

Definição de um Coeficiente de Transmissão na Análise do Fluxo de Informação em Redes Complexas

Wanderson Willer Motta Teixeira, Erivelton Geraldo Nepomuceno

Grupo de Controle e Modelagem
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de São João del-Rei
Praça Frei Orlando, 170, Centro, 36307-352
São João del-Rei, MG, Brasil
wandersonwiller@yahoo.com.br, nepomuceno@ufsj.edu.br

Thayane Lima Botelho Teixeira

Grupo de Controle e Modelagem
Departamento de Ciências Administrativas e Econômicas
Universidade Federal de São João del-Rei
Avenida Visconde do Rio Preto, s/n°, 36300-000
São João del-Rei, MG, Brasil
thayane.limab@yahoo.com.br

Resumo – As relações sociais mostram-se cada vez mais complexas e intrincadas atualmente, tornando-se um grande desafio contemporâneo a modelagem das mesmas. Nesse trabalho, fez-se uso dos conceitos de sistemas e redes complexas através da modelagem baseada em indivíduos, afim de se modelar uma rede social e analisar seu fluxo de informação por meio da definição de um Coeficiente de Transmissão - CT. Esse CT permite averiguar qual, ou quais características dos indivíduos são fundamentais para aumentar a probabilidade de transmissão da informação.

Palavras-chave – Redes Complexas, Sistemas Complexos, Modelos Baseados Em Indivíduos.

Abstract – Social relations have been growing increasingly complex and intricate currently becoming a major challenge to contemporary modeling them. In this work, to use the concepts of complex systems and networks through modeling based on individuals in order to model a social network and analyze the flow of information through the definition of a transmission coefficient that allows the definition of what or which characteristics of individuals is essential to increase the likelihood of transmitting information.

Keywords – Complex Networks, Complex Systems, Individual Based Model.

1. INTRODUÇÃO

Estamos inseridos em uma sociedade cada vez mais informatizada e tecnologicamente avançada na qual as informações são perpassadas por todo globo em questão de instantes, diante disso podemos nos colocar em uma situação de "aldeia global"[1], onde estamos unidos em um mundo interligado, com estreitas relações econômicas, políticas e sociais, fruto da evolução das tecnologias de informação e da comunicação. Assim, através das premissas de Marshall, podemos inferir que estamos situados em um sistema amplo e complexo nas sociedades atuais.

Podemos assim, basicamente, definir sistemas como parte da realidade que forma um todo organizado de elementos inter-relacionados, e complexos como algo que possui um comportamento de difícil previsibilidade em razão das dinâmicas organizacionais não lineares [2]. Com isso, um sistema é uma entidade composta de pelo menos dois elementos e uma relação estabelecida entre cada elemento e pelo menos um dos demais elementos do conjunto. Cada um dos elementos de um sistema é ligado a todos os outros elementos, direta ou indiretamente.

Os sistemas complexos tem sido amplamente representados por redes. Tipicamente, uma rede é representada como um conjunto de pontos (vértices) ligados por retas (as arestas). Essa representação permite mapear relações entre indivíduos, sendo muito útil para a representação de sistemas complexos. Dependendo da aplicação, as arestas podem ser direcionadas, e são representadas por "setas" ou ligações entre esses pontos. Newman afirma que quando um conjunto de vértices é ligado através de um certo número de ligações, e não levando em consideração outro tipo de aspectos, estamos perante o exemplo mais simples de uma rede [3]. No entanto, estas podem ser mais complicadas. Pode, por exemplo, haver mais do que um tipo de nodos na rede, ou mais do que um tipo de ligação.

Apesar dos diferentes tipos de redes existentes, o presente trabalho terá como foco, o estudo e a análise das redes sociais, que pode ser definida como um conjunto de pessoas ou grupos de pessoas, ligados entre si por relações que podem ser as mais diferentes possíveis: profissionais, familiares, religiosas, dentre outras. Marteleto [4] discorre que "A noção de redes sociais (...) designa geralmente conjuntos de relações entre pessoas ou grupos sociais, e vem se expandindo progressivamente, tanto no interior quanto nas fronteiras das ciências sociais."

