

# Otimização de um Modelo de Cadeia de Suprimento Simplificada Usando Evolução Diferencial

Marco Aurélio Falcone<sup>1</sup>, Heitor S. Lopes<sup>2</sup> e Leandro dos Santos Coelho<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Tritec Motors, Av. Ema Tanner de Andrade, 1892, Vila Ferrari  
CEP 83606-360, Campo Largo, PR, Brasil*

<sup>2</sup> *CEFET-PR, Centro Federal de Educação Tecnológica, CPGEI  
Av. 7 de setembro, 3165, CEP 80230-901, Curitiba, PR, Brasil*

<sup>3</sup> *Pontifícia Universidade Católica do Paraná, PUCPR/CCET/PPGEPS/LAS  
Grupo Produtônica, Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas  
Laboratório de Automação e Sistemas, LAS/PPGEPS/CCET/PUCPR  
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil*

*E-mail: mgf8@daimlerchrysler.com; hslopes@cpgei.cefetpr.br; leandro.coelho@pucpr.br*

## Abstract

*Recently, the scientific literature presents a lot of different heuristic approaches of evolutionary algorithm to optimize supply chains, and the genetic algorithm is the main approach applied. This paper contributes with a related study of differential evolution for a supply chain optimization. Differential evolution is an efficient approach for the treatment of real-valued optimization problems that combines simple arithmetic operators with the classical operators of crossover, mutation and selection to evolve form a randomly generated starting population to a final solution. The differential evolution developed have the purpose of minimizing the inventory, production, transportation and shortage costs for a simplified supply chain model with 3 raw materials, 2 products, 3 retailers and 3 periods. According to the results, differential evolution had a better performance than genetic algorithms and branch and bound (proposed by Mak and Wong in 1995) considering the indicators of quality of answer and computational time.*

## 1. Introdução

Uma cadeia de suprimento (*supply chain*) engloba todos os estágios envolvidos, direta ou indiretamente, no atendimento do(s) pedido(s) de cliente(s) [1]. Tradicionalmente, as várias unidades de negócios em uma cadeia de suprimentos têm seus próprios objetivos e eles são frequentemente conflitantes. A concepção de uma estratégia de coordenação das várias unidades de negócios em uma cadeia de suprimentos para um gerenciamento efetivo nos níveis estratégico, tático e operacional é um aspecto essencial para o sucesso de uma empresa [2].

O planejamento e modelagem dos sistemas de produção, estoque e distribuição de uma cadeia de suprimentos é uma importante ferramenta de suporte à decisão em um mercado competitivo. As abordagens de modelagem para representação de uma cadeia de

suprimentos podem ser classificadas em cinco classes: (i) projeto da rede de suprimento, (ii) programação inteira-mista, (iii) programação estocástica; (iv) métodos heurísticos, e (v) simulação [3].

A contribuição deste artigo é vinculada a um estudo de abordagens de evolução diferencial para otimização de uma cadeia de suprimento. O estudo de caso avaliado é um modelo de cadeia de suprimento simplificada concebido na forma de um problema de otimização inteira. Os resultados obtidos são comparados com os apresentados por Mak e Wong [4] usando algoritmos genéticos e *branch and bound*.

O artigo é organizado da seguinte forma. A descrição da cadeia de suprimento é apresentada na seção 2. O procedimento de otimização usando evolução diferencial é detalhado na seção 3. A análise dos resultados obtidos é apresentada na seção 4. A conclusão e comentários em relação aos resultados obtidos são apresentados na seção 5.

## 2. Escopo do problema

A cadeia de suprimento analisada neste artigo foi baseada no modelo proposto por Mak & Wong [4]. O diagrama esquemático desta cadeia de suprimento analisada é apresentado na figura 1. Neste esquema não são considerados os estágios que incluem os varejistas e os clientes [1].

