

EQUAÇÕES DE MOVIMENTO À RÉ DE ROBÔS MÓVEIS MULTIARTICULADOS, NO ESPAÇO DE CONFIGURAÇÕES E NO ESPAÇO DE TAREFAS COM TRAÇÃO DIANTEIRA OU TRASEIRA E LIGAÇÕES ON-AXLE OU OFF-AXLE – CONTROLE FEEDFORWARD

Prof. Dr. Edson P. Ferreira, Diego N. Bertolani e Filipe Pandolfi

Departamento de Engenharia Elétrica
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES
Av. Fernando Ferrari, 514 — 29075-910 Vitória-ES, Brasil
E-mails: edinho@ele.ufes.br, diegobertolani@gmail.com, filipepandolfi@gmail.com

Abstract – This article presents new and general models to provide support for the development of predictors, simulators, controllers and navigation strategies, describing and performing backward movements of multi-articulated mobile robots (MAMR), in the configuration or task spaces, considering all the geometric restrictions. A predictor can be build by analytical models or by fuzzy or neural approximations. They are necessary for robot's assisted tasks and useful to be used as cores in simulators to synthesize and validate strategies for control or navigation. The control synthesis can be done by many different nonlinear strategies, including neural and fuzzy ones, but even the neural and fuzzy approaches use training data set composed by real data and by data generated from singular condition models. This article presents original models for the singularities and for the critical angles, which implements the geometric angular restrictions. The model for critical angles may be used to define the range work for a supervisory level, where the task's trajectories are defined. These models were deduced from general movement equations of a generic MAMR, with any degrees of freedom, with front and rear traction on the truck and with on-axle or off-axle hitching, that are also geometric restrictions. We present also the characterization of the critical configurations, combining critical angles, singular conditions and simulation or prediction. The prediction of the critical configurations in a supervisory level can provide great economy in performing maneuvers. This article presents also the use of singular models to implement control solutions: a fuzzy and a new nonlinear feedforward one. They are compared in a real application for a truck-trailer-trailer prototype.

Keywords – Robotics, Multi-articulated Robots, Mobile Robots, Models, Feedforward Nonlinear Control, Fuzzy Control

1 Introdução

O escopo de aplicação das soluções propostas nesse artigo vai desde robôs multiarticulados para operação em armazéns automáticos, dutos ou outros espaços restritos, pátios de carga e descarga, até grandes veículos multiarticulados para transporte de carga em rodovias, portos e aeroportos, os chamados CVC (Composição de Veículos de Carga). Ressalta-se que praticamente toda tecnologia desenvolvida para robôs móveis multiarticulados (RMMAs) pode ser adaptada para a navegação ou controle, na execução otimizada de manobras automáticas ou assistidas de veículos articulados.

Muitos artigos na literatura apresentam contribuições para os problemas, gerais ou específicos, de modelagem, predição, controle e navegação de RMMAs. Na sua totalidade as propostas desconsideram os efeitos dinâmicos de ordem superior, tendo em vista que movimentos à ré são efetuados em baixa velocidade e com acelerações desprezíveis, o que é uma simplificação bastante realista e que este trabalho também considera. São também desconsiderados efeitos não lineares perturbadores, de modelagem extremamente complexa, por exemplo, a derrapagem, ou deslizamento no contato rodas-piso, as folgas, a elasticidade e os atritos. Na modelagem analítica apresentada neste trabalho esses fenômenos também são desconsiderados. Ressalva-se que numa modelagem a partir de aproximadores numéricos neurais ou *fuzzy*, a partir de dados reais de movimento, todos os fenômenos perturbadores estariam implicitamente contidos nos dados e seriam capturados pelo modelo. Mas, mesmo no caso da síntese baseada no uso destas técnicas de inteligência computacional, os modelos analíticos não podem ser descartados, como mostrado no artigo [1]. A razão maior da necessidade do uso complementar de modelos analíticos nas estratégias neurais ou *fuzzy* é que os dados medidos das variáveis do movimento à ré, em malha aberta, não contém dados suficientes das condições singulares de equilíbrio instável, que são as condições de giro à ré, que devem ser providos via modelo. De fato, um RMMA, sendo um pêndulo invertido múltiplo horizontal, no movimento à ré, devido às perturbações anteriormente citadas, nunca se mantém em equilíbrio, alinhado ou em giro, sendo que a quase totalidade dos dados são representativos somente das transições entre giros, não provendo nenhuma informação sobre alguma das infinitas configurações de giro.

Abstraindo-se dos aspectos simplificadores na modelagem já citados, temos ainda os parâmetros e as restrições geométricas, que influenciam muito a complexidade dos problemas de predição controle e navegação em geral e que são praticamente desconsiderados na literatura especializada, tornando-as pouco realistas na proposta de soluções gerais [2,3], sendo consideradas em poucas aplicações específicas em RMMAs, com somente um ou dois graus de liberdade [4,5,6]. As simplificações ou equívocos comuns são os seguintes: modelo desenvolvido para tração dianteira, utilizado em aplicação para tração traseira ou em simulador de uso geral [7]; Estratégias de controle que desconsideram as condições de contorno

geométricas, como as limitações físicas do ângulo de direção ou dos ângulos nos engates [2,3]; Consideração da ligação entre elementos da cadeia articulada unicamente sobre os centros de giro de cada elemento, o que caracteriza a ligação *on-axle* [3]; Finalmente, as estratégias de navegação propostas, pretensamente gerais, formulam o problema de controle diretamente no espaço de trabalho ou de descrição das tarefas, em vez de fazê-lo no espaço das variáveis articulares ou de configuração do robô [8]. Esse último aspecto prejudica a generalidade das soluções e, de fato, as validações apresentadas na literatura, em geral em simulação, abordam casos muito particulares com somente um ou dois graus de liberdade [3,8]