Com isso, através de todos esses conceitos discorridos anteriormente, podemos concluir que o estudo das redes é extremamente amplo e complexo, sendo uma excelente ferramenta para a visualização dos movimentos de relação dos indivíduos. São vários os problemas que podem ser modelados em redes. Variando desde sistemas de informação, redes de computadores, redes de citação de artigos, ligações de negócios, alianças estratégicas, ligações políticas, preferências gastronômicas, etc [5, 2]. Podem se diferenciar em sua intensidade, mas é certo que as redes estão envolvidas por completo em nossa realidade.

O Modelo Baseado em Indivíduos (MBI) tem sido usado como forma de representar indivíduos com características distintas em uma população[6, 5, 7], sendo peça chave para esse estudo das redes. A modelagem matemática de sistemas complexos tem contribuído para pesquisas em diversas áreas da ciência. Esse modelo tem auxiliado tanto na análise do comportamento de determinados sistemas como no controle destes sistemas.

Assim, o fluxo de informação, como ponto concludente de todo o processo, torna-se um foco de suma importância para entender a complexidades dessas redes sociais. Pois através desse fluxo, obter-se-á uma lógica na qual a informação perpassa por essa rede. Unindo conceitos de modelagem de redes complexas e dos modelos baseados em indivíduos, esse trabalho propõe uma especificação para determinação do coeficiente de transmissão de informação entre indivíduos inseridos em uma rede.

O trabalho está organizado da seguinte forma: os conceitos preliminares estão inseridos na seção 2, posteriormente com a Metodologia e Resultados são apresentados respectivamente nas seções 3 e 4, por fim, toda a conclusão do trabalho está inserido na seção 5.

2 CONCEITOS PRELIMINARES

2.1 Redes complexas

Seguem algumas definições de Newman [3] sobre redes complexas;

- **Diâmetro:** O diâmetro de uma rede é o comprimento (em número de arestas) do caminho geodésico mais longo entre dois vértices.
- **Rota Geodésica:** é o caminho mais curto de um vértice para o outro. Percebe-se que pode haver mais que um caminho geodésico entre dois vértices.
- **Aresta:** A linha que conecta dois vértices. Também chamado laço (física), link (informática), ou um vínculo (sociologia). Uma aresta pode ser dirigida ou não dirigida. Será dirigida se correr em uma só direção, às vezes chamadas arcos, podem ser pensadas como setas indicando sua orientação. Um grafo é dirigido se todas suas arestas forem dirigidas.
- **Vértices:** A unidade fundamental, denota cada ponto de inter-conexão com uma estrutura ou rede, independente da função do equipamento representado por ele, também chamado local (física), um nó (informática), ou ator(sociologia).

2.1.1 Redes aleatórias

A premissa do modelo aleatório de rede é profundamente igualitária: estabelecemos os links de maneira absolutamente aleatória; dessa forma, todos os nós possuem a mesma chance de obter um link [8].

2.1.2 Hubs

Indivíduos em uma rede são considerados Hubs quando têm um elevado número de ligações comparado aos demais indivíduos da rede [3].

2.1.3 Seis Graus de Separação

Milgran foi pesquisador e psicólogo graduado da Universidade de Yale, que celebrou os estudos acerca da interconectividade. Propondo um modelo, através do envio de cartas, a identificação dos números de laços de conhecimento pessoal existente entre duas pessoas quaisquer [9]. A pessoa alvo, ao receber a carta, deveria enviar uma carta para os responsáveis pelo estudo. Ele verificou que o número médio de pessoas intermediária foi de 5,5, cifra realmente muito pequena e por coincidência, espantosa [10]. Como todos temos mais de um link social por pessoa, cada um de nós é parte da gigantesca rede que chamamos de sociedade. Em outras palavras vivemos em um mundo pequeno (small world). Nosso mundo é pequeno porque a sociedade é uma rede bastante densa [2].

