

# FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO INVERSA AMOSTRAL PARA IDENTIFICAR A ORDEM DE UM MODELO DE SÉRIES TEMPORAIS FUZZY

**José Gracildo de Carvalho Júnior; Carlos Tavares da Costa Junior; Orlando Fonseca Silva**

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, UFPA, 66075-110, Belém, PA, Brasil.

gracildo@ufpa.br, cartav@ufpa.br, orfosi@ufpa.br

**João Caldas do Lago Neto**

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, UFPA, 66075-110, Belém, PA, Brasil.

Grupo de Otimização e Sistemas Fuzzy, UFAM, Minicampus, No. 3000, 69.077-000, Manaus, Amazonas, Brasil.

jcaldas@ufam.edu.br

**Resumo** – A Função de Autocorrelação Inversa Amostral tem um excelente desempenho, quanto à identificação da ordem de um modelo de Séries Temporais a partir das estimativas das correlações e covariâncias inversas dos dados, sobre tudo, esta função determina modelos Autoregressivos Sazonais e subconjuntos de maneira mais eficiente que a Função de Autocorrelação Parcial Amostral, além de indicar se os dados são provenientes de um modelo não estacionário ou quase não estacionário. Através do calculo da Função de Autocorrelação Inversa Amostral, para os conjuntos de dados *Fuzzy* apresentados por [6], se fez à opção pela ordem ideal do modelo de Séries Temporais *Fuzzy* a ser adotado. Obteve-se ainda, uma medida de dependência entre os conjuntos de dados *Fuzzy*, mediante a média dos valores da Função de Autocorrelação Inversa Amostral Conjunta calculada para diferentes conjuntos de dados.

**Palavras-chave** – Função de Autocorrelação Inversa Amostral *Fuzzy*, Construção de Modelos de Séries Temporais *Fuzzy*.

## 1. INTRODUÇÃO

Quando se utiliza a metodologia de Séries Temporais para a análise, interpretação e previsão de dados, a grande questão é identificar de maneira significativa o modelo que capture as variações e características das observações. Neste sentido, a identificação do modelo de Séries Temporais passa pela determinação de seus parâmetros, que no caso de séries não estacionarias (tendência crescente ou decrescente das observações com o passar do tempo), se tem um modelo Auto Regressivo Integrado de Médias Moveis (ARIMA), com os parâmetros  $p$ ,  $d$  e  $q$ , para os quais se devem obter estimativas preliminares, onde o parâmetro  $p$  representa o componente Auto Regressivo (AR); o parâmetro  $d$  o numero de diferenças na série necessárias para tornar a mesma estacionária, ou seja, livre de tendência; e o parâmetro  $q$  representa o componente de médias moveis (MA) a ser admitida no modelo.

Dentre os procedimentos de identificação dos modelos de Séries Temporais tem-se:

1. Avaliar a possível necessidade de transformação da série original, com o intuito de estabilizar a variância, ou seja, tornar os dados mais simétricos em relação ao que se apresentavam anteriormente, se aproximando desta forma de uma distribuição de probabilidade Normal.
2. Aplicar uma ou mais diferenças na série original, para assim torná-la estacionária implicando com isto, em reduzir um processo ARIMA para um ARMA (Auto Regressivo de Médias Móveis), logo com um numero menor de parâmetros ( $p$  e  $q$  somente) a serem estimados, o que satisfaz de maneira eficiente o critério da parcimônia, ou seja, um modelo mais simples possível para se representar o comportamento dos dados.
3. Através da análise da Função de Autocorrelação Amostral e Função de Autocorrelação Parcial as quais são estimadas para identificar o processo ARMA( $p$ ,  $q$ ), se deve obter funções que precisam demonstrar comportamentos similares a de suas respectivas quantidades teóricas.

A escolha da ferramenta adequada a partir de um modelo de previsão, tal como, o proposto pela metodologia desenvolvida por *Box e Jenkins* para capturar toda a variabilidade inerente aos dados mediante um modelo ARIMA, consiste em uma tomada de decisão correta com vistas a obter êxito em um planejamento operacional de qualquer sistema que se esteja monitorando, além de gerar previsões consistentes e com a capacidade de antecipação a cenários futuros.

