

EQUALIZAÇÃO NEURAL APLICADA A SISTEMAS COM MODULAÇÃO DIGITAL BIDIMENSIONAL

Marcelo Augusto Costa Fernandes e Adrião Duarte Dória Neto

DCA - CT - UFRN

mfernandes@dca.ufrn.br e adriao@dca.ufrn.br

Fábio Lumertz Garcia e Dalton Soares Arantes

DECOM - FEEC - UNICAMP

lumertz@decom.fee.unicamp.br e dalton@decom.fee.unicamp.br

Resumo – Baseado em Redes Neurais Artificiais (RNA) do tipo Perceptron de Múltiplas Camadas (MLP - *Multi-Layer Perceptron*) e no algoritmo *Backpropagation* (BP), este trabalho propõe um novo modelo de equalização para sistemas de comunicações digitais, denominado Equalizador Neural Bidimensional (ENB). Diferentemente das soluções apresentadas na literatura, o modelo proposto é formado por duas redes MLP, que operam de forma paralela e independente para cada dimensão do esquema de modulação digital. Propõe-se também um esquema heurístico de combinação dos erros das duas redes MLP, objetivando a redução do tempo de convergência. Simulações são apresentadas para canais lineares e não-lineares, com resultados indicando ganhos de desempenho de Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) e de tempo de convergência sobre os modelos existentes.

Palavras-chave – Equalização com Redes Neurais, Equalizador Neural Bidimensional, Perceptron Multi-Camada, *Backpropagation*, Equalização Adaptativa.

Abstract – Based on the Multi-Layer Perceptron type of Artificial Neural Networks (MLP) and on the *Backpropagation* algorithm (BP), this paper proposes a new equalization model for digital communication systems, named Bidimensional Neural Equalizer (BNE). Unlike current solutions, the proposed model consists of two MLP networks working in parallel and independently for each dimension of the digital modulation scheme. Furthermore, a heuristic scheme for error combining of the two MLP networks is presented, aiming at reduction of convergence time. Simulations are presented for linear and nonlinear channels, with results indicating a gain in performance of Bit Error Rate (BER) and of convergence time compared with the current models.

Keywords – Neural Network Equalization, Bidimensional Neural Equalizer, Multi-Layer Perceptron, *Backpropagation*, Adaptive Equalization.

1. INTRODUÇÃO

As primeiras propostas de Equalizadores Neurais (EN) utilizando o Perceptron de Múltiplas Camadas (MLP - *Multi-Layer Perceptron*) foram apresentadas em [1], [2] e [3], nos quais observa-se que o processo de equalização poderia ser compreendido como um problema de classificação de padrões de Redes Neurais Artificiais (RNA). Contudo, nesses trabalhos foram utilizados apenas sinais unidimensionais com modulação 2-PAM, além de função de ativação do tipo sinal na saída da rede MLP, limitando sua funcionalidade a receptores com codificadores de canal associados a decisão abrupta [4] [5]. Posteriormente, os trabalhos [6] e [7] propuseram uma RNA com MLP para sinais bidimensionais, empregando modulações M -PAM e M -QAM [4] [5] e utilizando uma versão modificada do algoritmo *Backpropagation* (BP) para sinais complexos, apresentado em [8]. Um dos diferenciais dessas propostas é a modificação da função de ativação, visando trabalhar em uma gama maior de níveis. No equalizador neural proposto neste trabalho, não existe a necessidade dessa modificação, dado que cada rede MLP trabalha em uma dimensão do sinal modulado, facilitando assim sua normalização entre -1 e 1 . Como apresentado em [8] [9] [10] [11] e [12], os principais desafios de uma rede MLP complexa são a adequação do algoritmo BP e a escolha da função de ativação para o domínio complexo, no qual seus pontos singulares devem ser contornados.

As propostas apresentadas em [8] e [11] descrevem a utilização de uma função de ativação não-linear chamada de tangente hiperbólica completa (*Fully Hyperbolic Tangent*), que é uma extensão da função tangente (\tanh) para o domínio real. Entretanto, esta função é não limitada e possui infinitos pontos de singularidade, dificultando sua implementação prática. Nos trabalhos [9] e [10] são apresentados resultados significativos obtidos por meio da utilização de uma função de ativação chamada de tangente hiperbólica partida (*Split Hyperbolic Tangent*), na qual aplica-se a função de ativação para a parte real e imaginária separadamente. Essa função é limitada e sem singularidades, porém não é uma função complexa analítica. É importante enfatizar que, dependendo da aplicação, a escolha da função de ativação pode influenciar significativamente a capacidade de aprendizado da RNA e alterar seu desempenho.