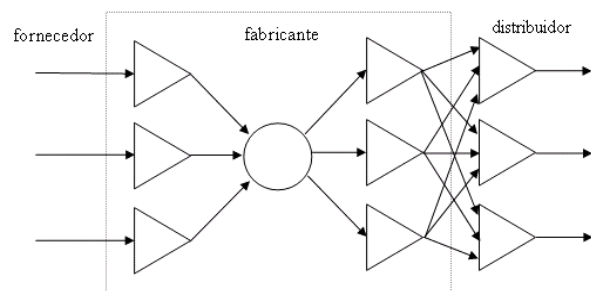


Figura 1. Diagrama de uma cadeia de suprimento integrado.

Este diagrama consiste de três setores dispostos de forma serial abrangendo os fornecedores, fabricante (e seus armazéns) e revendedores. Os materiais brutos são entregues dos fornecedores para o fabricante onde os produtos são manufaturados. Os produtos finais são então estocados em armazéns (do fabricante) e distribuídos destes para os revendedores de diferentes regiões. O modelo matemático que descreve tal sistema pode ser concebido de forma simplificada para fins de comparação entre algoritmos de otimização. Neste caso, o modelo pode ser governado por uma função objetivo a ser otimizada e restrições a serem satisfeitas [4], ou seja,

minimizar

$$aval(x) = C_{armazenagem} + C_{fabricação} + C_{transporte} + C_{falta} \quad (1)$$

tal que

$$C_{armazenagem} = \sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P \sum_{t=2}^{T+1} H_{rp}^R K_{rpt} + \sum_{p=1}^P \sum_{t=2}^{T+1} H_p^P J_{pt} + \sum_{m=1}^M \sum_{t=2}^{T+1} H_m^M I_{mt} \quad (2)$$

$$C_{fabricação} = \sum_{r=1}^R \sum_{t=2}^{T+1} C_p^P \left[ J_{p,t+1} + \sum_{r=1}^R Z_{rpt} - J_{pt} \right] \quad (3)$$

$$C_{transporte} = \sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T C_{rp}^D Z_{rpt} + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T C_m^M \left\{ I_{m,t+1} + \sum_{p=1}^P \theta_{mp} \left[ J_{p,t+1} + \sum_{r=1}^R Z_{rpt} - J_{pt} \right] - I_{mt} \right\} \quad (4)$$

$$C_{falta} = \sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P \sum_{t=1}^T C_{rp}^S [D_{rpt} - (K_{rpt} + Z_{rpt} - K_{rp,t+1})] \quad (5)$$

sujeito a

$$K_{rpt} + Z_{rpt} - K_{rp,t+1} \geq 0 \quad (6)$$

$$K_{rpt} + Z_{rpt} - K_{rp,t+1} \leq D_{rpt}$$

(7)

$$J_{p,t+1} + \sum_{r=1}^R Z_{rpt} - J_{pt} \geq 0 \quad (8)$$

$$\sum_{p=1}^P B_p \left[ J_{p,t+1} + \sum_{r=1}^R Z_{rpt} - J_{pt} \right] \leq \beta_t \quad (9)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{p=1}^P W_p^P Z_{rpt} \leq W_t^P \quad (10)$$

$$I_{m,t+1} + \sum_{p=1}^P \theta_{mp} \left[ J_{p,t+1} + \sum_{r=1}^R Z_{rpt} - J_{pt} \right] - I_{mt} \geq 0 \quad (11)$$

$$\sum_{m=1}^M W_m^M \left\{ I_{m,t+1} + \sum_{p=1}^P \theta_{mp} \left[ J_{p,t+1} + \sum_{r=1}^R Z_{rpt} - J_{pt} \right] - I_{mt} \right\} \leq W_t^M \quad (12)$$

onde

$p$ : índice do produto;

$r$ : índice do distribuidor;

$t$ : índice do período;

$B_p$ : é o tempo de processamento de manufatura de cada unidade do  $p$ -ésimo produto;

$\beta_t$ : é tempo de capacidade total para manufatura no  $t$ -ésimo período;

$C_{rp}^D$ : é o custo de envio de cada unidade do  $p$ -ésimo produto do fabricante para o  $r$ -ésimo distribuidor;

$C_m^M$ : é o custo de envio de cada unidade do  $m$ -ésimo material do fornecedor para o fabricante;