Com vistas ao desenvolvimento de ferramentas capazes de monitorar processos de maneira cada vez mais precisas e menos suscetíveis as variações inerentes aos dados observados, sem consequentemente desconsiderar as características particulares de cada variável abordada nos fenômenos em análise, *Lotfi Zadeh* propôs a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*, a qual se caracteriza por uma abrangência teórica a partir de métodos matemáticos mediante a implementação de critérios subjetivos [14]. Esta teoria

desenvolvida gera uma análise investigativa e Eficaz quando combinada com os limites alcançados pelos preceitos das Séries Temporais, originando assim uma ferramenta *Híbrida* que aborda duas técnicas simultaneamente, o método clássico de previsão através de Séries Temporais e a Teoria *Fuzzy*, como pode ser observado em [7], [9] e [11]. Neste sentido, [8] apresenta como proposta de previsão para uma série de dados históricos, uma determinada série que sofre uma abordagem através de Equações Relacionais *Fuzzy*, para com isto ter informação suficiente capaz de determinar e avaliar os Modelos de Séries Temporais *Fuzzy*. Em contra partida, [11] propõe um modelo de previsão através do Método de Regressão Linear *Fuzzy*, com o intuito de *Fuzzificar* os parâmetros obtidos *Crisp* do modelo SARIMA (Sazonal Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis), o que suscita um modelo de previsão Sazonal Auto Regressivo de Médias Móveis *Fuzzy* (SARIMA *Fuzzy*).

## 2. DEFINIÇÕES IMPORTANTES

### 2.1. Função de Autocorrelação Amostral e Função Autocorrelação Parcial Amostral

Segundo [1] para os modelos Auto Regressivos informações adicionais sobre a ordem dos mesmos podem ser obtidas pelo exame da Função Autocorrelação Parcial Amostral (FACPA). A FACPA pode ser usada para identificar a ordem de um processo AR( $p$ ). A Função de Autocorrelação Amostral (FACA) de um processo MA(1) se comporta, tal como, a FACPA do processo AR(1), com um corte na primeira defasagem. A FACPA do processo MA(1) decai *Exponencialmente*, exatamente como a FACA do processo AR(1). A dualidade entre os processos MA e AR se reproduz nas “assinaturas” reveladas nas FACA e FACPA.

Dado  $\phi_{kj}$  o  $j$ -ésimo coeficiente de um processo AR( $k$ ), sob a forma  $\phi_{kk}$ , se pode comprovar a relação abaixo,

$$\rho_j = \phi_{k1} \times \rho_{j-1} + \phi_{k2} \times \rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \times \rho_{j-k}, \quad (1)$$

onde,  $j = 1; 2; \dots; k$ .

Resolvendo as equações de Yule-Walker, através de um produto matricial entre a matriz de correlações e o vetor de parâmetros da FACPA, se obtém o vetor de Auto Correlações e consequentemente origina a FACPA, tal como, descrito pela Equação (2) a seguir,

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k^*}{\rho_k} \quad (2)$$

onde,  $\rho_k$  representa a matriz de correlações,  $\rho_k^*$  caracteriza a matriz de correlações  $\rho_k$ , com a última coluna substituída pelo vetor de Auto Correlações.

A FACPA  $\phi_{kk}$  se equivale à correlação parcial entre  $Z_t$  e  $Z_{t-k}$ , eliminados os efeitos intermediários (influência) de  $Z_{t-1}; \dots; Z_{t-k+1}$ .

### 2.2. Formas de Identificação dos Processos

- (a) FACA decai Exponencialmente, o que representa um indício de que o processo seja um AR. Nesse caso, a FACPA ajuda a determinar a ordem do processo.
- (b) FACA apresenta um corte abrupto (Íngreme) depois de poucas defasagens, o que caracteriza um processo MA. Isso se confirma se consequentemente a FACPA decai Exponencialmente.

### 2.3. Significância Estatística da FACA e FACPA.

Só se dispõe de estimativas amostrais da FACA e FACPA, que são variáveis aleatórias. Deve-se então efetuar um teste de significância para grandes amostras, assim pode-se mostrar que, sob a hipótese nula de um ruído branco, se tem

$$\text{FACA} : r_k \approx N \left( 0; \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{e} \quad \text{FACPA} : \hat{\phi}_{kk} \approx N \left( 0; \frac{1}{\sqrt{n}} \right). \quad (3)$$

O Intervalo de Confiança com aproximadamente 95% para uma FACA ou FACPA, é dado por:  $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$ , Se  $r_k$  ou  $\hat{\phi}_{kk}$  estiver fora desse intervalo, é uma indicação de que o processo é um MA ou AR. Neste sentido, As principais ferramentas utilizadas na identificação e especificação de um modelo linear são a Função de Auto Correlação Amostral e Função de Auto Correlação Parcial Amostral .

