geral, capacitores de grande capacidade têm um pequeno preço por KVAR. O capacitor disponível é limitado por:

$$Q_{\max}^c = LQ_0^c \quad (8)$$

onde L é um inteiro. Conseqüentemente, cada local de instalação possui L capacidades de capacitores disponíveis $\{Q_0^c, 2Q_0^c, \dots, LQ_0^c\}$.

O custo correspondente equivalente anual por KVAR para a capacidade dos capacitores é, $\{K_1^c, K_2^c, \dots, K_L^c\}$, e o custo anual de instalação dos capacitores para cada compensação pode ser determinado a partir disto.

O custo para o barramento i é C_i^c , e o custo total devido à colocação do capacitor e perdas de potência pode ser determinado pela equação:

$$Custo_B = K_p P_{t,perdas} + \sum_{i=1}^n K_i^c Q_i^c = K_p P_{t,perdas} + \sum_{i=1}^n C_i^c \quad (9)$$

onde K_p é o custo anual equivalente por unidade e perda de potência em \$(KW-Ano), e $i = 1, 2, 3, \dots, n$ são os índices das barras selecionadas para a compensação. A compensação da potência reativa está sujeita a:

$$Q_i^c \leq \sum_{i=1}^n C_{li} \quad (10)$$

onde Q_i^c é a compensação da potência reativa na barra i . Este problema mencionado pode ser classificado como um problema de otimização não-linear.

3. PSO

A PSO é uma abordagem da inteligência coletiva baseada em população de soluções. De forma similar aos algoritmos evolutivos, a PSO é iniciada com uma população de soluções gerada aleatoriamente. De forma diferente dos algoritmos evolutivos, cada solução potencial (indivíduo) na PSO é também atribuída uma velocidade aleatória. As soluções potenciais denominadas *partículas* são então "movimentadas" pelo espaço de busca do problema. Cada partícula conserva o

conhecimento do seu melhor valor da função de aptidão (*fitness*) denotada por *pbest* (versão *local*). Um outro melhor valor é “seguido” pela versão *global*, *gbest*, do otimizador por nuvem de partículas e sua localização obtida de alguma partícula que compõe a população.

A PSO clássica calcula a velocidade das partículas em direção às localizações do *pbest* e do *gbest*, a cada passo iterativo. A rapidez do procedimento de busca é ponderada através de um termo gerado de forma aleatória vinculado de forma separada às localizações do *pbest* e do *gbest*. O procedimento para implementação da PSO é regido pelas seguintes etapas:

(i) iniciar uma população (matriz) de partículas, com posições e velocidades em um espaço de problema n dimensional, aleatoriamente com distribuição uniforme.

(ii) para cada partícula, avaliar a função de aptidão (função objetivo);

(iii) comparar a avaliação da função de aptidão da partícula com o *pbest* da partícula. Se o valor corrente é melhor que *pbest*, então o valor de *pbest* passa a ser igual ao valor da função de aptidão da partícula, e a localização do *pbest* passa a ser igual à localização atual no espaço n dimensional;

(iv) comparar a avaliação da função de aptidão com o prévio melhor valor de aptidão da população. Se o valor atual é melhor que o *gbest*, atualizar o valor de *gbest* para o índice e valor da partícula atual;

(v) modificar a velocidade e a posição da partícula de acordo com as equações (11) e (12), respectivamente:

$$\mathbf{v}_i = w \cdot \mathbf{v}_i + c_1 \cdot ud(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i) + c_2 \cdot Ud(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i) \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_i = (\mathbf{x}_i + \Delta t \cdot \mathbf{v}_i) \quad (12)$$

onde Δt é igual a 1.

(vi) ir para a etapa (ii) até que um critério de parada seja encontrado, usualmente uma função de aptidão suficientemente boa ou um número máximo de iterações (gerações).

As notações usadas são: $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T$ armazena a posição da i -ésima partícula, $\mathbf{v}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}]^T$ armazena a velocidade da i -ésima partícula e $\mathbf{p}_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in}]^T$ representa a posição do melhor valor de aptidão da i -ésima partícula. O índice g representa o índice da melhor partícula entre todas as partículas do grupo. A variável w é a ponderação de inércia, c_1 e c_2 são constantes positivas; $ud(\cdot)$ e $Ud(\cdot)$ são duas funções para geração de números aleatórios com distribuição uniforme no $[0,1]$, respectivamente.