2.2 Modelo Baseado em Agentes

Modelo baseado em agentes (ou indivíduos) MBA ou MBI é um modelo formulado em redes de autômatos, cuja teoria ainda está em desenvolvimento, que procura tratar diretamente com a distribuição espacial dos agentes, que podem ser animais, pessoas, companhias, computadores, etc. A rede de autômatos é um sistema completamente discreto e consiste de um grafo em que cada vértice assume um valor pertencente a um conjunto finito de estados, assim, eles são considerados ferramentas ideais para a modelagem baseada em agentes. Pois cada agente ocupa um lugar no espaço que é um dos vértices da rede e tem uma individualidade própria, sendo representada pelo estado do vértice onde está localizado, que podemos denominar como o conjunto de suas características.

A interação entre os indivíduos é geralmente descrita por uma regra local de evolução. Os estados podem ser números inteiros. Como exemplo podemos ressaltar os modelos epidemiológico, na qual o estado de um vértice poderia ser 0, 1 ou 2 para representar, respectivamente, um indivíduo suscetível, um indivíduo infectado e um indivíduo recuperado à uma dada doença (mais detalhes na sessão 2.4).

Os estados também podem ser vetores, cujas componentes representem, gênero, origem, afiliação política, etc. A abrangência desse modelo tem mostrado uma crescente interdisciplinaridade de modo que há, atualmente, um grande interesse na área das ciências sociais sobre o referido tema.

Modelos baseados em agentes são referenciados como sociedades artificiais. Assim, através desse modelo, pode-se objetivar determinados comportamentos sociais, como por exemplo: migração, formação de grupos, conflitos, interação com o ambiente, transmissão de cultura, propagação de doenças e dinâmica populacional, descobrir mecanismos locais que são suficientes para gerar estruturas macroscópicas sociais e comportamentos coletivos relevantes.

2.3 Modelo para disseminação de cultura

Axelrod propôs um modelo para a disseminação de cultura na qual a própria cultura de um indivíduo é descrita por uma lista de diferentes características, passando-se desde uma afiliação política até as preferências musicais [11]. Para cada característica há um conjunto de traços, que são os valores que tal característica pode assumir.

Se assumirmos que há cinco características e que cada característica pode assumir 10 valores diferentes, um indivíduo será representado por cinco dígitos (4; 5; 9; 0; 2). O grau de similaridade entre dois indivíduos é definido como o percentual das características com o mesmo valor. Por exemplo, se analisarmos dois indivíduos (4; 5; 9; 0; 2) e (4; 7; 5; 0; 2), podemos concluir que possuem 60 % de similaridade e grande percentual de propagar uma dada informação. A idéia básica é de que indivíduos que são similares tem uma maior chance de interagir e tornarem-se ainda mais similares. Este processo de influência social é implementado, assumindo que a probabilidade de interação entre dois indivíduos vizinhos é igual ao grau de similaridade. A regra local de evolução consiste dos seguintes passos.

Selecionar aleatoriamente:

- i) uma célula para ser ativa;
- ii) um dos vizinhos dessa célula.
- iii) Selecionar aleatoriamente uma característica diferente entre a célula ativa e o vizinho.

O vizinho deve mudar o valor desta característica para o mesmo valor da característica da célula ativa com uma probabilidade igual ao grau de similaridade. Axelrod [11] encontrou alguns aspectos nesse modelo:

- i) Características tendem a ser disseminadas em grandes regiões;
- ii) O processo pode eventualmente ser interrompido e algumas regiões com culturas próprias podem sobreviver, devido a determinada configuração da rede.

2.4 Modelo Baseado em Indivíduos - MBI

Nepomuceno e colaboradores [12] expressaram o MBI, no qual um indivíduo é representado por

$$I_{m,t} = [C_1 \quad C_2 \quad \cdots \quad C_n], \quad (1)$$

em que m é o tamanho da população, t é o instante em que o indivíduo apresenta um conjunto específico de características e C_n é uma característica do indivíduo. A primeira característica é o seu estado do ponto de vista epidemiológico, ou seja, suscetível, infectado, recuperado. Outras características podem ser a idade, o tempo de duração da infecção, o sexo, a localização espacial ou quaisquer outras características do indivíduo consideradas relevantes. Por sua vez, uma população de indivíduos é representada por:

$$P_t = [I_{1,t} \quad I_{2,t} \quad I_{3,t} \quad \cdots \quad I_{m,t}]^T, \quad (2)$$

em que $I_{m,t}$ é um indivíduo no instante t e P é uma matriz $m \times n$.