Se uma Série Temporal apresenta um par “FACA e FACPA”, com comportamento similar à de um processo estocástico teórico, então esse processo se torna candidato natural para modelar a série. As mesmas duas funções FACA e FACPA são utilizadas sobre a série de resíduos do modelo estimado para se verificar se restaram informações. Caso haja sobras, o modelo não está bem especificado.

## 2.4. Função de Autocorrelação Inversa Amostral

A Função de Autocorrelação Inversa Amostral (FACIA) foi desenvolvida por *Cleveland* no ano de 1972, ver [3], como uma forma normalizada da transformada de *Fourier* e como forma recíproca da função densidade espectral. Portanto, a FACIA considera um processo de parâmetro  $\{X\}$  discreto, cuja função densidade espectral  $h(w)$ , existe para todo  $w$  e é tal que  $h(w) > 0$ , para todo  $w$ , e  $\{h(w)\}^{-1}$  admite uma expansão em série de *Fourier*. A Auto Covariância Inversa de lag  $r$ ,  $Ri(r)$ , é então definida como o  $r$ -ésimo coeficiente de *Fourier*  $\frac{1}{4\pi^2} \{h(w)\}^{-1}$ , ou seja,

$$\frac{1}{4\pi^2} \times \{h(w)\}^{-1} = \frac{1}{2\pi} \times \sum_{r=-\infty}^{\infty} Ri(r) \times e^{-iwr}, \quad (4)$$

de maneira que pela inversão da fórmula padrão,

$$Ri(r) = \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\pi}^{\pi} \{h(w)\}^{-1} \times e^{iwr} dw, \quad (5)$$

onde,  $r = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

A FACIA ( $\rho_i(r)$ ), se define por

$$\rho_i(r) = \frac{Ri(r)}{Ri(0)}, \quad (6)$$

onde,  $r = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

A motivação para a introdução das funções  $Ri(r)$ ,  $\rho_i(r)$ , é que em certo sentido, elas possuem as propriedades “Dual” de  $Ri(r)$  e  $\rho_i(r)$ .

Em particular, se  $X_t$  obedece a um modelo  $AR(k)$  puro, então  $Ri(r)$  se comporta exatamente, tal como, a FACA de um modelo  $MA(k)$  puro, isto é,  $Ri(r)$  deve ser zero para todos os lags maiores do que  $k$ . Porém, se  $X_t$  obedece a um modelo  $MA(s)$  puro então  $Ri(r)$  se comporta, tal como, a FACA de um modelo  $AR(s)$  puro, e conseqüentemente decai gradativamente para zero segundo [3].

## 2.5. Características Para o “Bom Ajuste” de Um Modelo ARIMA

As características desejáveis de um modelo ARIMA incluem as seguintes condições:

- (1) Um modelo com o menor numero de coeficientes possíveis;
- (2) O modelo ser estacionário, ou seja, livre de tendência;
- (3) O modelo ser inversível;
- (4) Estimativas dos coeficientes do modelo de alta qualidade:
  - (4.1) O módulo do instante  $t$ , para cada estimativa do coeficiente, é maior ou igual a 2;
  - (4.2) Não existe “alta” correlação entre os coeficientes e as estimativas.
- (5) Os resíduos não são correlacionados.

A FACIA de um modelo  $ARMA(p, q)$  é definida como a FACA do modelo  $ARMA(q, p)$ . É obtida pela troca dos operadores de Médias Móveis e Auto Regressivo. Por exemplo, a Auto Correlação Inversa de,

$$AR(1): (1 - 0,8B) Y_t = a_t, \quad (7)$$

onde,  $Y_t = a_t + 0,8 Y_{t-1}$ , se defini como a Auto Correlação de

$$Y_t = a_t - 0,8 a_{t-1}. \quad (8)$$

## 2.6. Series Temporais Fuzzy

Um modelo de Series Temporais Fuzzy foi apresentado por [12] e [10]. Além disso, [7] descreve o que representa um modelo Auto Regressivo de primeira ordem, o qual assume a caracterização dada pela Equação (9) abaixo,

$$Z(t+1) = R(t+1; t) \circ Z(t) \quad (9)$$

onde,  $Z(t)$  e  $Z(t+1)$  representam os valores observados de uma Serie Temporal Fuzzy  $\{Z(t)\}$ , no instante  $t$  e  $t+1$ , respectivamente, no entanto, estes valores observados  $Z(t)$  e  $Z(t+1)$  caracterizam conjuntos Fuzzy, os quais são determinados a partir de