Verifica-se na literatura que um dos gargalos para prover generalidade na formulação e na solução dos problemas é a modelagem, mesmo nas abordagens “*model free*”. O problema básico seria o de levar em conta todas as restrições geométricas. Para suprir essa lacuna, são apresentadas neste trabalho as equações de movimento à ré em um modelo analítico original de RMMAs, no espaço de configurações. Também é apresentado o modelo da situação de RMMAs no espaço de tarefas. O modelo no espaço de configurações é desenvolvido supondo pequenos movimentos planos, para trás, decompostos em rotações e translações elementares desacopladas. Apesar do método utilizado ser baseado numa ideia simples, o formalismo detalhado de dedução é longo e complexo, não cabendo no espaço restrito deste artigo, por isso são apresentados unicamente os resultados do método, que são as equações explícitas no item 3. A partir das equações de movimento, supondo derivadas de configuração nulas, são deduzidos os modelos singulares de giro e os modelos analíticos para a dedução dos ângulos críticos, a partir da restrição real de variação do ângulo do volante ou direção.

Sobre o problema de controle na execução dos movimentos à ré, em manobras ou navegação de RMMAs, sua síntese tem que lidar com um modelo analítico, como já dito, obtido com muitas suposições simplificadoras, ainda assim, este é não linear e muito complexo [9]. Este modelo impõe sérias restrições ao uso de técnicas de síntese tradicionais. Abordagens baseadas em síntese não-linear também são propostas na literatura, como em [5], porém, em geral, restritas a somente um trailer e com validação somente em simulação. Se for considerado também, no problema, o deslizamento nas rodas, as folgas, saturações, elasticidades, ruídos e diversas outras perturbações, constata-se que as técnicas mais indicadas estariam na inteligência computacional, via aproximações numéricas, “*model free*”, neurais [1,10,11] ou *fuzzy* [2,3,4,12,13]. Contudo, existe ainda trade-off entre generalidade, desempenho, esforço de síntese e custo de implementação, assim, neste cenário, as soluções propostas, mesmo apresentando alguns destes aspectos positivos ainda necessitam de aprimoramentos. No espaço de configurações um algoritmo *fuzzy* que apresenta boa generalidade e baixo custo de desenvolvimento com precisão razoável é o CGPR (Controle no Giro por Propagação de Referência), proposto em [12]. Este algoritmo, apresentado no item 4.1, possui origem na formulação matemática do ângulo crítico. No item 4.2 é proposta uma estratégia *feedforward* original, com o cálculo do modelo não linear de giro, com a realimentação da configuração completa, sem uso de informações sobre as derivadas da configuração. Estes dois algoritmos são implementados em um protótipo de robô multi-articulado, tipo Truck-Trailer-Trailer e comparados na seção 5. Mais detalhes deste algoritmo são apresentados em [14] e [15].

Em síntese, na seção 2, é caracterizada a cadeia mecânica de um RMMA, bem como os problemas de modelagem e uso de modelos em supervisão, predição e controle de RMMAs. Além disso, é estabelecido o conceito de Configurações Críticas. Na seção 3, são apresentados os modelos analíticos, além de uma breve discussão sobre os mesmos. É também apresentada uma modelagem original para as condições singulares de giro e para os ângulos críticos. Na seção 4, são apresentados dois algoritmos de controle baseados em modelos de giro, em particular uma nova proposta *feedforward*; na seção 5, os algoritmos de controle tem o desempenho analisado numa aplicação em protótipo; e, por fim, na seção 6, são apresentadas as conclusões do trabalho.

2 RMMAs: Predição, Controle e Supervisão

Um RMMA é caracterizado por sua cadeia mecânica articulada, em geral, com o primeiro elemento motorizado (*truck ou tractor*), cuja direção é controlada pelas rodas dianteiras e a tração, pelas rodas traseiras ou dianteiras, acoplado a elementos passivos articulados (*trailers*), sem motorização ou controle local, com ligação (*hitching*) *on-axle* ou *off-axle*. Apesar de outros tipos de arquiteturas de robôs móveis serem tratadas na literatura, a cadeia mecânica em questão é a mais geral, pois tem uma gama de aplicações diversificada, anteriormente citada. A Figura 1 mostra uma cadeia articulada genérica, ilustrando os ângulos da direção (γ) e de configuração ($\theta_1 \dots \theta_n$), os parâmetros geométricos da cadeia mecânica articulada, A_i e B_i , onde para $B_i \neq 0$, temos uma ligação *off-axle*.

A complexidade maior do controle de manobras e navegação de RMMAs está ligada aos movimentos à ré. Nessa situação, o sistema comporta-se como um pêndulo invertido múltiplo horizontal. Uma vez que os engates permitem a livre rotação, os ângulos entre os *trailers* (em um ou mais engates da composição) podem aumentar para valores inadequados evoluindo para uma situação de *jackknife* (engavetamento) [9]. Na representação de um RMMA, o vetor de configuração tem como componentes os sucessivos ângulos, θ_i , entre os respectivos elementos da cadeia mecânica articulada. A direção das rodas dianteiras é caracterizada pelo ângulo γ . Uma configuração crítica é tal que algum ângulo de configuração da cadeia aumenta para qualquer valor do ângulo de direção, em movimento à ré, e deve ser evitada para que não se atinja o *jackknife*.