Desta forma, diferentemente das propostas existentes na literatura, o equalizador proposto neste trabalho, denominado Equalizador Neural Bidimensional (ENB), é formado por duas redes do tipo MLP treinadas com algoritmo BP, ambas funcionando

de forma independente para cada dimensão do esquema de modulação digital. Assim, é eliminada a necessidade de utilização de uma RNA complexa. Apresenta-se aqui também um esquema heurístico de combinação dos erros entre as duas redes do tipo MLP, objetivando aumentar a velocidade de convergência da rede.

Finalmente, os resultados de desempenho são apresentados por meio das curvas de Taxa de Erro de Bit (BER - *Bit Error Rate*) e de velocidade de treinamento. Visando sua validação, o equalizador neural proposto (ENB-MLP) foi comparado tanto com a estrutura do MLP Complexo (MLP-Complexo) apresentada em [9] e [10], quanto com um equalizador linear do tipo FIR-LMS (*Finite Impulse Response* treinado com o algoritmo *Least Mean Squares*) [5] [13].

2. EQUALIZAÇÃO ADAPTATIVA

Em sistemas de comunicações digitais, os sinais são corrompidos por diversos fatores, entre os quais se destacam o ruído térmico e fenômenos de multi-percurso que provocam desvanecimento seletivo [4] [5]. O ruído térmico, que é modelado por variáveis aleatórias com uma dada distribuição de probabilidade, pode ser combatido de forma eficiente com o uso de codificadores de canal, que utilizam os símbolos de redundância para a reconstrução do sinal transmitido [4] [5]. Entretanto, os fenômenos de multi-percurso, causados pelas diversas reflexões do sinal durante a transmissão, não são tratados de forma eficiente por codificadores de canal.

Os fenômenos de multi-percurso e possíveis efeitos de limitação de banda, são os principais responsáveis pelo aparecimento da Interferência Intersimbólica (ISI - *Intersymbol Interference*) [4] [5], efeito caracterizado pela sobreposição de símbolos de uma mesma fonte no domínio do tempo. A ISI limita a capacidade de transmissão do canal e é um dos principais problemas dos atuais sistemas de comunicações digitais [4] [5]. Visando minimizar os efeitos da ISI, vários dispositivos podem ser empregados no processo de recepção, entre eles os equalizadores [4]. Os equalizadores visam a compensação da resposta não-ideal do canal, de forma a recuperar o sinal transmitido. No cenário de canais móveis, a ISI pode ser bastante dinâmica, sendo necessária a utilização de algoritmos adaptativos eficientes aplicados aos equalizadores. Estes algoritmos adaptativos, por sua vez, manipulam convenientemente a amplitude e fase dos coeficientes dos filtros dos equalizadores objetivando a atenuação da ISI [13].

A Figura 1 apresenta uma estrutura simplificada de um sistema discreto de comunicações digitais em banda base com ISI, ruído térmico e fonte de informação transmitindo símbolos complexos $a(n)$, pertencentes a um alfabeto de M símbolos possíveis. Os símbolos são transmitidos a um período de T_s segundos, sendo cada símbolo representado por palavras de b bits. T_s é o período de amostragem dos símbolos ou intervalo de símbolo. Os sinais complexos, $a(n)$, são expressos por

$$a(n) = a^I(n) + ja^Q(n), \quad (1)$$

onde $a^I(n)$ e $a^Q(n)$ são, respectivamente, as componentes unidimensionais de fase e quadratura que compõem o sinal bidimensional transmitido. Os símbolos $a(n)$ são transmitidos por meio de um canal com resposta ao impulso $h(n)$, sujeitos a ação do multi-percurso e de um ruído aditivo gaussiano complexo, $r(n) = r^I(n) + jr^Q(n)$, (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*), como ilustrado na Figura 1.

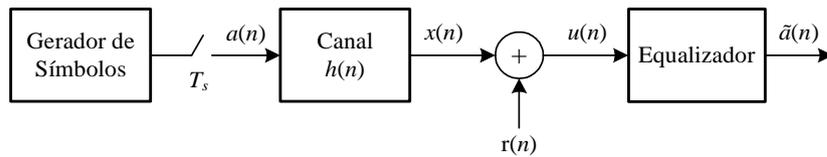


Figura 1: Sistema de comunicação discreto em banda base com ISI e AWGN.