um *Universo de Discurso*,  $R(t + 1; t)$  define a relação *Fuzzy* utilizada e “o” indica o operador “Max - Mím” ou outro operador expressivo utilizado. De maneira generalizada, se pode representar a Equação (9), da seguinte forma,

$$Z(t + 1) = R(t + 1; t) \circ Z(t) \cup R(t; t - 1) \circ Z(t - 1) \cup \dots \cup R(t - k + 1; t - k) \circ Z(t - k), \quad (10)$$

onde,  $\cup$  representa o operador união e  $k > 1$  é um inteiro, tal como, visto em [13]. Segundo, [2] desde os primeiros modelos de séries temporais propostos por [7]- [9], com base nos trabalhos de [14]- [17], numerosos estudos têm sido realizados para melhorar a precisão das previsões e reduzir a sobrecarga computacional.

É possível estabelecer segundo [7], algumas etapas para descrever a construção de um modelo de séries temporais *Fuzzy*, sob a forma:  $F(t) = F(t - 1) \circ R(t, t - 1)$ , que pode ser considerado como um procedimento inicial. As etapas são descritas como: (I) Definir o universo de discurso  $U$  no qual os dados históricos estão compreendidos e em quais conjuntos *Fuzzy* os mesmos serão definidos, (II) Particionar o universo  $U$  em vários intervalos de mesmo comprimento, (III) Definir os conjuntos *Fuzzy* sobre o universo  $U$ , (IV) *Fuzzificar* os dados históricos, (V) Determinar as relações *Fuzzy*, (VI) Obter os resultados das previsões e (VII) Interpretar os resultados obtidos.

### 3. RESULTADOS

Segundo [5], a Função de Autocorrelação Amostral e Função de Autocorrelação Parcial Amostral só devem ser aplicadas à séries estacionárias. Porém, os dados utilizados por [6], não satisfazem esta condição, pois como se observa através da Figura 1a, os dados *Defuzzificados* apresentam problemas quanto ao Nível e Tendência, o que resulta em uma forma de escada da série utilizada. Para [6] o fato da série dos dados *Defuzzificados* ser não estacionária, se caracteriza como irrelevante para o processo o que justifica a aplicação da FACA, e capacita desta forma a mesma para determinar a ordem do modelo de Séries Temporais *Fuzzy* de maneira significativa. [4] propõe um modelo heurístico de ordem “ $n$ ” de uma série temporal *Fuzzy* para qual adota “ $n$ ” diferenças nas observações e as toma como informação heurística para melhorar ainda mais a precisão das previsões do modelo de séries temporais *Fuzzy*. Como a FACA aplicada aos dados *Defuzzificados* de [6], não satisfaz a condição de estacionariedade estabelecida por [5], se procedeu com à aplicação de uma diferença na série dos dados *Defuzzificados* com o intuito de tornar a serie livre de tendência e posteriormente poder aplicar a FACIA, tal como, se apresenta na Figura 1b, a seguir.

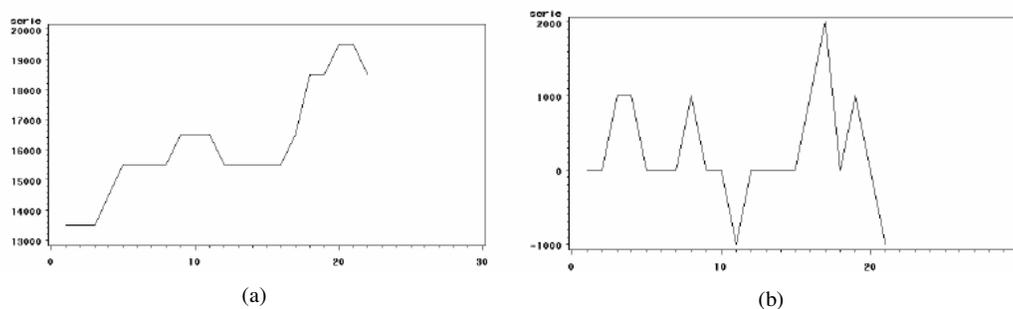


Figura 1: (a) Série Temporal dos Dados *Defuzzificados* de [6] e (b) Série Temporal dos Dados *Defuzzificados* de [6] com 1 Diferença.

