

# MODELO NEURAL NARX APLICADO À INFERÊNCIA DOS SINAIS DE CONTROLE DE DOSAGEM DE COAGULANTES PRINCIPAL E AUXILIAR NO PROCESSO DE TRATAMENTO DE ÁGUA POR FILTRAÇÃO DIRETA

Leonardo da Silva Gomes<sup>1,2</sup>, Francisco Souza<sup>3</sup>, Thiago Menezes<sup>1</sup>, Ricardo Silva Thé Pontes<sup>1</sup>,  
Otacílio da Mota Almeida<sup>1</sup>

1. Grupo de Pesquisa em Automação e Robótica, Programa de Pós-Graduação, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará.

[leonardo@dee.ufc.br](mailto:leonardo@dee.ufc.br), [ricthe@dee.ufc.br](mailto:ricthe@dee.ufc.br), [menezes@dee.ufc.br](mailto:menezes@dee.ufc.br), [otacilio@dee.ufc.br](mailto:otacilio@dee.ufc.br)  
Av. Mister Hull s/n, Campus do Pici, CP 6001, CEP 60455-760, Fortaleza CE, Brasil

2. Companhia de Água e Esgoto do Ceará.  
Rua Dr. Lauro Vieira Chaves, 1030, CEP 60851-420, Fortaleza CE, Brasil

3. Instituto de Sistemas e Robótica (ISR), Departamento de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade de Coimbra.  
PT 3030-290, Coimbra, Portugal  
[fasouza@isr.uc.pt](mailto:fasouza@isr.uc.pt)

**Abstract** – Considering the importance of the control chemical coagulation for the water treatment process by direct filtration, was developed a NARX neural model for inference of the control signals of the main coagulant dosage and auxiliary, through of the measured values for turbidity and pH of untreated water and coagulated. This model could replace the instrumentation and hardware conventionally used for monitoring and control of the chemical coagulation, contributing for the viability of projects in water treatment plants.

**Keywords** – NARX neural model, variable selection, chemical coagulation, water treatment.

**Resumo** – Considerando a importância do controle da coagulação química para o processo de tratamento de água por filtração direta, este artigo propõe a aplicação de um modelo neural NARX para inferência dos sinais de controle de dosagem de coagulantes principal e auxiliar, através dos valores medidos para turbidez e pH de água bruta e coagulada. Tal modelo poderá substituir a instrumentação e o hardware convencionalmente utilizados para monitoramento e controle de coagulação química, contribuindo para a viabilização de projetos desta natureza em estações de tratamento de água.

**Palavras Chave** – Modelo neural NARX, seleção de variáveis e atrasos, coagulação química, tratamento de água.

## 1 Introdução

Fornecer água dentro dos padrões de potabilidade é a missão principal das companhias de saneamento no Brasil, em vista da crescente deterioração dos mananciais de abastecimento disponíveis. Disto depende a própria sobrevivência de tais companhias, pois água de qualidade é uma exigência cada vez mais reivindicada pela sociedade, o que impele ao aperfeiçoamento e a busca de tecnologias de tratamento adequadas [1]. No Brasil, os padrões de potabilidade são regulamentados pela portaria 518/2004 do Ministério da Saúde, que estabelece os requisitos aceitáveis para parâmetros microbiológicos, físicos e químicos [2].

Neste contexto, objetivando propor uma solução alternativa às técnicas convencionais de controle de dosagem de coagulantes no processo de tratamento de água, este artigo aborda o desenvolvimento e a aplicação de um modelo baseado em rede neural auto-regressiva não-linear com entradas exógenas (NARX) na inferência dos sinais de controle de dosagem de coagulante Hidróxi-cloreto de Alumínio (PAC) e de coagulante auxiliar Polímero Catiônico (Pol) a partir de outras variáveis do processo, em uma Estação de Tratamento de Água (ETA) por filtração direta. A planta utilizada no desenvolvimento do modelo foi a ETA Gavião, pertencente à Companhia de Água e Esgoto do Ceará (Cagece), e responsável pelo fornecimento de água tratada à Região Metropolitana de Fortaleza.

Técnicas semelhantes já foram utilizadas para inferência de variáveis de processo a partir de outras. Como exemplo, citamos a inferência da composição química de produtos de saída de uma coluna de destilação implementada por Zanata [12].