$C_p^P$ : é o custo de fabricação de cada unidade do  $p$ -ésimo produto;

$C_{rp}^S$ : é o custo de falta (*shortage*) de cada unidade do  $p$ -ésimo produto do fabricante para o  $r$ -ésimo distribuidor;

$D_{rpt}$ : é a demanda do  $p$ -ésimo produto do fabricante para o  $r$ -ésimo distribuidor no  $t$ -ésimo período;

$H_m^M$ : é o custo de armazenagem de cada unidade do  $m$ -ésimo material mantido no estoque de entrada do fabricante;

$H_p^P$ : é o custo de armazenagem de cada unidade do  $p$ -ésimo produto mantido no estoque de saída do fabricante;

$H_{rp}^R$ : é o custo de armazenagem de cada unidade do  $p$ -ésimo produto mantido no  $r$ -ésimo distribuidor;

$I_{mt}$ : é a quantidade armazenada do  $m$ -ésimo material no estoque de entrada do setor de fabricação no início do  $t$ -ésimo período;

$J_{pt}$ : é a quantidade armazenada do  $p$ -ésimo produto no setor de fabricação no início do  $t$ -ésimo período;

$K_{rpt}$ : é a quantidade armazenada do  $p$ -ésimo produto mantido no  $r$ -ésimo distribuidor no início do  $t$ -ésimo período;

$W_m^M$ : é o peso de cada unidade do  $m$ -ésimo material;

$W_p^P$ : é o peso de cada unidade do  $p$ -ésimo produto;

$\omega_t^M$ : é o limite de carregamento dos materiais transportados do fornecedor para o fabricante no  $t$ -ésimo período;

$\omega_t^P$ : é o limite de carregamento dos produtos transportados do fabricante para o distribuidor no  $t$ -ésimo período;

$Z_{rpt}^M$ : é a quantidade enviada do  $p$ -ésimo produto do fabricante para o  $r$ -ésimo distribuidor no  $t$ -ésimo período;

$\theta_{mp}$ : é a quantidade do  $m$ -ésimo material necessário para fabricar cada unidade de quantidade do  $p$ -ésimo produto.

A função objetivo, equação (1), minimiza a soma dos custos relativos a armazenagem, fabricação, transporte e falta (*shortage*). As equações definem a composição de custos relativos a armazenagem ( $C_{armazenagem}$ ), fabricação ( $C_{fabricação}$ ), transporte ( $C_{transporte}$ ), e falta do produto ( $C_{falta}$ ), respectivamente. As equações (2), (3), (4) e (5) indicam a composição dos custos de armazenagem, fabricação, transporte e falta de produto respectivamente. A inequação (6) impõe a positividade das vendas. A inequação (7) limita esta venda até o valor da demanda do produto para cada período e distribuidor. A inequação (8) impõe que a produção deve ser maior que zero. A inequação (9) limita a capacidade produtiva a um valor máximo estipulado. A inequação (10) limita o peso total da quantidade de produtos a serem transportados. A inequação (12) impõe a positividade da quantidade de matéria-prima enviada entre fornecedores e fabricante. A inequação (13) limita o peso total da matéria-prima a ser transportada.

A abordagem adotada neste estudo de caso foi formulada como um problema de programação inteira, em que as variáveis de decisão que compõem o vetor  $x$  a ser otimizado são:

$$\begin{cases} I_{mt} \ (m = 1, 2, \dots, M; t = 2, 3, \dots, T) \\ J_{pt} \ (p = 1, 2, \dots, P; t = 2, 3, \dots, T) \\ K_{rpt} \ (r = 1, 2, \dots, R; p = 1, 2, 3, \dots, P; t = 2, 3, \dots, T) \\ Z_{rpt} \ (r = 1, 2, \dots, R; p = 1, 2, 3, \dots, P; t = 2, 3, \dots, T) \end{cases}$$

onde  $I_{mt}, J_{pt}, K_{rpt}, Z_{rpt} \geq 0$ .