Após se obter uma série estacionária com o auxílio de uma diferença nos dados *Defuzzificados* de [6], segundo [5] é possível se determinar a Função de Autocorrelação dos dados. Na Tabela 1, a seguir verifica-se os valores da FACA, FACPA e FACIA, respectivamente. As Figuras 2a, 2b e 3 mostram a FACA, FACPA e FACIA, respectivamente para os dados *Defuzzificados* de [6] diferenciados em 1 lag, já que os mesmos caracterizam uma série não estacionária, motivo o qual implicou na diferenciação da série original para que fosse possível a utilização da Função de Autocorrelação. Para a Figura 2a e Figura 2b, FACA e FACPA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* com 1 diferença na série, respectivamente, não se observa nenhum lag significativo, o que implica em um modelo de Séries Temporais *Fuzzy* sem a componente de integração, ou seja, o processo anteriormente Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis, após a aplicação de uma diferença a série original foi reduzido à Auto Regressivo de Médias Móveis, resultado o qual difere do obtido por [6] em virtude do mesmo ter trabalhado com a série original sem transformação dos dados e consequentemente obtendo uma Função de Autocorrelação Amostral com a tendência crescente dos dados que é observada na Figura 1a implícita no resultado final processo.

Tabela 1: FACA, FACPA e FACIA dos Dados de [6] Com Uma Diferença.

k	FACA	FACPA	FACIA
1	0,15442	0,15442	0,15341
2	-0,05525	-0,08102	0,40247
3	-0,11442	-0,09558	0,24754
4	-0,19787	-0,17535	0,36097
5	-0,15511	-0,12062	0,17091
6	-0,23856	-0,25649	0,29205
7	-0,14239	-0,16947	0,12669
8	-0,12390	-0,25108	0,23198
9	0,17614	0,05540	-0,04453
10	0,06842	-0,18948	0,13131
11	0,01410	-0,16964	-
12	0,00832	-0,22840	-
13	0,10448	-0,04524	-
14	0,12298	-0,09218	-
15	0,01526	-0,08580	-
16	0,03375	-0,05610	-
17	-0,12737	-0,17600	-
18	-0,10888	-0,24048	-
19	0,03583	-0,03955	-
20	0,03005	-0,05256	-

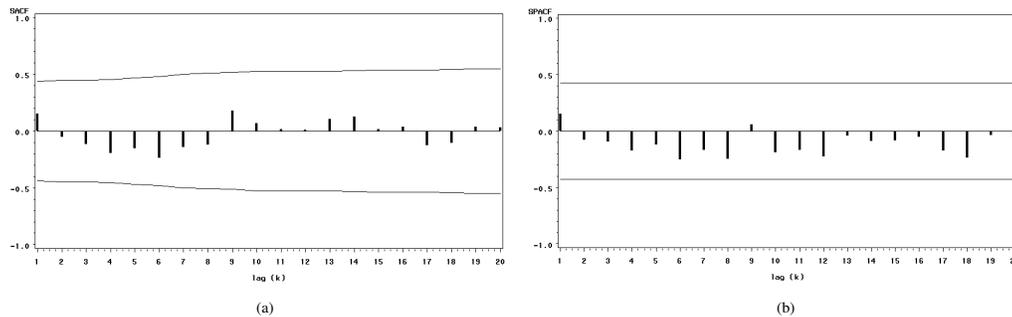


Figura 2: (a) FACA para a Série dos Dados *Defuzzificados* de [6] com 1 Diferença e (b) FACPA para a Série dos Dados *Defuzzificados* de [6] com 1 Diferença.

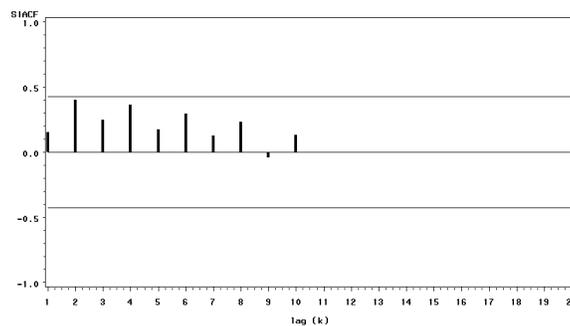


Figura 3: FACIA para Série dos Dados *Defuzzificados* de [6] com 1 Diferença.

Através da análise da Figura 3, que representa a Função de Autocorrelação Inversa Amostral, assim como na Figura 2a e Figura 2b, não se observa qualquer *lag* significativo, ou seja, que ultrapasse o limite inferior e superior ( $\pm 2n^{-\frac{1}{2}}$ ) previamente fixados para esta função, o que leva a concluir que o modelo de Séries Temporais *Fuzzy* não se comporta como um processo Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis. Desta forma, se tem um modelo de Séries Temporais *Fuzzy* de baixa ordem, o que vem a tornar as possíveis previsões realizadas a partir do mesmo relativamente simples, em virtude do número de parâmetros necessários para serem estimados, também não ser elevado satisfazendo desta forma a condição de um modelo *parcimonioso*, assim como o sugerido por [6], através da Função de Autocorrelação Amostral.