As velocidades das partículas em cada dimensão são limitadas a um valor máximo de velocidade, V_{max} . O

V_{max} é importante pois determina a resolução que a região próxima a soluções atuais são procuradas. Se V_{max} é alto, a PSO facilita a busca global, enquanto um valor V_{max} pequeno enfatiza as buscas locais.

A primeira parte na equação (11) é um termo de momento da partícula. A ponderação de inércia w representa o grau de momento da partícula. A segunda parte consiste da parte “cognitiva”, que representa o “conhecimento” independente da partícula. A terceira parte é a “social”, que representa a colaboração entre as partículas.

As constantes c_1 e c_2 representam a ponderação das partes de “cognição” e “social” que influenciam cada partícula em direção as *pbest* e *gbest*. Estes parâmetros são usualmente ajustados por heurísticas de tentativa e erro. O tamanho da população também é selecionado dependendo do problema.

3.1. Abordagens de PSO usando distribuição Gaussiana e de Cauchy

As abordagens de PSO propostas e avaliadas, neste artigo, são baseadas nos estudos de operadores de mutação em algoritmos de programação evolutiva rápida (*fast evolutionary programming*) [14], visam modificar a equação (11) do PSO convencional — PSO do tipo 1 — para utilizá-la com diferentes combinações das distribuições uniforme, Gaussiana ou de Cauchy.

A utilização de distribuição de Cauchy em algoritmos evolutivos pode ser útil para escapar-se de mínimos locais quando o espaço de busca é pequeno, enquanto a distribuição Gaussiana (normal) pode prover uma convergência mais rápida em buscas locais quando o espaço de busca é grande. As abordagens, para modificação da equação (11) do PSO convencional, propostas e avaliadas são:

Tipo 2: Usa função com distribuição de Cauchy modificada, $cd(\cdot)$, para geração de números aleatórios no intervalo $[0,1]$ da parte “cognitiva”:

$$\mathbf{v}_i = w \cdot \mathbf{v}_i + c_1 \cdot cd(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i) + c_2 \cdot Ud(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i) \quad (13)$$

Tipo 3: Usa função com distribuição de Cauchy modificada, $Cd(\cdot)$, para geração de números aleatórios no intervalo $[0,1]$ da parte “social”:

$$\mathbf{v}_i = w \cdot \mathbf{v}_i + c_1 \cdot ud(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i) + c_2 \cdot Cd(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i) \quad (14)$$

Tipo 4: Usa função com distribuição de Cauchy modificada, $cd(\cdot)$ e $Cd(\cdot)$, para geração de números aleatórios no intervalo $[0,1]$, tanto na parte “cognitiva” quanto na “social”:

$$\mathbf{v}_i = w \cdot \mathbf{v}_i + c_1 \cdot cd(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i) + c_2 \cdot Cd(\cdot) \cdot (\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i) \quad (15)$$

Tipo 5: Usa função com distribuição de Gauss (normal), $gd(\cdot)$, para geração de números aleatórios no intervalo $[0,1]$ na parte “cognitiva”:

$$v_i = w \cdot v_i + c_1 \cdot gd(\cdot) \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot Ud(\cdot) \cdot (p_g - x_i) \quad (16)$$

Tipo 6: Usa função com distribuição de Gauss (normal), $Gd()$, para geração de números aleatórios no intervalo $[0,1]$ na parte “social”:

$$v_i = w \cdot v_i + c_1 \cdot ud(\cdot) \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot Gd(\cdot) \cdot (p_g - x_i) \quad (17)$$

Tipo 7: Usa função com distribuição de Gauss (normal), $gd()$ e $Gd()$, para geração de números aleatórios no intervalo $[0,1]$, tanto na parte “cognitiva” quanto na parte “social”:

$$v_i = w \cdot v_i + c_1 \cdot gd(\cdot) \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot Gd(\cdot) \cdot (p_g - x_i) \quad (18)$$