Em navegação robótica, a caracterização das tarefas pode incluir restrições, obstáculos ou incertezas diversas. Todos estes aspectos podem ser levados em conta na formulação do problema de navegação no espaço de tarefas ou *task space*. Na automação flexível, visando uma maior generalidade das soluções, processos complexos ou serviços demandam que as ações de controle ou de predição sejam implementadas no espaço de configuração de cada máquina ou subsistema, de modo

desacoplado das ações definidas no espaço de tarefas. Deste modo, no nível de configuração, os problemas de controle ou predição teriam referências, critérios e soluções caracterizadas neste único espaço, evitando que o controlador opere implícitas inversões geométricas, o que pode conter singularidades. Essas premissas são válidas para robôs manipuladores e também para RMMAs. Essa transposição entre os espaços de tarefas e de configurações é denominada “Coordenação de Movimentos”. A coordenação de movimentos é estabelecida, juntamente com outras ações necessárias, num “Sistema Supervisório” de manobras e navegação. Assim, no nível de coordenação, as tarefas seriam transformadas em ações de referência para um nível inferior de controle ou predição no espaço de configurações. O nível de coordenação seria implementado através de modelos inversos geométricos e/ou cinemáticos, obtidos na presença de restrições, segundo critérios pré-definidos. Alguns autores propõem soluções diretamente no espaço de tarefas, porém carecem de generalidade. Por exemplo, [5] propõe uma solução diretamente no espaço de tarefas, contudo ela é muito restrita, pois é desenvolvida para uma configuração com somente um trailer e a validação é apresentada somente em simulação. Assim, o problema de controle deve ser formulado no espaço de configurações do robô. Essa estratégia global pode ser visualizada na Figura 2.

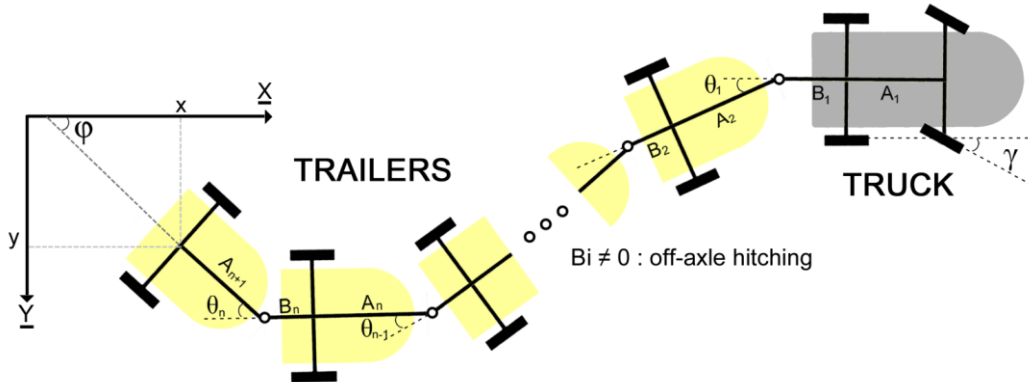


Figura 1 - Cadeia cinemática genérica de um RMMa

Observa-se que no supervisório, a coordenação de movimentos via modelos é necessária para o caso de manobras automáticas, onde as referências no espaço de tarefas são caracterizadas por um operador humano. De fato, o sistema supervisório pode ser construído segundo duas abordagens distintas: manobras assistidas e manobras automáticas. Na primeira delas, o sistema auxilia o usuário prevenindo o movimento para trás. Isto permite ao usuário saber qual será o comportamento dos ângulos das articulações, caso a composição se movimente para trás, a partir da configuração atual e de certa orientação das rodas dianteiras do *truck*. Este sistema tem a funcionalidade de um preditor [9]. Sob o ponto de vista teórico, um preditor é um modelo direto do robô articulado. Os preditores são necessários não só para operação assistida, mas também para servir de núcleo em simuladores na análise e síntese de estratégias de navegação e na geração e validação de controladores. Na outra abordagem, o sistema é responsável pela realização da manobra (Figura 2). Neste caso, o usuário informa a trajetória no espaço de tarefas e o sistema supervisório fornece para o controlador de configuração as referências adequadas neste nível.