Em síntese, para o modelo apresentado, busca-se através da otimização, minimizar o custo total do sistema que é composto por custos de: armazenagem, fabricação, transporte e de falta de produto (que equivale à perda de uma venda). Em outras palavras, deseja-se determinar os níveis ótimos de estoque e das quantidades de produção e de transporte que permitirão atender as demandas ao menor custo possível. Esta otimização é realizada, através do desenvolvimento e aplicação de metaheurísticas baseadas em algoritmos genéticos e evolução diferencial. A seguir é apresentada a fundamentação da evolução diferencial.

### 3. Evolução diferencial

A evolução diferencial (ED) foi desenvolvida originalmente por Storn e Price [5] para resolução de problemas de otimização não-linear. A ED é simples,

rápido e robusto que é apto a localizar soluções próximas à ótima para problemas complexos [6]. A ED clássica é também particularmente fácil de projetar e possui poucas variáveis de controle, sendo estas mantidas fixas durante o procedimento de otimização.

Na ED clássica proposta por Storn e Price [5], cada variável (indivíduo) é representada por um valor real (ponto flutuante) e o seu procedimento de otimização é regido pelas seguintes etapas:

- (i) gerar uma população inicial aleatória, com distribuição uniforme, de soluções factíveis à resolução do problema em questão, onde é garantido por regras de “reparo” que garantem que os valores atribuídos as variáveis estão dentro das fronteiras delimitadas pelo projetista;
- (ii) um indivíduo é selecionado, de forma aleatória, para ser substituído e outros três diferentes indivíduos são selecionados como genitores (pais);
- (iii) um destes três indivíduos é selecionado como genitor principal;
- (iv) com alguma probabilidade, cada variável do genitor principal é modificada. Neste caso, pelo menos uma variável deve ser alterada;
- (v) a modificação é realizada adicionando ao valor atual da variável uma taxa,  $F$ , regida pela diferença entre dois valores desta variável nos outros dois genitores. Em outras palavras, o vetor denominado genitor principal é modificado baseado no vetor de variáveis de dois outros genitores. Este procedimento representa o operador de cruzamento na evolução diferencial;
- (vi) se o vetor resultante apresenta uma função de aptidão (*fitness*) melhor que o escolhido à substituição, ele o substitui; caso contrário, o vetor escolhido para ser substituído é mantido na população.

Em outras palavras, adotando-se um formalismo de explicação matemático, na evolução diferencial uma solução,  $l$ , na geração  $w$  é um vetor multidimensional  $\vec{x}_{G=w}^l = (x_1^l, \dots, x_N^l)^T$ . Uma população,  $P_{G=k}$ , na geração  $G = k$  é um vetor de  $M$  soluções, onde  $M > 4$ . A população inicial,  $P_{G=0} = \{\vec{x}_{i,G=0}^1, \dots, \vec{x}_{i,G=0}^M\}$  é gerada inicialmente, com distribuição uniforme, adotando-se

$$x_{i,G=0}^l = \liminf(x_i) + rand_i[0,1] * (\limsup(x_i) - \liminf(x_i)), \quad (13)$$

onde  $\liminf(x_i)$  e  $\limsup(x_i)$  são os limites inferior e superior de valores admissíveis para a variável  $x_i$ , respectivamente,  $M$  é o tamanho da população,  $N$  é a dimensão da solução e  $rand_i[0,1]$  gera um número aleatório, com distribuição uniforme, no intervalo entre 0 e 1.

A seleção é realizada para escolher quatro diferentes índices de soluções  $r_1, r_2, r_3$  e  $j \in [1, M]$ . Os valores de cada variável, na solução descendente, são

modificados com uma mesma probabilidade de cruzamento,  $CR$ , para

$$\forall i \leq N, x'_{i,G=k} = \begin{cases} x_{i,G=k-1}^3 + F * (x_{i,G=k-1}^1 - x_{i,G=k-1}^2) & \text{se } (rand[0,1] < p_c \wedge i = i_{rand}) \\ x_{i,G=k-1}^j, & \text{nos outros casos} \end{cases} \quad (14)$$