3 METODOLOGIA

Nesta seção será apresentado o algoritmo do modelo utilizado, bem como as características consideradas de cada indivíduo e os parâmetros utilizados na simulação do modelo proposto.

3.1 O Modelo Proposto

Seguindo algumas premissas do Modelo Baseado em Indivíduos e do Modelo de Disseminação de Cultura, foi realizada a modelagem para estudo do fluxo de informação em redes sociais, onde não só o posicionamento do indivíduo na rede de contatos é considerado para determinação do espalhamento da informação. No modelo proposto o que determina a probabilidade de transmissão de informação de um indivíduo para outro, caso estejam em contato, são suas características sócio culturais, como por exemplo idade, sexo, religião, filiação partidária, entre outros.

Cada indivíduo é definido por um vetor como na equação (1), onde cada elemento desse vetor determina uma característica do indivíduo. Essas características podem permanecer fixas ou variarem ao longo do tempo, e podem ser definidas com base em uma análise da população que se pretende modelar. Dessa forma pode-se definir qual será a distribuição adotada no modelo, como por exemplo a porcentagem da população pertencente a determinada classe social.

Após a definição das características dos indivíduos é necessário definir qual estrutura da rede será adotada.

3.2 A rede de contatos

A configuração da rede de contatos modelada seguiu uma distribuição aleatória, onde cada indivíduo poderia se conectar com até três quaisquer indivíduos da rede com a mesma probabilidade. Foram realizadas simulações com populações de dois tamanhos diferentes, com $n = 100$ e $n = 1000$ indivíduos.

3.2.1 O Coeficiente de Transmissão

A propagação de uma informação em uma rede depende da estrutura dessa rede, e de acordo com o modelo de disseminação de cultura, pelas características de cada indivíduo. Diante disso, torna-se possível verificar que certas características são mais determinantes na transmissão de dada informação que outra. Por essas razões é proposto aqui uma metodologia que permite atribuir pesos diferentes para características diferentes do indivíduo na probabilidade de transmissão de informação de um indivíduo para outro. Essa probabilidade é determinada pelo que foi denominado coeficiente de transmissão, definido pela equação 3 a seguir:

$$CT = \frac{(\sum_1^n Ncc_i X P_i) X 10}{n} \quad (3)$$

onde,

- n é o número de característica dos indivíduos;
- $Ncc_i = 1$ se a característica i dos indivíduos em contato forem iguais;
- $Ncc_i = 0$ se a característica i dos indivíduos em contato forem diferentes;
- P_i é o peso da característica i que pode variar entre 0 e 10.

O valor de P_i pode ser variado de acordo com a necessidade, ou seja, com a relevância da característica para a informação que será estudada.

3.2.2 O Algoritmo

Nessa seção é descrito o algoritmo do modelo proposto cujo diagrama está representado na Figura 1.

Após determinação das características dos indivíduos e definição da estrutura da rede de contatos (veja figura 2a), é necessário introduzir a informação na rede. Nessa etapa é feita uma alteração no vetor de características de uma porcentagem de indivíduos da rede. A alteração é feita no elemento que representa a característica de informação do indivíduo (se ele contém ou não) como pode ser visto na Figura 2b.

Após feita essa alteração o algoritmo irá realizar, a cada constante de tempo uma varredura na matriz que representa a população, fazendo com que cada indivíduo tenha um contato a cada ciclo de interações. Esse contato poderá acontecer apenas entre os indivíduos conectados pela estrutura da rede. A determinação de com qual indivíduo será realizado o contato é feita de forma aleatória.