Os resultados obtidos demonstram que o modelo proposto poderá substituir a instrumentação e o hardware de monitoramento e controle de dosagem de coagulantes convencionalmente utilizados, apresentando a possibilidade de garantia da qualidade da água tratada dentro dos padrões estabelecidos pela portaria 518/2004 [2]. Por sua vez, este fato possibilitará redução de custos referentes a projetos e montagem de instalações de ETAs, em vista do alto custo relativo envolvido na montagem de sistemas convencionais para controle de coagulação. A redução de custos de implantação poderá contribuir, principalmente, com a viabilização de projetos desta natureza em ETAs.

A Figura 1 mostra um bloco representativo do sistema de inferência proposto e sua localização na planta do processo.

## 2 As Tecnologias de Tratamento de Água no Brasil

### 2.1 Generalidades

As tecnologias de tratamento de água mais usuais no Brasil são as que utilizam o processo de coagulação química, destacando-se a filtração direta ascendente, a filtração direta descendente e o tratamento completo [3].

A utilização da tecnologia de filtração direta (ascendente ou descendente) é mais comum em ETAs cujo manancial tem água bruta de boa qualidade [1]. A principal vantagem desta tecnologia é a não necessidade de construção de unidades de decantação, o que diminui o custo de projeto e montagem das instalações [1]. Outras vantagens desta tecnologia são o menor consumo de produtos químicos no processo de tratamento e maior facilidade de operação e manutenção da planta [1].

### 2.2 O Processo de Coagulação Química

Propriedades da água bruta que interferem no desempenho das tecnologias de tratamento, tais como turbidez, sabor e odor e a presença de contaminantes orgânicos e inorgânicos, são associados à presença de impurezas compostas de partículas suspensas ou dissolvidas [4]. A remoção destas impurezas dá-se por coagulação química, processo no qual ocorre uma reação química entre o coagulante aplicado e a água, tendo como resultado a formação de espécies hidrolisadas com carga positiva [1]. O mecanismo da coagulação baseia-se no contato entre as partículas de impurezas e as espécies hidrolisadas [1], o que provoca uma desestabilização elétrica na camada superficial das impurezas, promovendo a aglomeração das partículas em flocos [5]. Os flocos formados podem ser facilmente removidos através de sedimentação, flotação ou filtração direta [4].

O controle do processo da coagulação química é caracterizado pelo ajuste da dosagem de um sal coagulante à água a ser tratada (Figura 1) através de bombas dosadoras. Em alguns casos, há necessidade de aplicação de um coagulante auxiliar [1]. O sinal analógico de controle é gerado por um controlador que tem como parâmetro de referência o nível de coagulação na saída da câmara de mistura rápida, feita através de um monitor de coagulação [1].

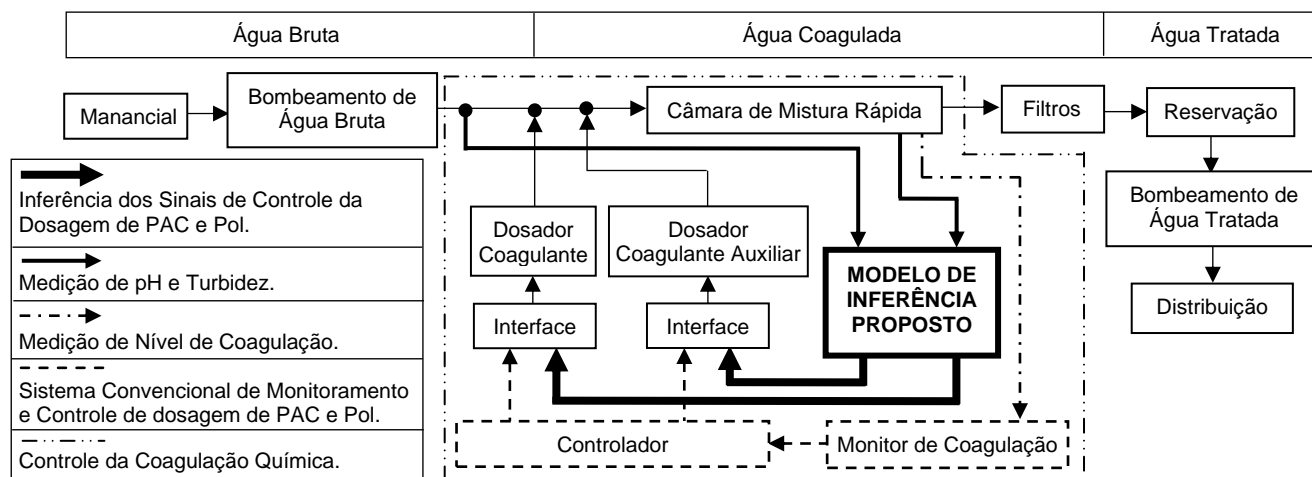


Figura 1 – Processo Convencional de Controle de Coagulação Química e Modelo de Inferência Proposto.