No caso de canais puramente lineares, a resposta ao impulso $h(n)$, representada por $h_L(n)$, é descrita como

$$h_L(n) = \sum_{i=0}^{L-1} \rho_i(n) \delta(n - \tau_i(n)), \quad (2)$$

onde L é o número de percursos do canal, ρ_i é o ganho complexo do i -ésimo percurso e $\tau_i(n)$ é um valor inteiro que representa o atraso do i -ésimo percurso no instante n . O equalizador, como apresentado na Figura 1, processa o sinal, $u(n)$, resultante da soma da saída do canal com o ruído AWGN, expresso como

$$u(n) = \rho_0(n)a(n - \tau_0(n)) + \sum_{i=1}^{L-1} \rho_i(n)a(n - \tau_i(n)) + r(n), \quad (3)$$

onde o segundo termo da equação é a Interferência Intersimbólica (ISI). No caso de canais não-lineares, a resposta ao impulso pode ser modelada como

$$h_{NL}(n) = h_L(n) + \beta(h_L(n))^p, \quad (4)$$

onde p é um inteiro maior que um e β é o valor de magnitude associada à distorção não-linear [14]. Neste caso o sinal recebido, $u(n)$ pode ser expresso como

$$u(n) = \rho_0(n)a(n - \tau_0(n)) + \sum_{i=1}^{L-1} \rho_i(n)a(n - \tau_i(n)) + \beta \left(\sum_{i=0}^{L-1} \rho_i(n)a(n - \tau_i(n)) \right)^p + r(n), \quad (5)$$

onde o segundo e o terceiro termos da equação são as ISI linear e não-linear, respectivamente.

3. PERCEPTRON DE MÚLTIPLAS CAMADAS - MLP

O perceptron de múltiplas camadas, treinado com o algoritmo *Backpropagation* (BP), é uma técnica amplamente utilizada em aplicações baseadas em redes neurais artificiais, devido à sua habilidade em trabalhar com problemas não-linearmente separáveis [15], diferentemente do que ocorre com o algoritmo LMS [13], que é usualmente utilizado na equalização de canais lineares.

Na Figura 2 é apresentada uma rede do tipo MLP com três camadas, com P neurônios na camada de entrada, K neurônios na camada escondida e H neurônios na camada de saída. O i -ésimo neurônio da camada escondida processa o sinal de acordo com a equação

$$z_i(n) = \varphi \left(\sum_{j=0}^{P-1} w_{ij}^0(n) u_j(n) \right), \quad (6)$$

onde $z_i(n)$ ($i = 0, 1, \dots, K-1$) é o sinal de saída do i -ésimo neurônio, $u_j(n)$ ($j = 0, 1, \dots, P-1$) é o j -ésimo sinal de entrada, w_{ij}^0 são os pesos associados com as conexões entre a entrada $u_j(n)$ e a saída $z_i(n)$ e, finalmente, $\varphi(\cdot)$ é a função de ativação da camada escondida. A saída do h -ésimo neurônio da camada de saída é dada por

$$y_h(n) = \phi \left(\sum_{i=0}^{K-1} w_{hi}^1(n) z_i(n) \right), \quad (7)$$

onde $y_h(n)$ ($h = 0, 1, \dots, H-1$) é o sinal de saída do h -ésimo neurônio, w_{hi}^1 são os pesos associados com as conexões entre a saída da camada escondida $z_i(n)$ e a saída da camada de saída $y_h(n)$ e $\phi(\cdot)$ é a função de ativação da camada de saída.

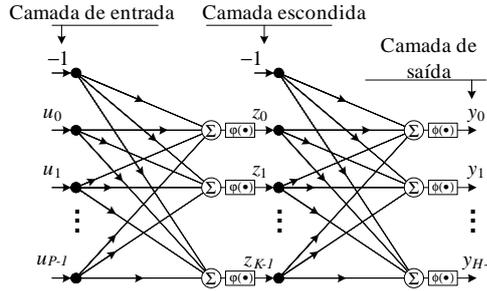


Figura 2: Estrutura de uma RNA do tipo MLP com três camadas.

As principais funções utilizadas na rede MLP são a sigmóide, que possui sua saída limitada entre 0 e 1, e tangente hiperbólica, que é limitada entre -1 e 1. A função tangente hiperbólica é a função de ativação da camada escondida utilizada no equalizador neural proposto neste trabalho, visto que sua simetria se adapta melhor aos esquemas de modulação digital que podem ser normalizados entre seus limites [5] [15]. Para a etapa de treinamento, foi utilizado o algoritmo *Backpropagation* treinado de forma iterativa a cada amostra do sinal de referência.

4. ESTRUTURA DO ENB-MLP

4.1 ARQUITETURA

A Figura 3 ilustra a estrutura do ENB-MLP, que apresenta uma arquitetura formada por duas redes do tipo MLP. Estas redes, MLP-I e MLP-Q, operam de forma paralela e independente, de modo que cada rede é responsável por uma dimensão do sinal modulado. A rede MLP-I processa o sinal recebido em fase $u^I(n)$, enquanto a rede MLP-Q processa o sinal recebido em quadratura, $u^Q(n)$.

A arquitetura detalhada das redes MLP-I e MLP-Q é semelhante à estrutura apresentada na Figura 4. Neste caso, a função de ativação da camada escondida, $\varphi(\cdot)$, é a função tangente hiperbólica e a função da camada de saída, $\phi(\cdot)$, é a função linear.