Definido quais os indivíduos em contato, o próximo passo é determinar se o contato será ou não eficiente, ou seja, se haverá ou não propagação da informação. A probabilidade de disseminação dessa informação é definida pelo Coeficiente de Transmissão CT definido na equação 3. Obviamente se faz necessário que um dos indivíduos contenha a informação. Analisando a Figura 2c podemos analisar o contato entre os indivíduos 1 e 3. Definimos os pesos atribuídos as características como $P_1 = 10$, $P_2 = 5$, $P_3 = 5$, $P_4 = 5$, assim a probabilidade de disseminação da informação é definida por:

$$CT = \frac{(1XP1 + 0XP2 + 0XP3 + 1XP4)X10}{4} \quad (4)$$

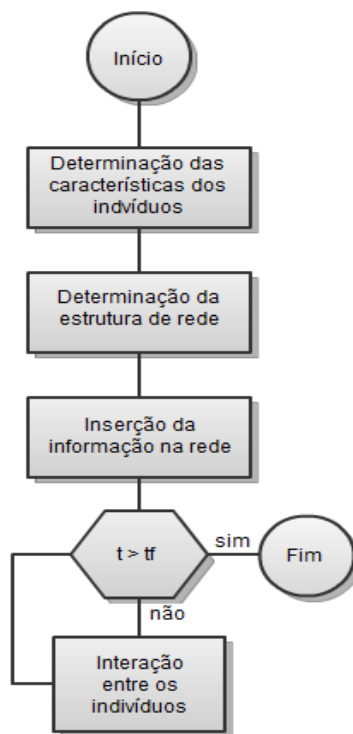


Figura 1: Diagrama que representa o algoritmo do modelo proposto.

Assim, para o exemplo dado, a probabilidade do contato entre os indivíduos 1 e 3 ser eficiente é

$$P = \frac{(1X10 + 0X5 + 0X5 + 1X5)X10}{4} = 37,5\% \quad (5)$$

Portanto após o sorteio, se a probabilidade for atendida, o indivíduo 3 irá transmitir a informação para o indivíduo 1, como poder ser observado na Figura 2d.

3.3 Características dos Indivíduos

Cada indivíduo foi representado por um vetor (equação:1), onde cada elemento desse vetor determina uma característica do indivíduo. Essas características podem permanecer fixas ou variarem ao longo do tempo, como descrito a seguir:

- **Característica 1: Identificação do Indivíduo.** Um número inteiro sendo característica única de cada indivíduo.
- **Característica 2: Informação a ser propaga na rede.** Nesse trabalho, essa variável pode assumir dois valores:
 - 0 - Significa que o indivíduo não é possuidor da informação;
 - 10 - Significa que o indivíduo é possuidor da informação.
- **Característica 3: Idade.** Foi adotado a divisão em grupos de idade de acordo com a média geral da população.
 - 1 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade entre 0 e 14 anos;
 - 2 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade entre 14 e 17 anos;
 - 3 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade entre 17 e 23 anos;
 - 4 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade entre 23 e 32 anos;
 - 5 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade entre 32 e 40 anos;
 - 6 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade entre 40 e 55 anos;
 - 7 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo com idade acima de 55 anos.
- **Característica 4: Sexo.** Divisão em dois grupos como definido a seguir.
 - 1 - Indivíduos do sexo masculino;
 - 2 - Indivíduos do sexo feminino.
- **Característica 5: Classe Social.** Divisão em quatro grupos como definido a seguir.
 - 1 - Indivíduo pertencente a classe social A;
 - 2 - Indivíduo pertencente a classe social B;
 - 3 - Indivíduo pertencente a classe social C;
 - 4 - Indivíduo pertencente a classe social D;

id	inf	A	B	C	D	I1	I2
1	0	1	2	2	3	3	5
2	0	3	2	1	2	1	4
3	0	1	3	2	3	4	5
4	0	2	1	3	1	1	4
5	0	2	2	1	2	1	4

.a

id	inf	A	B	C	D	I1	I2
1	0	1	2	2	3	3	5
2	0	3	2	1	2	1	4
3	10	1	3	2	3	4	5
4	0	2	1	3	1	1	4
5	10	2	2	1	2	1	4