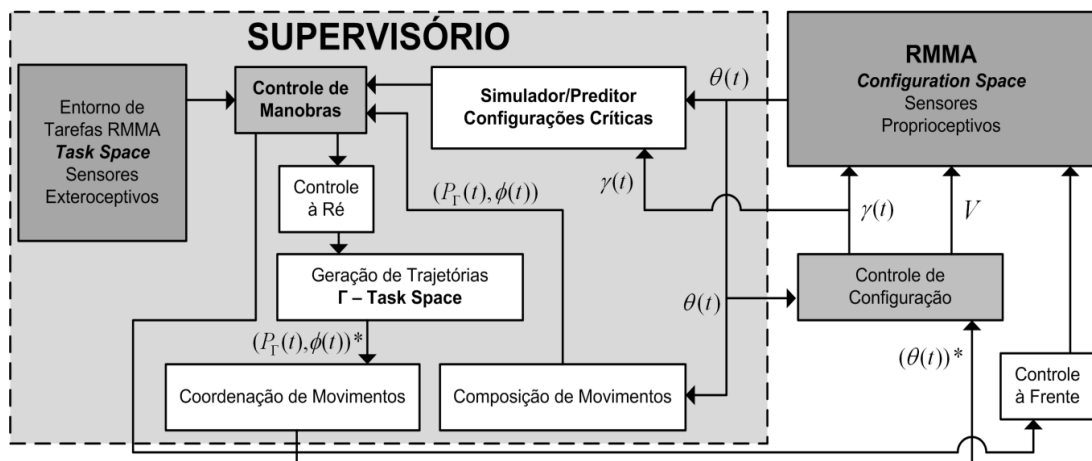


Figura 2 - Sistema de Supervisão e Controle de um RMMa

Na Figura 2 é explicitado um esquema básico de funcionamento de um sistema supervisório. Vemos que além da coordenação de movimentos, este deve implementar também um sistema de previsão de configurações críticas, para economia de movimentos em manobras. De fato, uma configuração crítica não é somente aquela em que algum ângulo de configuração atingiu o seu valor crítico, o que poderia ser detectado no nível mais baixo de controle. É também aquela para a qual o movimento para trás, para levar a cadeia articulada para uma configuração convexa de giro, a partir da qual ela possa ser controlada, faz com que algum ângulo de configuração atinja o seu valor crítico. Como foi apresentado em [9], é necessário, não somente, os modelos singulares de giro e dos ângulos críticos, para caracterizar uma configuração crítica, mas,

principalmente, de um bom simulador ou preditor. De fato, um sistema só pode ser controlado a partir de uma configuração de giro e no movimento efetuado para atingi-la, podemos cair numa configuração onde um dos ângulos atinge o seu valor crítico. Isso significa que alguma configuração intermediária, ou mesmo a de partida, já era uma configuração crítica. Ter um bom simulador em um nível supervisor permite detectar as configurações críticas e, feito isso, em vez de continuar o movimento para trás, paramos e movemos o robô à frente. Isso traz uma grande economia de movimentos desnecessários.

3 Modelos Analíticos

Nesta seção são explicitadas as equações analíticas dos movimentos à ré dos ângulos de configuração ($\theta_1, \theta_2 \dots \theta_n$), em função do ângulo de direção (γ), das rodas dianteiras e do módulo da velocidade das rodas traseiras $|V|$, no caso de tração traseira, ou do módulo da velocidade das rodas dianteiras $|V|$, no caso de tração dianteira, do elemento trator. A obtenção das equações foi feita via aproximação para pequenos movimentos de rotação e translação desacoplados, com velocidade constante no intervalo. São deduzidas as equações das derivadas dos ângulos de configuração. Essas expressões podem ser integradas para a implementação de preditores e simuladores analíticos de RMMAs. Os modelos apresentados foram validados em condições de operação real de um protótipo com 3 graus de liberdade e em particularização para modelos específicos apresentados na literatura.

Em [7] as equações de movimento para RMMAs foram deduzidas, segundo uma sistemática mais complexa, baseada na suposição de um único centro ou raio de giro da composição *truck-trailers*, com a cadeia articulada somente em configuração convexa (todas as variáveis de configuração com mesmo sinal), restrita à ligação *on-axle* entre o *truck* e o primeiro *trailer* e somente tração dianteira. O novo modelo, aqui proposto, de dedução mais simples e mais geral que o anterior, foi deduzido para ligações *on-axle* ou *off-axle*, com tração no *truck* dianteira ou traseira, para configurações convexas ou côncavas (nesse último, alguma variável de configuração possui sinal diferente das outras). Os dois modelos desprezam a maior parte dos efeitos dinâmicos e perturbações e são analiticamente equivalentes dentro das restrições do primeiro. O primeiro modelo foi utilizado em trabalhos anteriores como núcleo do simulador GMSARA [9], para desenvolvimento de estratégias de controle, para análise da navegação e para estabelecimento das restrições de ângulos críticos, em manobras de RMMAs. Este simulador também foi utilizado para estudar as diversas alternativas de modelagem *fuzzy*, inclusive técnicas de clusterização para o desenvolvimento, em simulação, de preditores *fuzzy*, para navegação e manobras assistidas de RMMAs. Nesse trabalho são apresentadas equações de movimento mais gerais, obtidos segundo uma sistemática original mais simples.

A partir das equações de movimento podemos obter os modelos das configurações singulares de giro e dos ângulos críticos, impondo a condição de derivadas nulas. Isso é, no giro, o ângulo de direção γ e os de configuração θ_i devem permanecer constantes durante o movimento. Nos itens abaixo são apresentados os diversos modelos. Nas equações, os parâmetros geométricos longitudinais do i -ésimo elemento da cadeia do RMMA, A_i e B_i , ilustrados na Figura 1, são definidos por: A_1 é a distância entre eixos do *truck*; A_i ($i > 1$) é a distância do ponto de engate dianteiro ao eixo; e B_i é a distância do ponto de engate traseiro ao eixo.

3.1 Modelo Contínuo no Espaço de Configuração

A equação (1) explicita as derivadas dos ângulos de configuração $\theta_2(t)$ a $\theta_n(t)$, para $r = 1, 2, \dots, n-1$.

$$\frac{d\theta_{r+1}(t)}{dt} = \vartheta_r(t) \left[\left(1 + \frac{B_{r+1}}{A_{r+2}} \cos(\theta_{r+1}(t)) \right) \frac{\sin(-\theta_r(t))}{A_{r+1}} + \frac{\cos(\theta_r(t)) \cdot \sin(\theta_{r+1}(t))}{A_{r+2}} \right] \quad (1)$$

Na equação (1), para $r = 2, n-1$:

$$\vartheta_r(t) = \vartheta_{r-1}(t) \cos \theta_{r-1}(t)$$

Para $r=1$:

$$\vartheta_1(t) = |V| \cos \gamma(t), \text{ para tração dianteira e } \vartheta_1(t) = |V|, \text{ para tração traseira. } V \text{ é a velocidade de tração.}$$