Diante das considerações feitas, as Equações 6 e 7 podem ser reescritas de forma a caracterizarem o sinal estimado em fase na saída do ENB-MLP como

$$\tilde{a}^I(n) = \sum_{i=0}^{K-1} (w_i^1(n))^I \tanh \left(\sum_{j=0}^{P-1} (w_{ij}^0(n))^I u^I(n-j) \right) \quad (8)$$

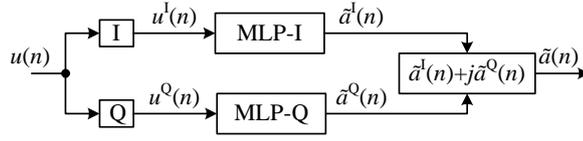


Figura 3: Estrutura do Equalizador Neural Bidimensional (ENB).

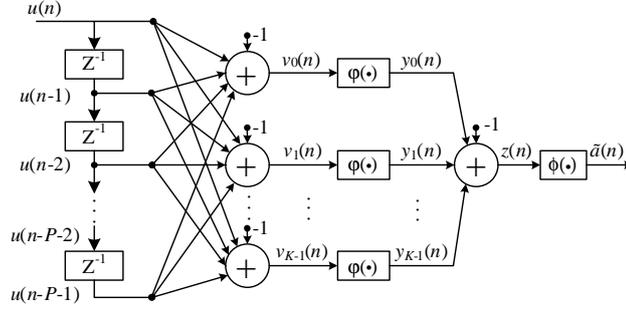


Figura 4: Estrutura detalhada de um equalizador neural do tipo MLP de 3 camadas.

e o sinal estimado em quadratura como

$$\tilde{a}^Q(n) = \sum_{i=0}^{K-1} (w_i^1(n))^Q \tanh \left(\sum_{j=0}^{P-1} (w_{ij}^0(n))^Q u^Q(n-j) \right), \quad (9)$$

onde $\tilde{a}^I(n)$ e $\tilde{a}^Q(n)$ são as estimativas dos sinais, $a^I(n)$ e $a^Q(n)$, respectivamente.

A função de ativação linear é utilizada nas saídas das redes MLP-I e MLP-Q, simplificando a estrutura quando comparada com as propostas apresentadas na literatura [6] [7]. Ademais, destaca-se a normalização dos sinais $a^I(n)$ e $a^Q(n)$, nos quais os símbolos de cada dimensão devem obedecer uma distância mínima, d_{\min} , tal que

$$d_{\min} = \frac{2}{\sqrt{M} - 1}, \quad (10)$$

respeitando-se assim o limite da função de ativação tangente hiperbólica, utilizada na camada escondida.

4.2 ESQUEMAS DE TREINAMENTO

As Figuras 5 e 6 ilustram os dois esquemas de treinamento propostos para o ENB-MLP. Ambas estruturas utilizam dois modos de treinamento, supervisionado e não-supervisionado. No modo supervisionado, os sinais de erro em fase e quadratura são dados por

$$e^I(n) = tr^I(n-d) - \tilde{a}^I(n) \quad (11)$$

e

$$e^Q(n) = tr^Q(n-d) - \tilde{a}^Q(n), \quad (12)$$

onde tr é a seqüência de treinamento conhecida a priori e d o atraso de equalização [13] [5]. No modo não-supervisionado, é empregado o algoritmo de decisão direta (DD - *Decision-Directed*) [5] [13], sendo os sinais de erro dados por

$$e^I(n) = \hat{a}^I(n) - \tilde{a}^I(n) \quad (13)$$

e

$$e^Q(n) = \hat{a}^Q(n) - \tilde{a}^Q(n), \quad (14)$$

onde $\hat{a}^I(n)$ e $\hat{a}^Q(n)$ são estimativas da decisão do sinal recebido.

No caso da primeira estrutura, ilustrada pela Figura 5, os sinais de erro $e(n)^I$ e $e(n)^Q$ são realimentados diretamente para o algoritmo BP. Porém, no caso proposto neste trabalho e ilustrado na Figura 6, o sinal de erro realimentado para os símbolos em fase e quadratura é formado por um erro conjunto. É por esta razão que a proposta aqui apresentada é denominada ENB-MLP com Erro Conjunto (ENB-MLP-EC). Os erros conjuntos são descritos como