onde  $F \in (0,1)$  é uma taxa de “perturbação” a ser adicionada a solução escolhida aleatoriamente denominada genitor principal. A nova solução substitui a solução anterior (antiga) se ela for melhor que a anterior e pelo menos uma das variáveis tenha sido modificada. Esta solução é representada na evolução diferencial pela seleção aleatória de uma variável,  $i_{rand} \in (1, N)$ . Depois da operação de cruzamento, se uma ou mais variáveis na nova solução estão fora das fronteiras (limites) uma regra de “reparo” é aplicada, sendo esta regida pela equação

$$x'_{i,G=k} = \begin{cases} [x_{i,G}^j + lim_{inf}(x_i)]/2, & \text{se } x_{i,G+1}^j < lim_{inf}(x_i) \\ [lim_{inf}(x_i) + x_{i,G}^j - lim_{sup}(x_i)]/2, & \text{se } x_{i,G+1}^j > lim_{sup}(x_i) \\ x_{i,G+1}^j, & \text{nos outros casos.} \end{cases} \quad (15)$$

Uma questão chave na aplicação da ED para problemas de cadeias de suprimento é a manipulação de restrições de projeto. Durante os últimos anos, diversos métodos têm sido propostos para manipulação de restrições em problemas de otimização de parâmetros. Estes métodos podem ser agrupados em quatro categorias [7]: (i) métodos baseados na preservação da factibilidade das soluções, (ii) métodos baseados em funções de penalidade, (iii) métodos que fazem uma distinção clara entre soluções factíveis e não-factíveis, e (iv) outros métodos híbridos.

Muitos dos métodos para o tratamento de restrições são baseados no conceito de funções de penalidade que penalizam soluções não-factíveis, isto é, tentam resolver um problema de otimização irrestrita no espaço de busca  $S$  usando uma função de aptidão modificada,

$$aval(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \in F \\ f(x) + penalidade(x), & \text{em outros casos} \end{cases} \quad (16)$$

onde a  $penalidade(x)$  é zero se nenhuma violação de restrições ocorre e é positiva em outros casos. Usualmente, a função de penalidade é baseada na distância de uma solução da região factível  $F$  ou no esforço de “reparar” um conjunto de soluções (ou seja, forçá-lo a ficar dentro de  $F$ ). Neste artigo o objetivo é maximizar a função de aptidão ( $fitness$ ),

$$fitness = \frac{1}{1 + aval(x)} \quad (17)$$

onde  $x$  é conjunto de variáveis de decisão (ou soluções) para o problema de otimização em estudo, ou seja,  $I_{mt}, J_{pt}, K_{rpt}, Z_{rpt}$ .

A metodologia de tratamento de restrições é dividida em duas etapas. A primeira etapa visa a obtenção de soluções para as variáveis de decisão dentro dos limites inferior ( $lim_{inf}$ ) e superior ( $lim_{sup}$ ) impostos pelo projetista, isto é,  $x \in [lim_{inf}, lim_{sup}]$ . Neste caso, quando uma restrição de limite inferior não é satisfeita aplica-se a regra de “reparo”,

$$x_i = x_i + w \cdot rand[0,1] \{lim_{sup}(x_i) - lim_{inf}(x_i)\} \quad (18)$$

De forma análoga, no caso de que uma restrição de limite superior não seja satisfeita utiliza-se a seguinte regra de reparo,

$$x_i = x_i - w \cdot rand[0,1] \{lim_{sup}(x_i) - lim_{inf}(x_i)\} \quad (18)$$

onde  $w \in [0,1]$  é um parâmetro de projeto e  $rand[0,1]$  é um valor aleatório gerado com distribuição uniforme entre 0 e 1. Na segunda etapa as variáveis de decisão são consideradas nas desigualdades,  $g$ ; neste artigo adota-se um procedimento para desigualdades do tipo  $g_i(x) \leq 0$ , onde deseja-se minimizar uma função  $f(x)$ , ou seja, maximização do  $fitness$  da equação (17). Neste caso adota-se o seguinte cálculo para a equação (18):

$$aval(x) = \begin{cases} f(x), & \text{quando } g_i(x) \leq 0 \\ f(x) + r \cdot q \cdot \sum_{i=1}^n g_i(x), & \text{quando } g_i(x) > 0 \end{cases} \quad (19)$$

onde  $q$  é uma constante maior que zero e  $r$  é o número de restrições  $g_i(x)$  não satisfeitas.