.b

id	inf	A	B	C	D	I1	I2
1	0	1	2	2	3	3	5
2	0	3	2	1	2	1	4
3	10	1	3	2	3	4	5
4	0	2	1	3	1	1	4
5	10	2	2	1	2	1	4

.c

id	inf	A	B	C	D	I1	I2
1	10	1	2	2	3	3	5
2	0	3	2	1	2	1	4
3	10	1	3	2	3	4	5
4	0	2	1	3	1	1	4
5	10	2	2	1	2	1	4

.d

Figura 2: Matriz da população, onde cada linha representa um indivíduo e cada coluna representa uma característica desse indivíduo. No exemplo acima temos cinco indivíduos. A coluna Id apresenta como característica única de cada indivíduo sua representação por um número inteiro. A coluna Inf. representa a informação, se o indivíduo a contém ou não. As colunas A,B,C,D representam outras quaisquer características do indivíduo. As colunas I1 e I2 indicam as ligações de cada indivíduo.

5 - Indivíduo pertencente a classe social E.

- **Característica 6:** Posição Política. Divisão em três grupos como definido a seguir.

- 1 - Indivíduo pertencente a posição partidária de centro;
- 2 - Indivíduo pertencente a posição partidária de direita;
- 3 - Indivíduo pertencente a posição partidária de esquerda.

- **Característica 7:** Constituição Familiar. Divisão em quatro grupos como definido a seguir.

- 1 - Indivíduo pertencente ao grupo de casados com filhos;
- 2 - Indivíduo pertencente ao grupo de casados sem filhos;
- 3 - Indivíduo pertencente ao grupo de solteiros com filho;
- 4 - Indivíduo pertencente ao grupo de solteiros sem filhos;

- **Característica 8:** Torcida de Futebol. Divisão em quatro grupos como definido a seguir.

- 1 - Indivíduo pertencente ao grupo de torcedores do time A;
- 2 - Indivíduo pertencente ao grupo de torcedores do time B;
- 3 - Indivíduo pertencente ao grupo de torcedores do time C;
- 4 - Indivíduo pertencente ao grupo de torcedores de outros times.

- **Característica 9:** Religiosidade. Divisão em quatro grupos como definido a seguir.

- 1 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo que se define como ateu;
- 2 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo que diz acreditar em "algo";
- 3 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo que participa de algum movimento religioso;
- 4 - Significa que o indivíduo pertence ao grupo que é ativo em algum movimento religioso.

3.4 Introdução da informação na rede

A informação na rede foi introduzida em uma porcentagem da população de forma aleatória.

4 Resultados

Foram feitas duas abordagens, para a mesma rede construída de forma aleatória. Foram feitas 100 simulações para cada configuração dos parâmetros, sendo que em uma configuração, todas as características tinham o mesmo peso $P_i = 10$, e em outra configuração somente dois dos sete pesos tinham peso $P_i = 10$ e os outros cinco $P_i = 5$, afim de analisar a dinâmica da dependência da transmissão de informações de poucas características do indivíduo. Os resultados podem ser analisados na figura 3.

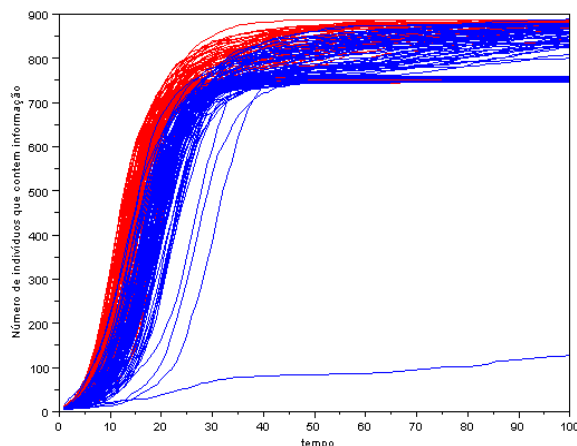


Figura 3: Vermelho - $P_1=10, P_2=10, P_3=10, P_4=10, P_5=10, P_6=10, P_7=10$; Azul - $P_1=10, P_2=10, P_3=5, P_4=5, P_5=5, P_6=5, P_7=5$.