$$e_{EC}^I(n) = e^I(n) + \text{sgn}(e^I(n)) \cdot |e(n)|^2 \quad (15)$$

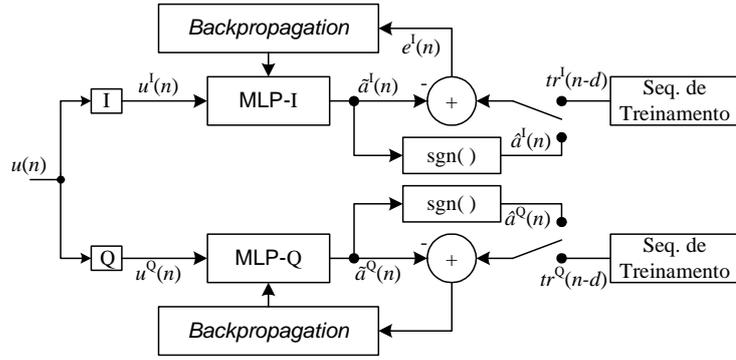


Figura 5: Estrutura do ENB-MLP.

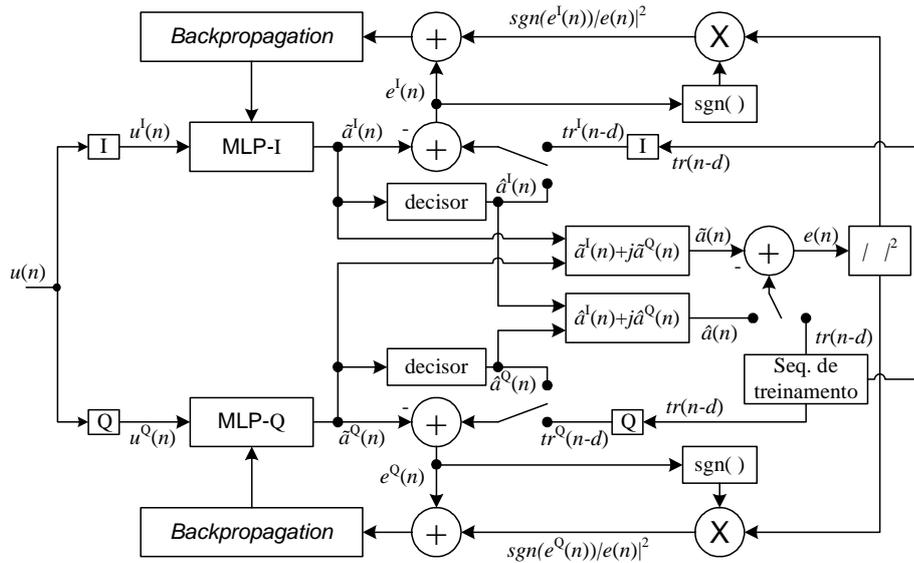


Figura 6: Estrutura do ENB-MLP com erro conjunto (EC).

e

$$e_{EC}^Q(n) = e^Q(n) + \text{sgn}(e^Q(n)) \cdot |e(n)|^2, \quad (16)$$

onde, no modo supervisionado, $e(n)$ é dado como

$$e(n) = tr(n-d) - \tilde{a}(n) \quad (17)$$

e, no modo DD, $e(n)$ é dado por

$$e(n) = \hat{a}(n) - \tilde{a}(n). \quad (18)$$

Este método, do erro combinado (EC), utiliza uma heurística de integração entre as duas redes, MLP-I e MLP-Q, objetivando uma maior velocidade de convergência do ENB-MLP.

5. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Tendo como objetivo validar a utilização do ENB-MLP e avaliar sua confiabilidade e desempenho frente a outras propostas, foram realizadas simulações para um sistema de comunicação digital 4-QAM, sem codificação de canal, operando na taxa de 10Mbps. O sistema foi modelado de acordo com o cenário exibido na Figura 1, transmitindo quadros de 4096 símbolos, dos quais 1024 foram utilizados no modo supervisionado e 3072 no modo não-supervisionado com algoritmo DD.

A partir das simulações foram traçadas curvas de BER em função de E_b/N_0 , que denomina a relação entre energia de bit e densidade espectral de potência. Foram levantadas também curvas de aprendizado com o Erro Quadrático Médio (MSE - Mean Square Error) em função da quantidade de quadros transmitidos, visando analisar o tempo de convergência. Os resultados foram obtidos para dois cenários, um caracterizado por um canal linear, dado por

$$h_L(n) = \delta(n) + 0,5\delta(n-3) + 0,1\delta(n-6), \quad (19)$$

e outro para um canal não-linear, caracterizado como

$$h_{NL}(n) = h_L(n) + 0,3(h_L(n))^3. \quad (20)$$

A Tabela 1 apresenta os parâmetros utilizados nas estruturas dos equalizadores simulados. É importante enfatizar que esses parâmetros foram escolhidos após exaustivas simulações na busca pelos melhores valores para cada estrutura de equalizador.

Tabela 1: Parâmetros utilizados nas estruturas dos equalizadores neurais simulados.