A equação (2) explicita a derivada do ângulo de configuração $\theta_1(t)$, para tração dianteira no truck.

$$\frac{d\theta_1(t)}{dt} = |V(t)| \left[\left(1 + \frac{B_1}{A_2} \cos(\theta_1(t)) \right) \frac{\sin(\gamma(t))}{A_1} + \frac{\cos(\gamma(t)) \cdot \sin(\theta_1(t))}{A_2} \right] \quad (2)$$

A equação (3) explicita a derivada do ângulo de configuração $\theta_1(t)$, para tração traseira no truck.

$$\frac{d\theta_1(t)}{dt} = |V(t)| \left[\left(1 + \frac{B_1}{A_2} \cos(\theta_1(t)) \right) \frac{\sin(\gamma(t)) \cos(\gamma(t))}{A_1} + \frac{\sin(\theta_1(t))}{A_2} \right] \quad (3)$$

3.2 Modelos no Espaço de Tarefas

Considere φ , como na Figura 1, sendo o ângulo que o eixo longitudinal do último trailer, orientado do seu centro de giro (interseção do eixo longitudinal com o eixo transversal das rodas) para o seu ponto de engate com o penúltimo trailer, faz com o eixo X , de um referencial inercial no plano (X,Y) . Considere (x,y) como as coordenadas do centro de giro do último trailer, no referencial (X,Y) . Essas variáveis são mostradas na Figura 1. Neste caso o modelo analítico das derivadas dessas variáveis é expresso nas equações que se seguem, segundo formulação contínua ou discreta, onde T é o período de amostragem e V^k a velocidade de tração.

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \vartheta_n(t) \frac{\sin(\theta_n(t))}{A_{n+1}} \quad (4)$$

$$\varphi^{k+1} = \varphi^k + T \cdot \vartheta_n^k \frac{\sin(\theta_n^k)}{A_{n+1}} \quad (7)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\vartheta_n(t) \cos(\theta_n(t)) \cos(\varphi(t)) \quad (5)$$

$$x^{k+1} = x^k + T \cdot \vartheta_n^k \frac{\cos(\theta_n^k) \cos(\varphi^k)}{A_{n+1}} \quad (8)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\vartheta_n(t) \cos(\theta_n(t)) \sin(\varphi(t)) \quad (6)$$

$$y^{k+1} = y^k + T \cdot \vartheta_n^k \frac{\cos(\theta_n^k) \sin(\varphi^k)}{A_{n+1}} \quad (9)$$

Sendo,

$$\vartheta_n(t) = \vartheta_{n-1}(t) \cos(\theta_{n-1}(t)),$$

Com $\vartheta_{n-1}(t)$ definido na equação (1)

Sendo,

$$\vartheta_n^k = \vartheta_{n-1}^k \cos(\theta_{n-1}^k),$$

Com ϑ_{n-1}^k definido de modo similar a $\vartheta_{n-1}(t)$

3.3 Modelo dos Ângulos de Giro

As condições singulares para as equações (1),(2) e (3) correspondem às situações de equilíbrio instável no movimento à ré, onde a cadeia mecânica está em giro ou alinhada. O giro se dá segundo configurações convexas e constantes, para um valor do ângulo de direção também constante. Uma configuração convexa é tal que todos os ângulos de configuração têm o mesmo sinal. A expressão analítica das singularidades é extremamente importante para o desenvolvimento de diversas estratégias de controle e predição. Os correspondentes ângulos constantes de giro, para um valor requerido do último ângulo de configuração, que é o ângulo entre os dois últimos trailers, podem ser calculados recursivamente, no sentido inverso da cadeia articulada, segundo as expressões abaixo, onde “ n ” é a dimensão do vetor configuração. A expressão (10) fornece θ_r em função de θ_{r+1} , para $r = 1 \dots n-1$. Para calcular o ângulo da direção do truck, considerando tração dianteira, é utilizada a expressão (11). Para calcular o ângulo da direção do truck, considerando tração traseira, é utilizada a expressão (12).

$$\theta_r = \left| \tan^{-1} \left(\frac{A_{r+1} \sin(\theta_{r+1})}{A_{r+2} + B_{r+1} \cos(\theta_{r+1})} \right) \right| \text{sgn}(\theta_{r+1}) \quad (10)$$

$$\gamma = \left| \tan^{-1} \left(\frac{A_1 \sin(\theta_1)}{A_2 + B_1 \cos(\theta_1)} \right) \right| \text{sgn}(-\theta_1) \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \left| \sin^{-1} \left(\frac{2A_1 \sin(\theta_1)}{A_2 + B_1 \cos(\theta_1)} \right) \right| \text{sgn}(-\theta_1) \quad (12)$$

3.4 Modelo dos Ângulos Críticos

Os ângulos críticos são essenciais para a predição das configurações críticas. Para um dado RMMA, os ângulos críticos dependem basicamente dos parâmetros geométricos da cadeia mecânica articulada e dos limites físicos do ângulo da direção. Os correspondentes ângulos críticos, para um valor limite dado do ângulo de direção, podem ser calculados recursivamente, no sentido direto da cadeia articulada, segundo as expressões seguintes, onde n é a dimensão do vetor configuração.