## 3 Desenvolvimento do Modelo de Inferência

O desenvolvimento do modelo de inferência proposto seguiu três etapas: (3.1) seleção e ajuste das variáveis de entrada; (3.2) seleção da estrutura do modelo e (3.3) validação do modelo [7]. O conjunto de dados históricos utilizados no desenvolvimento do modelo foi cedido pela Cagece, correspondendo aos boletins de Dosagem de Produtos Químicos e Controle de Qualidade da ETA Gavião no período de 2007 a 2009, que contém um total de 13043 linhas de registro dos sinais de controle de dosagem de PAC e Pol (saídas do modelo) e dos parâmetros analíticos de Turbidez, pH, Cor e Oxigênio Consumido.

### 3.1 Seleção e Ajuste das Variáveis de Entrada

O primeiro passo para o desenvolvimento do modelo, é a análise crítica dos dados históricos disponíveis da planta para seleção das variáveis que influenciam nas saídas de processo a serem inferidas [7]. Tal análise foi realizada através de consulta aos especialistas da planta [7], que concordaram com a literatura técnica no fato de que o desempenho da coagulação química é influenciado pelo pH [1, 5] e pela Turbidez [4] de água bruta e coagulada.

Desta forma, foram selecionadas do conjunto de dados as variáveis: Turbidez de Água Bruta (TrbAB), Turbidez de Água Coagulada (TrbAC), pH de Água Bruta (pHAB) e pH de Água Coagulada (pHAC). Tais variáveis foram ajustadas a fim de diminuir efeitos provocados por dados espúrios, através do método robusto de regressão linear por polinômio quadrático

e espalhamento ponderado local *RLoess* [8]. A ponderação é calculada conforme a Equação (1), onde  $r(i)$  é o residual do  $i$ -ésimo ponto avaliado,  $MAD$  é o desvio mediano absoluto do sinal residual e  $6MAD$  é o intervalo de confiança [8].

$$\varpi(i) = \begin{cases} \left[ 1 - \left( \frac{r(i)}{6MAD} \right)^2 \right]^2 & |r(i)| < 6MAD \\ 0 & |r(i)| \geq 6MAD \end{cases} \quad (1)$$

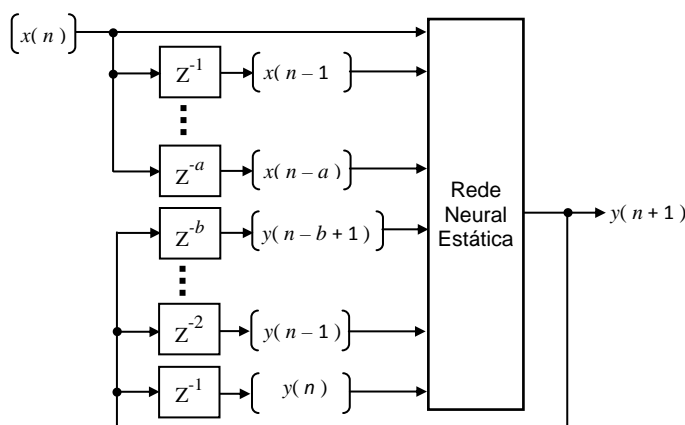
### 3.2 Seleção da Estrutura do Modelo

Sistemas físicos possuem características dinâmicas evidenciadas no fato de que suas saídas dependem de seus valores passados, da entrada atual e das entradas passadas [9, 11], conforme a Equação (2). Este é o caso do controle da coagulação química, um sistema caracterizado pela não-linearidade entre as variáveis de entrada selecionadas e as de saída [5]. Neste contexto, o modelo de inferência foi baseado em redes neurais NARX, que possuem boa estabilidade e funcionalidade na execução de tarefas de mapeamento entrada-saída, previsão e modelagem não-linear [7, 9, 11].

Os atrasos aplicados à entrada e à realimentação da saída, conforme a Equação (2), serão selecionados através da estatística  $C_p$ , proposta por Mallow [14], baseada na avaliação do erro quadrático total e aplicável a modelos não-lineares [7].