Estrutura	Número de entradas (P)	Número de neurônios na camada escondida (K)	Número de saídas (H)	Atraso de equalização (d)	Passo de adaptação (μ)	Fator de esquecimento (α)
FIR-LMS	64	–	1	16	0.001	–
MLP-Complexo	32	32	1	16	0.005	$1e-6$
ENB-MLP	32	16	1	16	0.005	$1e-6$
ENB-MLP-EC	32	16	1	16	0.005	$1e-6$

Os resultados das simulações realizadas com canal linear, expresso pela Equação 19, estão apresentadas nas Figuras 7 e 8. Na Figura 7, observa-se por meio da curva de BER que o desempenho dos equalizadores neurais, ENB-MLP e ENB-MLP-EC, são próximos tanto ao do equalizador MLP-Complexo [9] [10] quanto ao do equalizador linear do tipo FIR [13], credenciando sua utilização em cenários de canais lineares. Analisando-se as curvas de treinamento dos equalizadores, ilustradas na Figura 8, verifica-se que os equalizadores ENB-MLP e ENB-MLP-EC possuem capacidade de aprendizado mais eficiente, quando comparados ao MLP-Complexo. Isto pode ser verificado analisando-se a velocidade de convergências das duas estruturas do ENB, que conseguem atingir o mesmo valor de MSE que o MLP-Complexo, porém com seis quadros de antecedência. Igualmente, é relevante destacar o aumento da velocidade de convergência ao utilizar-se a estrutura de erro conjunto entre as redes MLP-I e MLP-Q.

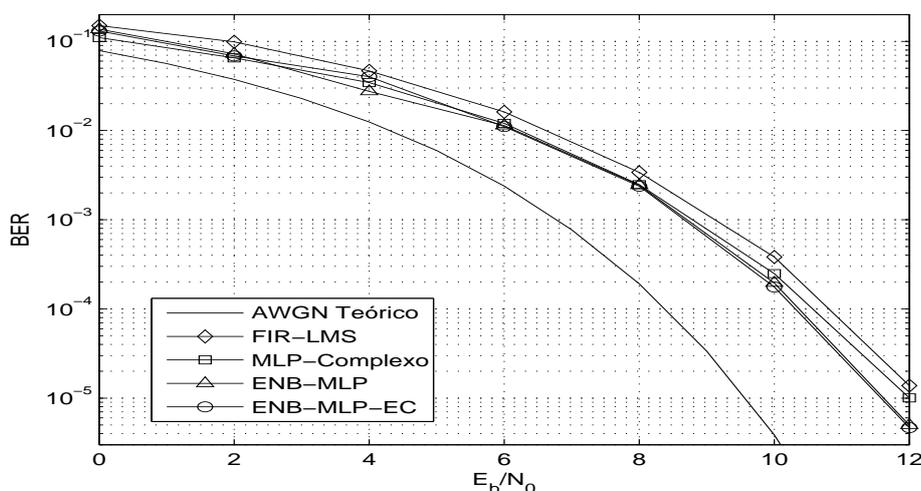


Figura 7: Curva de desempenho de BER em função de E_b/N_0 para o canal linear.

Para as simulações realizadas no cenário de canal não-linear, descrito pela Equação 20, as curvas de desempenho são apresentadas nas Figuras 9 e 10. Conforme esperado, o equalizador FIR-LMS não se mostrou capaz de equalizar o canal não-linear. Os equalizadores neurais, por sua vez, tiveram entre si um resultado semelhante até o valor de E_b/N_0 atingir aproximadamente 10dB. A partir deste ponto, as estruturas ENB-MLP e ENB-MLP-EC obtiveram resultados melhores, com ganhos de aproximadamente 1dB, frente ao MLP-Complexo. Com relação as curvas de treinamento, ilustradas na Figura 10, observou-se igualmente que o desempenho dos equalizadores ENB-MLP e ENB-MLP-EC apresentaram velocidade de convergência superior quando comparados ao MLP-Complexo. Ademais, pode-se perceber que o ENB-MLP-EC obteve uma velocidade de convergência superior ao ENB-MLP, ratificando assim a utilização da heurística de erro conjunto entre as duas redes da estrutura do ENB.

Com relação ao desempenho inferior obtido pela estrutura do equalizador MLP-Complexo, deve-se considerar que a implementação simulada fez uso da proposta apresentada em [9] e [10]. Esta proposta, apesar de mostrar-se bastante prática, não implementa a função de ativação tangente hiperbólica em sua forma analítica para o domínio complexo, o que pode ter influenciado na capacidade de aprendizado e na generalização da rede [12].