Para obtenção dos ângulos críticos a partir das equações (1) a (3), considera-se a derivada nula ou ângulos invariantes no movimento. As restrições decorrentes podem ser reduzidas a uma equação similar a $\sin X + B \cos X = 1$, cuja solução é:

$$X = \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) - \sin^{-1} \left(\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) \quad (13)$$

Para a obtenção de θ_{r+1} em função de θ_r , faz-se na equação (13):

$$\text{para } (\mathbf{r} = 2, \dots, \mathbf{n}) \begin{cases} X = \theta_{r+1} \\ A = \frac{A_{r+1}}{A_{r+2} \tan(\theta_r)} \\ B = -\frac{B_{r+1}}{A_{r+2}} \end{cases} \quad (14)$$

A obtenção de θ_1 em função de γ depende da tração no truck, o que em geral é desconsiderado na literatura, assim, faz-se na equação (13):

$$\begin{cases} X = \theta_1 \\ B = -\frac{B_1}{A_2} \end{cases} \quad (15) \quad \begin{cases} A = -\frac{A_1}{A_2 \tan(\gamma)} , \text{ tração dianteira} \\ A = -\frac{A_1}{A_2 \sin(\gamma) \cos(\gamma)} , \text{ tração traseira} \end{cases} \quad (16)$$

O sinal negativo é devido à convenção adotada para os ângulos. Utilizando a equação (16), como A é elevado ao quadrado, o resultado é o mesmo para γ positivo ou negativo. Assim, é necessário impor sempre o sinal dos ângulos de configuração críticos simétricos. Observa-se que também no giro o ângulo da direção tem sinal contrário aos de configuração.

4 Controle Fuzzy CGPR e Feedforward Não Linear Proposto

São apresentados em seguida, respectivamente nas Figuras 3 e 4, os esquemas de dois controladores cujo desenvolvimento foi baseado nas condições singulares de giro. Esses controladores foram desenvolvidos no espaço de configurações. Por restrições de espaço, não são apresentadas análises formais e características detalhadas dos algoritmos de controle. Mais detalhes são apresentados em [14] e [15].

O Controle no Giro por Propagação de Referência, CGPR, mostrado na Figura 3, possui origem na formulação matemática do ângulo de giro. Ele foi proposto em [12] e teve o seu desenvolvimento baseados nas premissas: ter bom poder de generalização, possuir base de regras compactas e apresentar boa precisão comparativa.

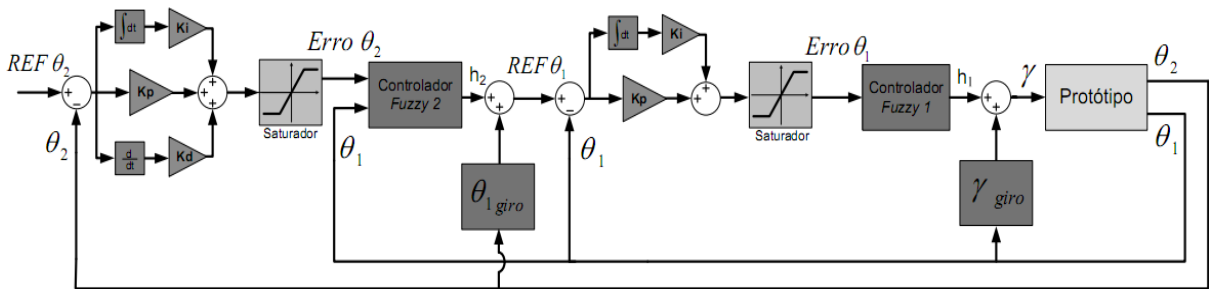


Figura 3 - Controle no Giro por Propagação de Referência - CGPR

Fazendo uma análise do Controlador CGPR pode-se perceber a existência de um controlador PID para a última articulação e um controlador PI para o primeiro trailer. As variáveis de giro atuam separadamente em cada articulação além dos controladores *fuzzy* únicos para cada trailer.

O controle *feedforward* não linear tem uma estrutura mais simples e é baseado na ideia que um RMMA só pode ser efetivamente controlado a partir de uma configuração de giro e a intenção original foi a de obter um algoritmo que levasse o sistema de uma configuração qualquer, côncava ou convexa, para uma configuração de giro e, a partir daí, comutar para outro algoritmo que otimizasse o controle na manutenção do giro e na transição entre giros.

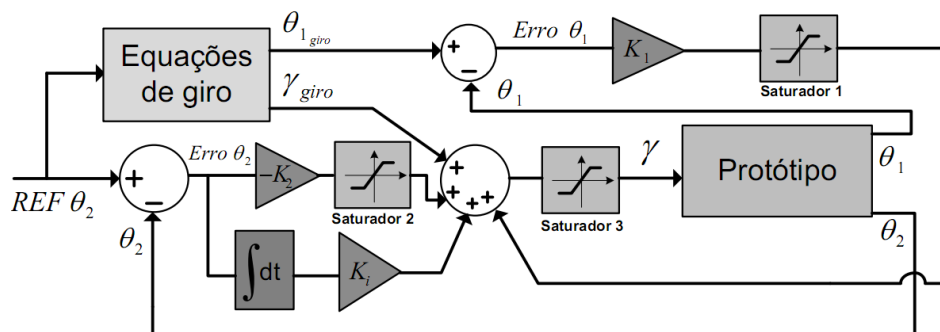


Figura 4 - Controle Feedforward Não Linear

Analisando a Figura 4 pode-se perceber que toda a ação de controle é baseada nas equações de giro. Um controle Proporcional foi inserido em cada articulação, além de uma contribuição integradora no último trailer, visando anular o erro cometido na execução das manobras. Os ganhos k_1 e k_2 têm sinais invertidos devido à dinâmica dos movimentos entre duas articulações consecutivas, pois um aumento de θ_1 tende a provocar uma diminuição de θ_2 . Por falta de espaço deixamos a análise detalhada deste algoritmo para trabalhos futuros.