Tipo 8: Usa função com $gd()$ na parte “cognitiva” e $Cd()$ na parte “social”:

$$v_i = w \cdot v_i + c_1 \cdot gd(\cdot) \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot Cd(\cdot) \cdot (p_g - x_i) \quad (19)$$

Tipo 9: Usa função com $Gd()$ na parte “social” e $cd()$ na parte “cognitiva”:

$$v_i = w \cdot v_i + c_1 \cdot cd(\cdot) \cdot (p_i - x_i) + c_2 \cdot Gd(\cdot) \cdot (p_g - x_i) \quad (20)$$

4. Análise de resultados

Para o exemplo (mencionado na seção 2) é utilizada uma rede de 23 KV, nove pontos de carga, conforme mostrado na Figura 2.

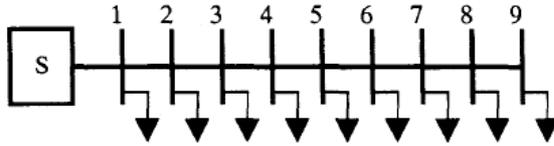


Figura 2. Diagrama de ponto de carga.

A Tabela 1 apresenta a impedância de cada carga e a Tabela 2 informa os dados de potências reais e reativas das cargas. O custo anual equivalente por unidade e perda de potência é definido em 168 (KW-ano), e os limites de tensão na barra são: $V_{min} = 0,90 pu$ e $V_{max} = 1,10 pu$.

A capacidade dos capacitores disponíveis e seus correspondentes custos anuais estão listados na Tabela 3 [13]. A Tabela 4 mostra as 27 capacidades possíveis para os capacitores adotados (neste caso, capacitores fixos), onde S é a subestação.

Neste trabalho, foram avaliados dois casos e a função de aptidão ($fitness$) adotada é

$$fitness = \frac{1}{(1 + Custo)} \quad (21)$$

$$Custo = Perdas + Compensação \quad (22)$$

onde o objetivo é a maximização da equação (21). Neste contexto, dois casos são avaliados.

Caso 1: É restrito a três localizações (barras 4, 5 e 9) para alocação de capacitores, onde a aptidão é calculada por

$$fitness = 1 / [1 + 0,001 K_p P_{t,perdas} + C_4^c + C_5^c + C_9^c] \quad (23)$$

Caso 2: Todas as 9 barras são avaliadas para alocação de capacitores, onde a aptidão é calculada por

$$fitness = 1 / [1 + 0,001 K_p P_{t,perdas} + \sum_{i=1}^9 C_i^c] \quad (24)$$

Tabela 1: Dados de impedância do alimentador.

barramento i	barramento $i+1$	$R_{i,i+1} (\Omega)$	$X_{i,i+1} (\Omega)$
0	1	0,1233	0,4127
1	2	0,0140	0,6051
2	3	0,7463	1,2050
3	4	0,6984	0,6084
4	5	1,9831	1,7276
5	6	0,9053	0,7886
6	7	2,0552	1,1640
7	8	4,7953	2,7160
8	9	5,3434	3,0264

Tabela 2: Dados das cargas.

barramento	P_L (KW)	Q_L (KVAR)
1	1840	460
2	980	340
3	1790	446
4	1598	1840
5	1610	600
6	780	110
7	1150	60
8	980	130
9	1640	200
total	12368	4186

Adota-se, neste artigo, para os dois casos, uma PSO com $c_1 = 2,0$ e $c_2 = 2,0$ e ponderação $w = 0,9$. O V_{max} é configurado para 20% do intervalo da variável de cada dimensão e tamanho de população de 10 partículas. O critério de parada foi de 200 gerações. Foram realizados 30 experimentos com cada abordagem da PSO. Os algoritmos foram testados em um computador com processador AMD Athlon 1,09 GHz e memória de 112 MB RAM (tempo médio de 553 segundos e 648 segundos para rodar um experimento do caso 1 e 2, respectivamente).