Além disso, um importante dado a ser analisado refere-se aos valores finais de MSE, apresentados nas Figuras 8 e 10. Observou-se que, nos equalizadores neurais, este valor obtido em regime estacionário, é bem inferior ao valor de MSE no

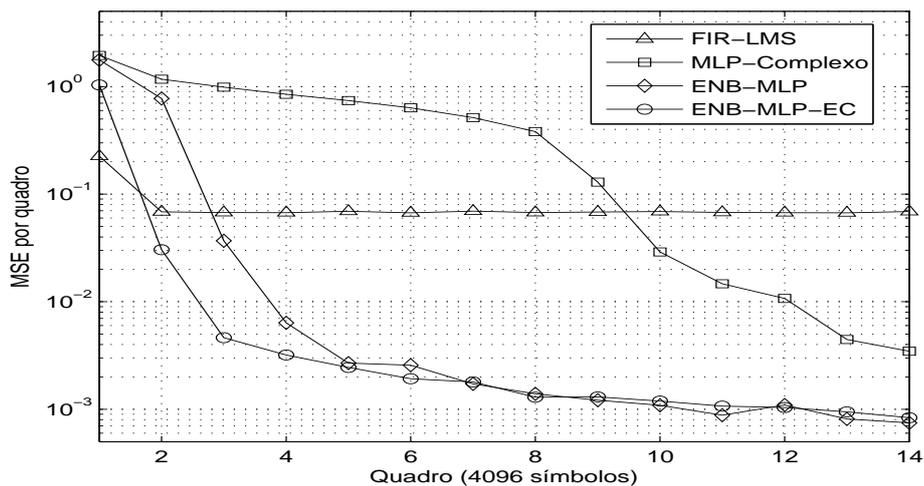


Figura 8: Curva de treinamento do ENB-MLP para o sistema 4-QAM com canal linear e $E_b/N_0=14\text{dB}$.

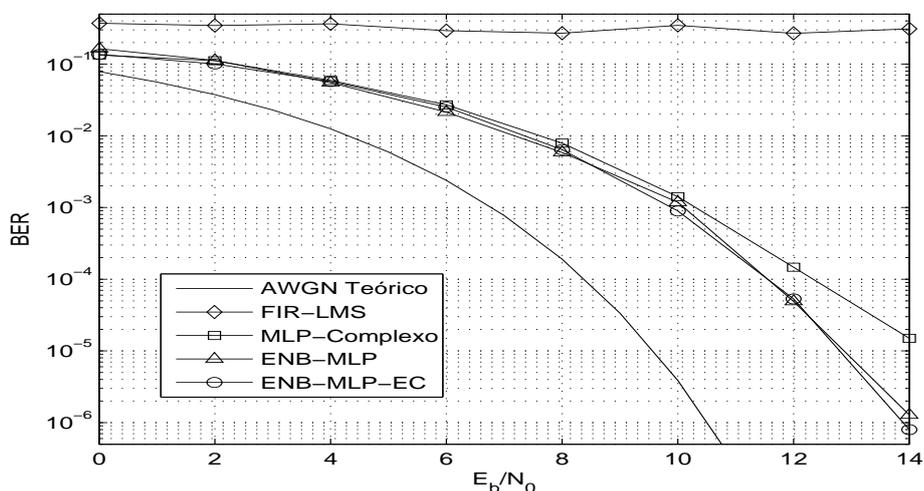


Figura 9: Curva de desempenho de BER em função de E_b/N_0 para o canal não-linear.

equalizador FIR-LMS. Este fato pode ser explicado porque o equalizador linear, caso do FIR-LMS, visualiza apenas a correlação gerada pelo canal de resposta ao impulso, $h(n)$, não se preocupando com a influência do ruído, $r(n)$, que é decorrelacionado do sinal [13]. Os equalizadores neurais, no entanto, visualizam o processo de equalização como um problema de classificação e tentam associar o conjunto de P entradas $u(n-j)$ ($j = 1, 2, \dots, P-1$) a um dos padrões do alfabeto de M símbolos que compõem o sinal $a(n)$, considerando assim também o ruído $r(n)$. Este resultado é de suma importância no contexto da utilização de equalizadores neurais em sistemas de codificação de canal com decisão suave [4] [5].

6. CONCLUSÕES

Este trabalho desenvolveu uma nova estratégia baseada em redes neurais artificiais (RNA), para implementar o processo de equalização de sinais em sistemas de comunicações digitais, cujo esquemas de modulação podem ser representados por uma constelação bidimensional. Fazendo uso de perceptron de múltiplas camadas (MLP), adotou-se uma arquitetura composta de duas redes paralelas e independentes para os sinais de fase e quadratura (MLP-I e MLP-Q). Dois esquemas de treinamento foram também propostos, um baseado no modelo tradicional e um outro baseado em uma heurística de combinação de erros entre as redes, que foi denominado ENB-MLP-EC. A estrutura proposta foi submetida a simulações e comparada com os modelos presentes na literatura, visando verificar seu desempenho em cenários de canais lineares e não-lineares. Os resultados obtidos foram significativos e apontam para a possibilidade do ENB-MLP ser utilizado em sinais bidimensionais, sem nenhuma perda de desempenho, tanto para canais lineares quanto para não-lineares. A proposta de treinamento do ENB-MLP-EC mostrou-se também muito eficaz em relação à sua velocidade de convergência. Finalmente, outro resultado bastante pertinente explicita que o ENB-MLP pode substituir o MLP-Complexo, evitando-se o problema da adequação da função de ativação complexa.