#### 4. Resultados de simulação

A otimização da cadeia de abastecimento (modelo simplificado) foi baseada nas seguintes hipóteses: todos estoques (matéria-prima e produtos) estão inicialmente vazios e existem  $M = 3$  matérias-primas,  $P = 2$  produtos,  $R = 3$  distribuidores e  $T = 3$  períodos. Os parâmetros usados na otimização da cadeia de suprimento são os mesmos propostos por Mak e Wong [4], que são os seguintes:

- demanda de produto durante o período de planejamento,  $D_{rpt}$ :

$$\begin{aligned} D_{111} &= 80; D_{112} = 60; D_{113} = 70; D_{121} = 50; D_{122} = 50; \\ D_{123} &= 55; D_{211} = 60; D_{212} = 75; D_{213} = 65; D_{221} = 45; \\ D_{222} &= 65; D_{223} = 85; D_{311} = 80; D_{312} = 70; D_{313} = 90; \\ D_{321} &= 50; D_{322} = 70; D_{323} = 40. \end{aligned}$$

- tempo de processamento de máquina,  $B_p$ :

- $(B_1, B_2) = (1, 1)$
- tempo permitido para fabricação,  $\beta_t$  :  
 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (800, 800, 800)$
- custo de envio do fabricante para o distribuidor,  $C_{rp}^D$  :  $(C_{11}^D, C_{12}^D, C_{21}^D, C_{22}^D, C_{31}^D, C_{32}^D) = (1, 1, 4, 4, 2, 2)$
- custo de envio do fornecedor para o fabricante,  $C_m^M$  :  
 $(C_1^M, C_2^M, C_3^M) = (0,3; 0,3; 0,2)$
- custo de fabricação,  $C_p^P$  :  $(C_1^P, C_2^P) = (20, 15)$
- custo de falta (*shortage*),  $C_{rp}^S$  :  
 $(C_{11}^S, C_{12}^S, C_{21}^S, C_{22}^S, C_{31}^S, C_{32}^S) = (1000, 500, 1800, 1000, 1000, 1000)$
- custo de armazenagem do estoque de entrada,  $(H_1^M, H_2^M, H_3^M) = (5, 8, 6)$
- custo de armazenagem do estoque de saída,  $H_p^P$  :  
 $(H_1^P, H_2^P) = (4, 3)$
- custo de armazenagem de produtos no distribuidor  $H_{rp}^R$  :  
 $(H_{11}^R, H_{12}^R, H_{21}^R, H_{22}^R, H_{31}^R, H_{32}^R) = (8, 4, 12, 8, 8, 8)$
- peso do material,  $W_m^M$  :  
 $(W_1^M, W_2^M, W_3^M) = (3, 2, 2)$
- peso do produto,  $W_p^P$  :  $(W_1^P, W_2^P) = (7, 13)$
- limite de carregamento do fornecedor para o fabricante,  $\omega_t^M$  :  
 $(\omega_1^M, \omega_2^M, \omega_3^M) = (5000, 5000, 5000)$
- limite de carregamento do fabricante para o distribuidor,  $\omega_t^P$  :  
 $(\omega_1^P, \omega_2^P, \omega_3^P) = (3000, 3000, 3000)$
- quantidade material dos produtos,  $\theta_{mp}$  :  
 $(\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{31}, \theta_{32}) = (1, 3, 2, 1, 1, 2)$ .