Podemos observar que após o transitório o sistema se estabiliza e em nenhuma das simulações a informação foi propagada para toda população. Pode ser observado também que para as simulações em que há grande dependência de poucas características do indivíduo para transmissão da informação a propagação da informação se deu de maneira mais lenta e os números finais, em média, são menos que nas simulações em que todas as características tem o mesmo peso.

5 CONCLUSÕES

De acordo com os conceitos de sistemas complexos, redes complexas e sociais e MBI, descritos anteriormente nesse trabalho, posteriormente com sua aplicabilidade no sistema simulado, observou-se através de análises gráficas a evidência de duas teorias como descrito a seguir, além de proposição de uma nova hipótese.

Constatando que o tempo de subida da resposta do sistema é pequeno, ou seja, em pouco tempo a informação atinge uma porcentagem alta da população, torna-se evidente a teoria de pequeno mundo proposta por Milgran, a qual discorre que bastam apenas, em média, seis passos ao longo de uma rede para que sejam ligados quaisquer dois indivíduos.

A segunda teoria evidenciada trata-se de constatação de Axelrold, em que nas populações podem haver grupos que "resistem" a disseminação de cultura por terem uma cultura própria. Isso pôde ser constatado no modelo proposto pois em nenhuma das 100 simulações foi alcançada a total propagação da informação. Diante dos resultados obtidos, a proposição de Axelrold também é confirmada pela hipótese de que quanto mais a propagação de uma informação depende de características mais específicas dos indivíduos, mais lentamente será realizada a propagação e o número total de indivíduos atingidos também será reduzido.

6 AGRADECIMENTOS

Agradecemos, pimeiramente, a Deus que tudo provê. À FAPEMIG, CNPq e UFSJ pelo apoio.

REFERÊNCIAS

- [1] M. McLuhan. *Guerra e paz na aldeia global..* Record, R.J., 1971.
- [2] A.-L. Barabási. "Linked: The New Science of Networks". *J. Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 6, no. 2, 2003.
- [3] M. E. J. Newman. "The structure and function of complex networks." *SIAM Review*, vol. 45, no. 2, pp. 167–256, 2003.
- [4] R. M. MARTELETO. "Análise de redes sociais - aplicação nos estudos de transferência da informação". *Ci. Inf. [online]*, vol. 30, pp. 71–81, 2001.
- [5] E. G. Nepomuceno. "Dinâmica, Modelagem e Controle de Epidemias". Ph.D. thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFMG, 2005.
- [6] M. Lacerda, W. Teixeira and E. Nepomuceno. "Controle da Propagação Espacial de Epidemias: Uma Abordagem Utilizando Agente Inteligente". In *SBAI 2009*, apr 2009.
- [7] V. Grimm, U. Berger, F. Bastiansen, S. Eliassen and V. Ginot. "A standard protocol for describing individual-based and agent-based models". *Ecological Modelling*, vol. 198, no. 2-3, pp. 115–126, 2006.
- [8] A.-L. Barabási and E. Bonabeau. "Scale-Free Networks". *Scientific American*, vol. 288, pp. 50–59, May 2003.

- [9] S. Milgran. “The Small world problem”. *Sychology Today*, vol. 2, pp. 60–67, 1967.
- [10] J. Travers and S. Milgram. “An Experimental Study of the Small World Problem”. *Sociometry*, vol. 32, no. 4, pp. 425–443, 1969.
- [11] N. Bocca. *Modeling Complex Systems..* Springer, 2003.
- [12] E. G. Nepomuceno, L. A. Aguirre, R. H. C. Takahashi, R. D. Lamperti, L. R. Alvarenga and S. M. Kurcbart. “Modelagem de Sistemas Epidemiológicos por meio de Modelos Baseados em Indivíduos”. In *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 2399–2404, Salvador – BA – Brasil, 2006.