Nas Tabelas 3 e 4 são representados os dados utilizados como insumo para as abordagens de PSO desenvolvidas. Estes dados são da impedância do alimentador, das cargas, capacidade dos capacitores e seus custos anuais.

Tabela 3. Capacidade dos capacitores e custos anuais.

capacidade (KVAR)	150	300	450	600	900	1200
custo	75	97,5	114	132	165	204

Tabela 4. Possíveis escolhas das capacidades dos capacitores.

j	1	2	3	4	5	6	7
Q_j^C	150	300	450	600	750	900	1050
j	8	9	10	11	12	13	14
Q_j^C	1200	1350	1500	1650	1800	1950	2100
j	15	16	17	18	19	20	21
Q_j^C	2250	2400	2550	2700	2850	3000	3150
j	22	23	24	25	26	27	-
Q_j^C	3300	3450	3600	3750	3900	4050	-

Nas Tabelas 5 e 6, os resultados obtidos para os dois casos utilizando PSO (30 experimentos) são resumidos. Para o caso 1 (tabela 5), todas as abordagens de PSO obtiveram o mesmo custo mínimo (melhor resultado de custo de 30 experimentos), exceto a PSO(7). Em relação à convergência, a PSO(9) apresentou melhor custo médio, entretanto o menor desvio padrão foi da PSO(4). Em relação ao caso 2 (tabela 6), o melhor resultado foi obtido com a PSO(1) e a melhor convergência em relação ao custo médio foi da PSO(2).

Nas Tabelas 7 e 8, os resultados obtidos pela PSO, são comparados aos resultados apresentados em [3], [12] e [13]. Nota-se que os resultados da PSO(1-9) foram iguais, no caso 1, a uma abordagem mista de evolução diferencial e análise de sensibilidade. Entretanto, a PSO(1) apresentou menor custo anual em comparação a outros métodos da literatura avaliada.

5. Conclusão

A utilização de variantes da PSO clássica apresentou resultados promissores na resolução do problema de alocação de capacitores em um sistema de distribuição primário. No caso 1, os resultados da PSO foram iguais aos melhores encontrados na literatura, enquanto no caso 2 o custo anual de instalação e manutenção foi menor que outros métodos.

Em trabalhos futuros objetiva-se o desenvolvimento de outras heurísticas de PSO (porém híbridas) para a resolução de problemas de grande porte.

Referências

[1] A. Bazan, J. R. S. Mantovani e R. A. Romero, “Expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica usando busca-tabu”, XV Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica (SENDI), Salvador, BA, 2002.

[2] V. Parada, A. J. Ferland e M. Arias, “Optimization of electrical distribution feeders using simulated annealing”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 18, no. 3, pp-1135-1141, 2004.

[3] Y. Baghzouz e S. Ertem, “Shunt capacitor sizing for radial distribution feeders with distorted substation voltages”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 5, no. 2, pp. 650-657, 1990.

[4] Y. -Y. Hong e W. -F. Huang, “Interactive multiobjective passive filter planning with fuzzy parameters in distribution systems using genetic algorithms”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 18, no. 3, pp. 1043-1050, 2003.

[5] J. J. Wakileh e A. Pahwa, “Optimization of distribution system design to accommodate cold load pickup”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, no. 1, pp. 339-345, 1997.

[6] S. Sundhararajan e A. Pahwa, “Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm”, Department of Electrical and Computer Engineering, Kansas State University, Manhattan, USA, 1994.

[7] A. M. Costa, “Otimização do planejamento de rede secundária de distribuição de energia elétrica”, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Departamento de Engenharia de Sistemas, Campinas, SP, 2002.

[8] J. Kennedy e R. C. Eberhart, “Particle swarm optimization”, IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Austrália, vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.

[9] B. Brandstätter e U. Baumgartner, “Particle swarm optimization – mass-spring systems analogon”, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 2, pp. 997-1000, 2002.

[10] Y. Shi e R. C. Eberhart, “A modified particle swarm optimizer”, IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Anchorage, AK, USA, pp. 69-73, 1998.

[11] Y. Shi e R. C. Eberhart, “Empirical study of particle swarm optimization”, IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Washington, DC, USA, pp. 1945-1950, 1999.