Foram realizados 50 experimentos usando os parâmetros mencionados anteriormente para a cadeia de suprimento e diferentes sementes de números aleatórios. O indivíduo (solução),  $x$ , é composto pelas variáveis  $I_{mt}, J_{pt}, K_{rpt}, Z_{rpt}$ . e seus valores são arredondados para o valor inteiro mais próximo para avaliação da função  $aval(x)$ , necessária para o cálculo da função de *fitness*. O espaço de busca adotado para cada variável foi  $0 \leq I_{mt} \leq 20$ ,  $0 \leq J_{pt} \leq 20$ ,  $0 \leq K_{rpt} \leq 30$  e  $0 \leq Z_{rpt} \leq 120$ .

Um total de 150000 avaliações da função de *fitness* foi realizado pela ED, ou seja, foi adotado tamanho de população de 30 indivíduos e um critério de parada de 5000 gerações. A ED utilizada foi a ED/rand/1/bin, ou

seja, usa método de seleção aleatória (*rand*) dos indivíduos pais para formarem a base do vetor a sofrer mutação e mecanismo de cruzamento controlado por uma série de exponenciais independentes (detalhes em Storn [6]). Os parâmetros adotados para o AG e ED testados são os seguintes:

- ED(1):  $CR = 0,80$  e  $F = 0,40$ ;
- ED(2):  $CR = 0,80$  e  $F$  gerado aleatoriamente com distribuição uniforme entre 0,05 e 1,50 a cada geração;
- ED(3):  $CR = 0,80$  e  $F$  gerado aleatoriamente com distribuição uniforme entre 0,02 e 1,20 a cada geração;
- ED(4):  $CR = 0,80$  e  $F$  gerado aleatoriamente com distribuição uniforme entre 0,10 e 1,20 a cada geração;

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 1, o melhor resultado foi obtido pelo ED(1) com o valor  $aval(x)$  de 98368,90 unidades financeiras (ver Tabela 2).

Uma vez que as estratégias de ED empregadas possuem sua população inicial gerada de forma aleatória, não é academicamente correto considerar apenas o desempenho de uma determinada configuração. Assim, a média de todos os valores obtidos a cada geração para as diferentes configurações dos algoritmos testados expressa um melhor resultado em relação à convergência de cada ED testada.

Em relação à convergência, destaca-se a ED(2) com uma média de 101900,45 unidades financeiras. O tempo médio computacional consumido pelas abordagens de ED testadas foi de aproximadamente 863 segundos. Os algoritmos foram testados em um computador com processador AMD Athlon 1,09 GHz e memória de 112 MB RAM.

Tabela 1: Resumo dos resultados para 50 experimentos da minimização da função objetivo (média dos experimentos após 5000 gerações).

ED	melhor	média	pior	desvio padrão
(1)	<b>98368,90</b>	102861,70	106092,90	3381,05
(2)	98867,50	<b>101900,45</b>	107696,00	3986,15
(3)	99290,00	103122,82	106132,30	3184,32
(4)	99328,00	105144,00	<b>105144,00</b>	<b>2612,53</b>

A Tabela 3 apresenta uma comparação entre os melhores representantes dos algoritmos propostos e os resultados obtidos por Mak e Wong [4]. É importante ressaltar que, preliminarmente, foi desenvolvido um algoritmo genético na mesma configuração do trabalho de Mak e Wong [4] e o mesmo valor de 115495,00 unidades financeiras para a função objetivo foi alcançado.

Tabela 2: Melhor solução obtida por ED(1).

variável	$x$	variável	$x$
$I_{11}$	5	$K_{113}$	4
$I_{12}$	0	$K_{121}$	5
$I_{13}$	0	$K_{122}$	21
$I_{14}$	0	$K_{123}$	1
$I_{21}$	5	$K_{211}$	5
$I_{22}$	0	$K_{212}$	2
$I_{23}$	0	$K_{213}$	0
$I_{24}$	0	$K_{221}$	5
$I_{31}$	5	$K_{222}$	0
$I_{32}$	0	$K_{223}$	5
$I_{33}$	0	$K_{311}$	79
$I_{34}$	0	$K_{312}$	58
$J_{11}$	5	$K_{313}$	68
$J_{12}$	0	$K_{321}$	9
$J_{13}$	0	$K_{322}$	2
$J_{14}$	0	$K_{323}$	0
$J_{21}$	5	$Z_{111}$	58
$J_{22}$	0	$Z_{112}$	76
$J_{23}$	0	$Z_{113}$	61
$J_{24}$	0	$Z_{121}$	61
$K_{111}$	5	$Z_{122}$	45
$K_{112}$	4	$Z_{123}$	78
$K_{113}$	2	$Z_{211}$	77
$K_{121}$	5	$Z_{212}$	68
$K_{122}$	0	$Z_{213}$	89
$K_{123}$	0	$Z_{221}$	45
$K_{211}$	5	$Z_{222}$	75
$K_{212}$	3	$Z_{223}$	35