Com o intuito de se obter uma medida de dependência entre os conjuntos *Fuzzy*, [6] estabeleceu uma Função de Autocorrelação Amostral Média Aleatória (FACAMA), função a qual foi calculada a partir da simulação de 1.000.000 de dados dentro de cada intervalo dos conjuntos *Fuzzy* obtidos, desta forma, para cada um dos vinte e dois intervalos dos valores *Defuzzificados* se obteve uma Média Aleatória, através das quais foram calculadas a FACA e FACPA. A Figura 6, a seguir mostra a série das Funções de Autocorrelação Inversas Amostrais Médias Aleatórias (FACIAMA) geradas a partir de uma simulação de 100 observações aleatórias dentro de cada um dos vinte e dois intervalos dos conjuntos *Fuzzy* de [6]. Assim para cada intervalo foram calculadas 100 FACIA e obtida uma média dentre as mesmas no *i-ésimo* intervalo ( $i = 1, \dots, 22$ ), o que posteriormente gerou uma série contendo 22 FACIAMA com o intuito de verificar a eficácia da Função de Autocorrelação Inversa Amostral para a identificação da ordem de um modelo de Séries Temporais *Fuzzy*.

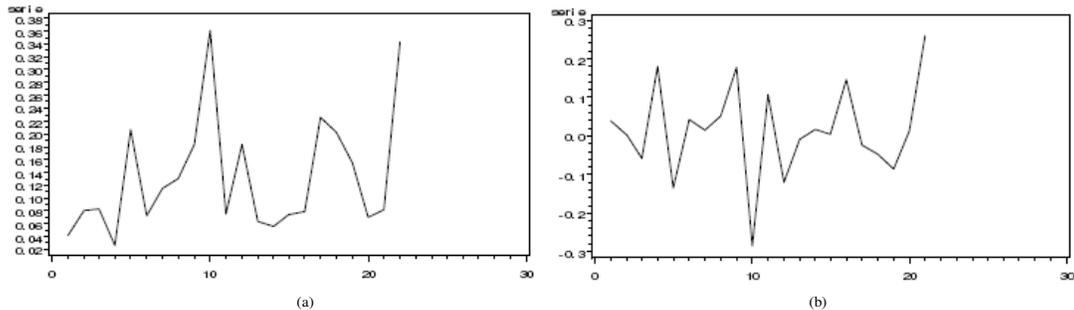


Figura 4: (a) Série Temporal das FACIAMA Para Cada Um dos 22 Intervalos de Dados *Defuzzificados* de [6] e (b) Série Temporal da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* Determinados por [6] com 1 Diferença.

Como pode ser verificado através da Figura 4a, que representa a série das FACIAMA para cada um dos vinte e dois intervalos de valores *Defuzzificados* determinados por [6], a mesma apresenta problema quanto ao nível, ou seja, ora a série é descrita entre um intervalo de valores (0.02 à 0.09, aproximadamente), e posteriormente entre outros valores, o que segundo [5] inviabiliza a utilização da Função de Autocorrelação, pois segundo o mesmo a série deve ser livre de tendência. Portanto, devido a forma que se apresentou a série dada pela Figura 4a, se procedeu à aplicação de uma diferença na série das FACIAMA dos intervalos de valores *Defuzzificados* com o intuito de tornar a série estabelecida dentro de um intervalo de valores aproximados como se observa na Figura 4b e assim ser possível aplicar à Função de Autocorrelação.

Após se obter uma série estacionária dada pela Figura 4b, com o auxílio de uma diferença na série da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* de [6], segundo [5] a FACA, FACPA e FACIA podem ser obtidas. Na Tabela 2, a seguir verifica-se os valores destas Funções, respectivamente, a partir da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* Determinados por [6] com 1 Diferença.