5 Resultados Experimentais

Essa seção apresenta alguns resultados experimentais em movimentos reais de um protótipo, mostrado na Figura 5, de um truck com dois trailers. Esse protótipo é descrito em [14]. Os resultados mostram a importância dos modelos de giro no estabelecimento de controladores, em particular para uma nova proposta *Feedforward*, que apresentou, nos ensaios mostrados abaixo, um desempenho global ligeiramente melhor que o da solução *fuzzy*, de implementação mais complexa.

No Controle no Giro por Propagação de Referência (CGPR), Os ganhos definidos para o PID foram: $k_p = 1$, $k_d = 0.5$ e $k_i = 0.025$ e para o PI foram: $k_p = 1$ e $k_i = 0.1$. Os Saturadores tiveram seus valores fixados em 70.

No Controle *Feedforward* não linear os valores dos ganhos são: $k_1 = 10$, $k_2 = 10$, $k_i = 0.005$. Os Saturadores 1 e 2 foram fixados em 150, e o Saturador 3 em 20.



Figura 5 - Protótipo truck-trailer-trailer

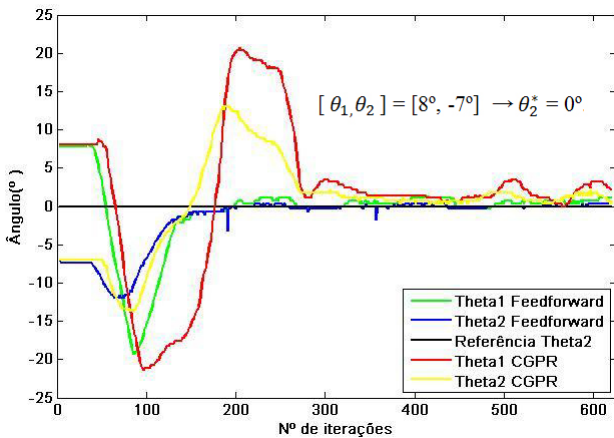


Figura 6 - Configuração côncava para alinhada

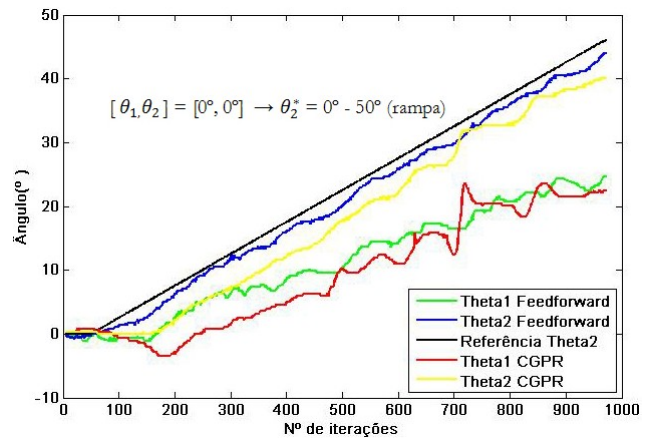


Figura 7 - Transição no giro: entrada em rampa

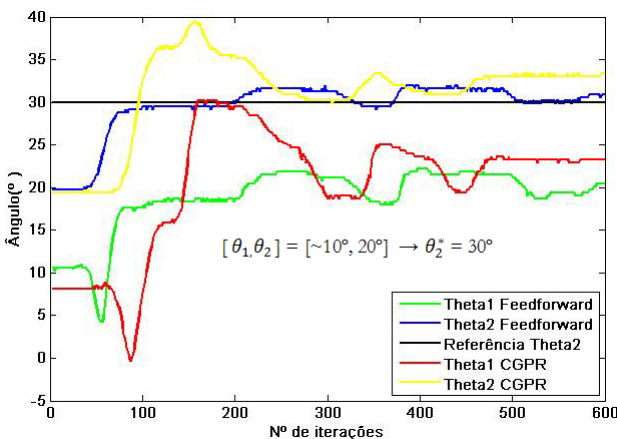


Figura 8 - Configuração convexa para giro em 30°

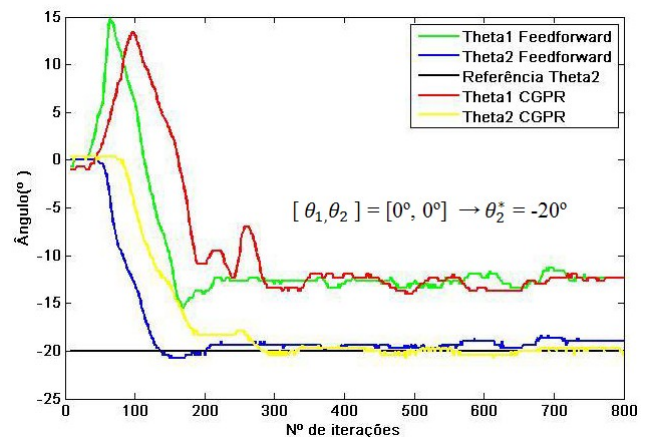


Figura 9 - Configuração alinhada para giro em -20°

Diversos ensaios foram efetuados com estes dois controladores em [15]. Análises envolvendo essas e outras estruturas de controle são apresentadas em [14] e [15]. Como síntese, pode-se ver, nas Figuras 6 a 9, que, em termos de funcionamento global os controladores em questão são qualitativamente equivalentes, mas a solução *feedforward* apresentou melhor comportamento estacionário, mais rapidez na resposta e menor oscilação no transitório. Isso resulta à priori num interesse maior para a solução *feedforward*, por ser essa de implementação mais simples. Contudo a solução *fuzzy* não pode ser descartada em aplicações com maior número de trailers porque as questões de generalização ainda não foram estabelecidas para o *feedforward*. Além dos aspectos citados, diferenças como as explicitadas talvez possam ser resolvidas com ajustes finos de ganhos, o que deve ser explorado em trabalhos futuros, entre outros aspectos.