[12] C. -T. Su e C. C. Tsai, “A new fuzzy reasoning approach to optimum capacitor allocation for primary distribution systems”, IEEE International Conference on Industrial Technology, Shanghai, PR China, pp. 237-241, 1996.

[13] C. -T. Su e C. -S. Lee, “Modified differential evolution method for capacitor placement of distribution systems”, IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition, Yokohama, Japan, vol. 1, pp. 208-213, 2002.

[14] X. Yao e Y. Liu, “Fast evolutionary programming”, Proceedings of 5th Annual Conference on Evolutionary Programming, San Diego, CA, pp. 451-460, 1996.

Tabela 5: Resultados das abordagens de PSO para o caso 1 (30 experimentos).

tipo de PSO	custo				gerações para obter o custo mínimo em cada experimento			
	máximo	mínimo	médio	desvio padrão	máximo	mínimo	média	desvio padrão
(1)	119451,27	118538,53	118890,60	321,03	36	15	23	7
(2)	119694,52	118538,53	118952,11	338,12	48	11	27	12
(3)	119773,05	118538,53	118977,89	347,84	56	14	27	13
(4)	119123,58	118538,53	118851,07	185,48	45	11	25	10
(5)	119876,96	118538,53	118952,25	370,73	50	9	24	11
(6)	119287,17	118538,53	118818,36	269,90	38	8	28	8
(7)	119628,16	118683,18	118962,11	291,27	42	20	29	7
(8)	119628,16	118538,53	119035,71	306,21	48	14	31	11
(9)	119485,56	118538,53	118809,10	297,64	31	13	22	6

Tabela 6: Resultados das abordagens de PSO para o caso 2 (30 experimentos).

Tipo de PSO	Custom				gerações para obter o custo mínimo em cada experimento			
	máximo	mínimo	médio	desvio padrão	máximo	mínimo	média	desvio padrão
(1)	123576,57	115044,24	117056,93	2575,24	122	10	39	35
(2)	118076,15	115054,64	116115,49	905,40	55	9	27	13
(3)	122420,70	115219,97	117540,66	2138,41	52	7	28	15
(4)	119978,23	115278,33	116632,18	1323,09	56	13	26	13
(5)	118500,63	115218,44	116853,77	850,53	50	6	20	14
(6)	120212,71	115372,22	116944,12	1818,46	50	12	27	12
(7)	119756,46	116232,07	117028,24	1012,34	65	10	34	16
(8)	122576,17	115045,43	117309,42	2137,66	37	8	21	10
(9)	119537,47	115344,77	116760,92	1422,73	88	9	35	23

Tabela 7: Resultados da otimização para o problema de 9 barras para o caso 1.

parâmetros		sem compensação	com compensação				
			heurística [3]	análise de sensibilidade [13]	evolução diferencial + análise de sensibilidade [13]	PSO (tipo 1 a 9)	busca exaustiva [13]
total de perdas (KW)		787,778	704,300	705,875	698,140	698,140	698,140
custo anual (\$)		131675	119513	119910	118538	118538	118538
compensação	Q_4^C (KVAR)	0	2700	3600	4050	3600	4050
	Q_5^C (KVAR)	0	2850	1650	1650	1650	1650
	Q_9^C (KVAR)	0	900	900	750	900	750
$ V_i $	máximo	0,9929 (barra 1)	1000	1,002 (barra 2)	1,001 (barra 2)	1,000 (barra 1)	1,0001 (barra 2)
$ V_i $	mínimo	0,8875 (barra 9)	0,905	0,9010 (barra 9)	0,9000 (barra 9)	0,9010 (barra 10)	0,9000 (barra 9)

Tabela 8: Resultados da otimização para o problema de 9 barras para o caso 2.

parâmetros	sem compensação	com compensação				
		sistema nebuloso [12]	análise de sensibilidade [13]	evolução diferencial + análise de sensibilidade [13]	PSO (tipo 1)	
custo anual (\$)		131675	119420	117595	115395	115044,23
economia em relação a sem compensação (\$)		-	12255	14080	16280	16630,77