Tabela 2: FACA, FACPA e FACIA da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* Determinados por [6] com 1 Diferença.

k	FACA	FACPA	FACIA
1	-0,47888	-0,47888	0,50990
2	0,11155	-0,15282	0,38749
3	-0,05312	-0,08599	0,28531
4	-0,21910	-0,35865	0,20407
5	0,34107	0,08676	0,03804
6	-0,40018	-0,30944	0,06701
7	0,42428	0,15548	-0,12386
8	-0,17720	0,04025	-0,02712
9	-0,02700	-0,00490	-0,00269
10	0,11559	0,00930	-0,00578
11	-0,27801	-0,06976	-
12	0,16290	-0,26052	-
13	-0,06780	-0,02448	-
14	0,03442	-0,17379	-
15	-0,02140	-0,23817	-
16	-0,02294	-0,07236	-
17	0,14854	0,04440	-
18	-0,13580	-0,06363	-
19	-0,00336	-0,02561	-
20	0,04643	-0,01978	-

As Figuras 5a, 5b e 6 mostram a FACA, FACPA e FACIA, respectivamente calculadas para as Funções de Autocorrelação Inversas Médias Aleatórias dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* obtidos por [6] diferenciados em 1 lag, já que a série original não se mostrou apta segundo [5] para a aplicação da Função de Autocorrelação, motivo o qual implicou na diferenciação da mesma para que fosse possível a utilização da Função de Autocorrelação.

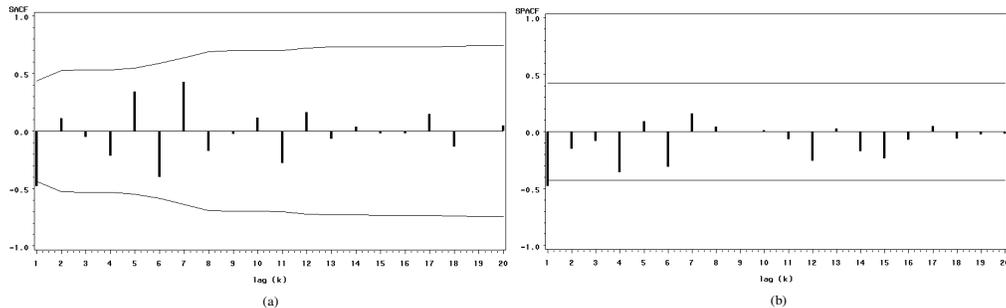


Figura 5: (a) FACA da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* Determinados por [6] com 1 Diferença na Série e (b) FACPA da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* Determinados por [6] com 1 Diferença na Série.

Para as Figuras 5a e 5b, FACA e FACPA respectivamente, da FACIAMA se observa unicamente o primeiro *lag* como significativo (-0,47888), o que implica em um modelo de Séries Temporais *Fuzzy* com a componente de integração, diferentemente do que ocorreu com a FACA e FACPA dadas pelas Figuras 2a e 2b analisadas anteriormente. Portanto, após a aplicação de uma diferença à série original da FACIAMA o processo ARIMA ( $p, d, q$ ) deve ser mantido sem redução de termos. A FACA dada pela Figura 5a apresenta resultados que diferem dos obtidos por [6] para a Função de Autocorrelação Amostral Média Aleatória, mesmo porque, a Figura 5a trata das Médias Aleatórias das Funções de Autocorrelação Inversas, consequentemente esta diferença já era previsível, o que pode ser justificado também pelo fato de [6] ter trabalhado com séries *não estacionárias*, tal como apresentado na Figura 6, o que obviamente se mostra relevante através dos resultados obtidos com este trabalho para a identificação da ordem do modelo de Séries Temporais *Fuzzy*.

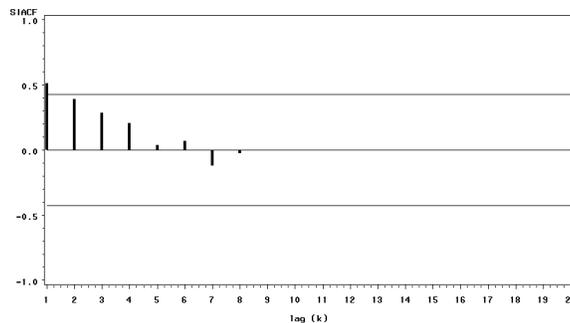


Figura 6: FACA da FACIAMA dos Intervalos de Valores *Defuzzificados* Determinados por [6] com 1 Diferença na Série.