6 Conclusão

São apresentadas nesse trabalho as equações gerais de movimento à ré de robôs móveis multiarticulados e os respectivos modelos singulares dos ângulos de giro e ângulos críticos. São discutidos os aspectos do uso destes modelos em aplicações de navegação e controle de manobras, em particular na implementação de preditores de configurações críticas em um nível de controle supervisão. Esses modelos não são apresentados na literatura para o caso geral, somente para casos específicos e simples. Estes modelos podem servir como ponto de partida para inúmeras pesquisas na área, daí a importância em explicitá-los. É apresentada uma estrutura inédita de controle *feedforward*, que apesar de muito simples é equivalente e em muitos casos melhor que outras estratégias mais complexas da literatura especializada. A continuação deste trabalho dar-se-á na análise dos aspectos formais do algoritmo *feedforward* e no desenvolvimento das soluções *fuzzy*, que tem comprovada generalidade e demandam melhorias no desempenho.

7 Referências

- [1] Ferreira, E. P.; Miranda, V. M.; Development of Static Neural Networks as Full Predictors or Controllers for Multi-Articulated Mobile Robots in Backward Movements – New Models and Tools. Submitted to **9th IEEE International Conference on Control & Automation**. Santiago, Chile (2011)
- [2] Riid A.; Ketola J.; Rüstern E., Fuzzy Knowledge-Based Control for Backing Multi-Trailer Systems. **IEEE Intelligent Vehicles Symposium**, Istanbul, Turkey (2007).
- [3] Yang X.; Yuan J.; Yu F., Backing Up a Truck and Trailer Using Variable Universe Based Fuzzy Controller. **Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation**. Luoyang, China (2006)
- [4] Halgamuge S. K.; Runkler T. A.; Glesner M., A Hierarchical Hybrid Fuzzy Controller for Realtime Reverse Driving Support of Vehicles with Long Trailers. **Proceedings of the Third IEEE Conference on Fuzzy Systems, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence**. Orlando, Florida, USA (1994).
- [5] Petrov P., Nonlinear backward tracking control of an articulated mobile robot with off-axle hitching, **ISPRA'10 Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Signal Processing, Robotics and Automation**, (2010).
- [6] Pradalier C.; Usher K., A simple and efficient control scheme to reverse a tractor-trailer system on a trajectory. **IEEE International Conference on Robotics and Automation Roma, Italy** (2007).
- [7] Ferreira, E.P.; Kulitz H.; Silva, E. B.; Pinheiro, M., Modeling and simulating backward of multiarticulated mobile robots or vehicles, **Fifth World Congress on Computational Mechanics, Viena - Austria**, (2002).
- [8] Matsushita K.; Murakami T., Nonholonomic Equivalent Disturbance Based Backward Motion Control of Tractor-Trailer with Virtual Steering. **31st Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society – IECON2005**. Raleigh, North Carolina, USA (2005).
- [9] Ferreira, E. P.; Kulitz, H.R.; Silva, E. B.; Pinheiro, M., Modelling and Simulating Movements of Multi-Articulated Mobile Robots or Vehicles - Analytical and Fuzzy Approach, **Chapter of the book: Computational Mechanics in Vehicle Systems Dynamics**. Ed. Londres: **Taylor & Francis Group plc**, (2004), v.40, 51 – 70.
- [10] Demcenko A., Tamosiunaite M., Vidugiriene A., Saudargiene A., Vehicle's steering signal predictions using neural networks, **IEEE Intelligent Vehicles Symposium**. Eindhoven, Netherlands (2008).
- [11] Ferreira, E.P.; Lamego, M. M.; Widrow, B., Neurointerfaces for semi-autonomous object moving systems, **In: Proceedings of the 14th World IFAC Congress**. Beijing, China: Elsevier Science Ltd, Oxford, UK. K, (1999), pp 155 – 160.
- [12] Ferreira, E. P.; Pandolfi, F.; Reinan, T., Controlador Fuzzy em Cascata no Angulo de Giro por Propagação de Referência de Robôs Móveis Multiarticulados, **IX INDUSCON - 9th IEEE/IAS International Conference. on Industry Applications**. São Paulo, Brasil (2010).
- [13] Ferreira, E. P.; Pandolfi, F.; Reinan, T., Modelagem Fuzzy de Robôs Móveis Multiarticulados em Manobras Complexas Com Atraso: Uma Nova Sistemática Para a Descrição de Movimentos e Controladores. **XVIII Congresso Brasileiro de Automática**. Bonito, Mato Grosso do Sul, Brasil (2010).
- [14] Pandolfi, F., Modelagem e Controle de Robôs Móveis Multiarticulados no Espaço de Configurações – Soluções Não-lineares e Fuzzy. **Dissertação de Mestrado**, PPGEE/ CT / UFES, Vitória, ES (2011).
- [15] Bertolani, D.N.; Robôs Móveis Multiarticulados – Proposta de Algoritmo Feedforward Não-linear e Validação Comparativa com Soluções Fuzzy em Protótipo Real. **Monografia de fim de curso em Engenharia de Computação**, CT/UFES, Vitória, ES (2011).