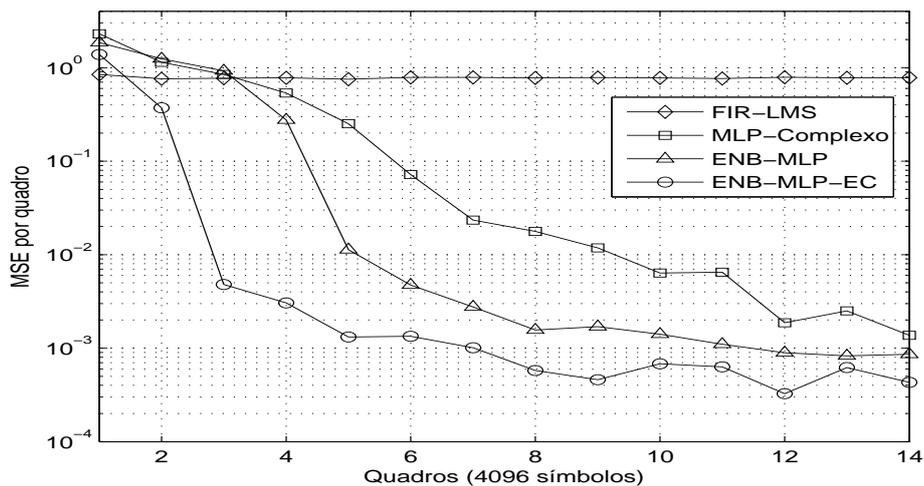


Figura 10: Curva de treinamento do ENB-MLP para o sistema 4-QAM com canal não-linear e $E_b/N_0=14\text{dB}$.

REFERÊNCIAS

- [1] G. Gibson, S. Siu and C. Cowan. "The application of nonlinear structures to the reconstruction of binary signals". *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 8, pp. 1877–1884, August 1991.
- [2] S. Chen, G. J. Gibson, C. F. N. Cowan and P. M. Grant. "Adaptive equalisation of finite non-linear channels using multilayer perceptrons". *EURASIP Signal Processing Journal*, vol. 20, no. 2, pp. 107–119, February 1990.
- [3] C. Cowan. "Nonlinear adaptive equalisation [multilayer perceptron]". In *Digital Processing of Signals in Communications, 1991., Sixth International Conference on*, pp. 1–5, September 1991.
- [4] Simon Haykin. *Communication Systems*. Fourth edition, 2000.
- [5] John Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2000.
- [6] M. Peng, C. Nikias and J. Proakis. "Adaptive equalization for PAM and QAM signals with neural networks". In *Signals, Systems and Computers, 1991. 1991 Conference Record of the Twenty-Fifth Asilomar Conference on*, pp. 496–500 vol.1, November 1991.
- [7] M. Peng, C. Nikias and J. Proakis. "Adaptive equalization with neural networks: new multi-layer perceptron structures and their evaluation". In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1992. ICASSP-92., 1992 IEEE International Conference on*, volume 2, pp. 301–304 vol.2, March 1992.
- [8] H. Leung and S. Haykin. "The complex backpropagation algorithm". *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 9, pp. 2101–2104, September 1991.
- [9] N. Benvenuto and F. Piazza. "On the complex backpropagation algorithm". *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 4, pp. 967–969, April 1992.
- [10] G. Georgiou and C. Koutsougeras. "Complex domain backpropagation". *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 5, pp. 330–334, May 1992.
- [11] T. Kim, T. Kim and T. Adali. "Complex Backpropagation Neural Network Using Elementary Transcendental Activation Functions". In *In Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 1281–1284. Piscataway, 2001.
- [12] K. Burse, R. Yadav and S. Shrivastava. "Channel Equalization Using Neural Networks: A Review". *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 3, pp. 352–357, May 2010.
- [13] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, fourth edition, 2001.
- [14] G. Kechriotis, E. Zervas and E. Manolakos. "Using recurrent neural networks for adaptive communication channel equalization". *Neural Networks, IEEE Transactions on*, vol. 5, no. 2, pp. 267–278, mar 1994.
- [15] S. Haykin. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd Edition)*. Prentice Hall, second edition, July 1998.