## 4. CONCLUSÃO

A partir da análise da Figura 6, a qual demonstra a FACA se observa unicamente o primeiro *lag* como significativo (0,50990), ou seja, ultrapassando o limite superior previamente fixado para esta função, o que automaticamente leva a concluir que o modelo de Séries Temporais *Fuzzy* se comporta como um processo Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis de primeira ordem. Desta forma, se tem um modelo de Séries Temporais *Fuzzy* de características diferentes ao encontrado pela Função de Autocorrelação Inversa para os dados *Defuzzificados* com uma diferença, que é identificado através da Figura 3. Foi possível verificar neste trabalho que a FACA desempenha um papel fundamental na identificação da ordem de um modelo de Séries Temporais *Fuzzy*, sobre tudo em processos Auto Regressivos Integrados de Médias Móveis Sazonais, que implica em período(s) na série onde alguma(s) observação(ões) assume(m) valor(es) discrepante(s) (*Outliers*) das demais associadas ao processo. A Função de Autocorrelação Inversa também se apresentou como uma ferramenta essencial para determinar o numero de diferenças necessárias para uma série não estacionária, como pode ser observado em [6], as quais caracterizam um processo com problemas

tanto quanto ao Nível, como quanto a Tendência da Série. Através desse estudo foi possível identificar também que, a não diferenciação da série para que a mesma se torne estacionária e portanto passível de ser monitorada a partir de uma Função de Autocorrelação assim como se estabelece na literatura, foi determinante para a identificação da ordem do Modelo de Séries Temporais *Fuzzy*, visto que, os resultados obtidos neste trabalho para a Função de Autocorrelação Amostral são diferentes dos apresentados por [6], em virtude do mesmo ter calculado a Função de Autocorrelação a partir de um processo *Não Estacionário*. Por fim, a Função de Autocorrelação para as Médias Aleatórias das Funções de Autocorrelação Inversas geradas para cada um dos vinte e dois Intervalos de Valores Defuzzificados de [6], apresentou resultados muito semelhantes aos obtidos para os dados Defuzzificados apenas, o que veio à resultar em modelos de Séries Temporais de ordens muito semelhantes, no caso um modelo ARIMA de ordem 1 vindo de encontro ao que [6] já havia estabelecido, ou seja, que a ordem do modelo de Séries Temporais *Fuzzy* determinado a partir da Função de Autocorrelação para os dados utilizados pelo mesmo são de baixa ordem, o que implica em uma redução na quantidade de estimativas dos parâmetros e facilita a determinação do Modelo Séries Temporais *Fuzzy*.

## REFERÊNCIAS

- [1] G. E. P. Box and G.M. Jenkins, Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco CA, 1970. (Revised edition, 1976).
- [2] K. Chi, W.G. Che, F.P. Fu and M.K. Zhuo, Second-order difference heuristic model of fuzzy time series based on particle swarm optimization, IEEE 2nd International Conference on Computer Engineering and Technology, Chengdu, China, 2010, V2:125-129.
- [3] W.S. Cleveland, The inverse autocorrelations of a time series and their applications, Technometrics 14 (1972), 277-298.
- [4] C. Kai and C. Wen-Gang, N-order difference heuristic model of fuzzy time series forecasting, IEEE, 2009, 358-361.
- [5] P.A. Morettin and C.M.C. Toloi, Analise de Series Temporais. Edgard Blucher, São Paulo, Brasil, 2004.
- [6] Q. Song, A note on fuzzy time series model selection with sample autocorrelation functions, Cybernetics and Systems 34 (2003), 93-107.
- [7] Q. Song and B.S. Chissom, Fuzzy time series and its models, Fuzzy Sets and Systems 54 (1993a), 269-277.
- [8] Q. Song and B.S. Chissom, Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part C, Fuzzy Sets and Systems 54 (1993b), 1-10.
- [9] Q. Song and B.S. Chissom, Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part C, Fuzzy Sets and Systems 62 (1994), 1-8.
- [10] K. Tanuwijaya and S.M. Chen, TAIEX forecasting based on fuzzy time series and clustering techniques, IEEE Proceedings of the Eighth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Baoding, 2009, 2982-2986.
- [11] F.M. Tseng, G.H. Tzeng, H.C. Yu and B.J.C. Yuan, Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market, Fuzzy Sets and Systems 118 (2001), 9-19.
- [12] Y. Yan-Hua and S. Li-Xia, On fuzzy time series method, IEEE 3rd International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, TBD Wuhan, China, 2010, 297-300.
- [13] Y. Yang, Y. Lertworapachaya and R. John, High-order Type-2 fuzzy time series. IEEE International Conference of Computing and Pattern Recognition, Istanbul, Turkey, 2010, 363-368.
- [14] L.A. Zadeh, Fuzzy sets, Information and Control 8 (1965), 338-353.
- [15] L.A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning I, Information Science 8 (1975), 199-249.
- [16] L.A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning II, Information Science 8 (1975), 301-357.
- [17] L.A. Zadeh, The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning III, Information Science 9 (1975), 43-80.