Em [4], o algoritmo genético só aceita soluções factíveis na população inicial, enquanto que nos algoritmos desenvolvidos e testados neste trabalho adotou-se um critério de penalização para as soluções não-factíveis. A referência [4] também não especifica o espaço de busca, dificultando a análise comparativa em relação ao valor da função objetivo alcançado, à qualidade de convergência e ao tempo computacional consumido. O método de *Branch and Bound* presente no artigo de referência pode estar inconsistente, pois os autores consideraram o valor de 113584,00 unidades financeiras como valor ótimo global e com a ED(1) analisada neste trabalho obteve-se 98368,90.

Tabela 3: Comparação entre ED e os resultados de [4].

Método	$aval(x)$
ED	98368,90
AG [4]	115495,00
Branch and Bound [4]	113584,00

## 5. Conclusão

Este artigo apresentou um estudo comparativo de métodos de otimização para otimização de uma cadeia de suprimento simplificada. O equacionamento da

cadeia de suprimento estudada foi concebido como um problema de otimização inteira [8].

Neste artigo foram apresentados os resultados obtidos pelos 4 configurações de ED desenvolvidas neste trabalho, na solução do problema de minimização dos custos de armazenagem, fabricação, transporte e falta de produto para o modelo de cadeia de suprimento simplificada com 3 materiais, 2 produtos, 3 distribuidores e 3 períodos de planejamento.

O melhor resultado em relação à convergência de resposta (média) para a ED tem os parâmetros de constante de cruzamento CR igual a 0,80 e fator de perturbação F gerado aleatoriamente com distribuição uniforme entre 0,05 e 1,50 a cada geração.

Os futuros trabalhos dos autores, neste contexto, visam testar abordagens compostas por técnicas determinísticas, estas hibridizadas, com técnicas de ED. Além disso, a extensão dos resultados da ED a outras instâncias de cadeias de suprimento de maior porte será analisada.

## Referências

- [1] S. Chopra, S. e P. Meindl, *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: estratégia, planejamento e operação*. Pearson Education do Brasil, São Paulo, SP, 2003.
- [2] J. Venkateswaran e B. Kulvatunyou, "Investigation of influence of modeling fidelities on supply chain dynamics", *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, Yücesan, E.; Chen, C. -H.; Snowdon, J. L.; Chanes, J. M. (eds.), pp. 1183-1191, 2002.
- [3] M. Dong, "Process modeling, performance analysis and configuration simulation in integrated supply chain network design", Doctoral dissertation, Department of Industrial and Systems Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, 2001.
- [4] K. L. Mak e Y. S. Wong, "Design of integrated production-inventory-distribution systems using genetic algorithm", *Proceedings of Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications*, Glasgow, UK, pp. 454-460, 1995.
- [5] R. Storn e K. Price, "Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces", *Technical Report TR-95-012*, International Computer Science Institute, Berkeley, 1995.
- [6] R. Storn, "Differential evolution — a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces", *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341-359, 1997.
- [7] Z. Michalewicz e M. Schoenauer, "Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems", *Evolutionary Computation*, vol. 4, no. 1, pp. 1-32, 1996.
- [8] M. A. Falcone, *Estudo comparativo entre algoritmos genéticos e evolução diferencial para otimização de um modelo de cadeia de suprimento*, Dissertação de mestrado, Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Curitiba, PR, 2004.