#### 3.2.1 A Rede Neural NARX

A Figura 2 ilustra uma rede neural NARX que é caracterizada por uma malha de realimentação da saída para a entrada e pela aplicação de memórias de curto prazo, com  $a$  e  $b$  atrasos, aos sinais de entrada  $x(n)$  e de realimentação respectivamente. O modelo neural será implementado a partir de duas redes NARX distintas, denominadas NARX-1 e NARX-2, para inferência dos sinais de controle de dosagem de PAC e Pol respectivamente. Esta configuração possibilitará a aplicação de diferentes atrasos e combinações das entradas na entrada de cada rede, otimizando o ajuste final do modelo neural. Um esquema geral do modelo proposto é apresentado na Figura 7.



**Figura 2** – Diagrama Básico de uma Rede Neural NARX

A saída é dada pela Equação (2) [9], onde  $F$  é uma função não-linear de seus argumentos.

$$y(n+1) = F(y(n), y(n-1), \dots, y(n-b+1), x(n), x(n-1), \dots, x(n-a)) \quad (2)$$

Considerando a Equação (2), a saída da rede NARX para um instante discreto é dado pela Equação (3), onde  $u(n) = \{ y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-b), x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-a-1) \}$ , representa o  $n$ -ésimo exemplo de entrada apresentado à entrada da rede NARX.

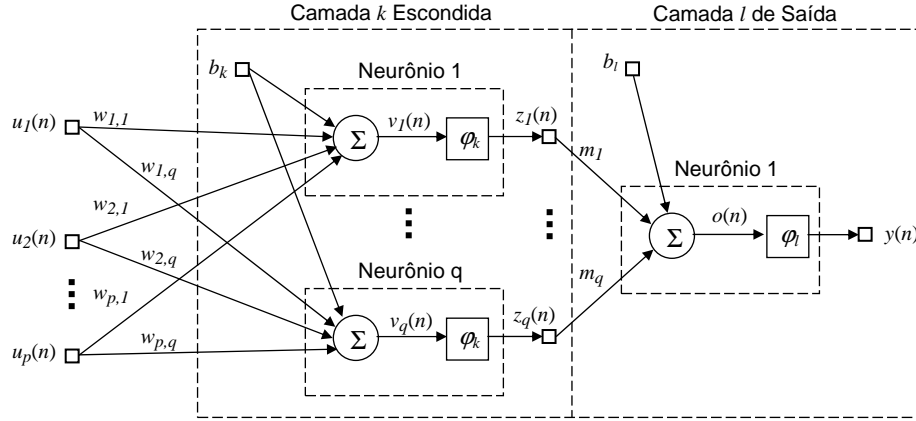
$$y(n) = F(u(n)) \quad (3)$$

#### 3.2.2 Estrutura Básica – A Rede Neural Estática

##### 3.2.2.1 Arquitetura

A rede neural estática utilizada foi um Perceptron de Múltiplas Camadas (MLP) com uma camada escondida e uma camada de saída, devido sua melhor capacidade de generalização [12]. A Figura 3 mostra o diagrama esquemático básico de uma MLP

com uma camada escondida  $k$  de  $q$  neurônios e uma camada de saída  $l$  de 1 neurônio. O vetor  $u(n)$  (de  $p$  elementos) é o  $n$ -ésimo exemplo de treinamento apresentado à entrada da rede, conforme a Equação (3).



**Figura 3** – Diagrama Esquemático Básico de uma MLP com uma camada escondida de  $q$  neurônios e uma camada de saída de 1 neurônio.

O vetor de saídas da camada  $k$  é dado pela Equação (4), onde  $\phi_k(\cdot)$  é a função de ativação de cada neurônio desta camada. O vetor  $v_j$  é o campo local induzido [9] no  $j$ -ésimo neurônio da camada  $k$ , sendo calculado pela Equação (5), onde  $w$  é a matriz de pesos sinápticos entre o padrão apresentado na entrada e os neurônios da camada escondida.

$$z_j(n) = \phi_k(v_j(n)), \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (4)$$

$$v_j(n) = \sum_{i=1}^p (w_{i,j} \times u_i(n)) + b_k, \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (5)$$

A saída inferida  $y$  é dada pela Equação (6), onde  $\phi_l(\cdot)$  é a função de ativação do neurônio da camada de saída. O termo  $o$  é o campo local induzido [9] no neurônio da camada de saída  $l$ , sendo dado pela Equação (7), onde  $m$  é o vetor de pesos sinápticos entre a saída da camada escondida  $k$  e o neurônio da camada de saída  $l$ .

$$y(n) = \phi_l(o(n)) \quad (6)$$

$$o(n) = \sum_{j=1}^q (m_j \times z_j(n)) + b_l \quad (7)$$

As funções de ativação foram definidas como sigmóide tangente hiperbólica [9] para a os neurônios da camada escondida e linear [10] para o neurônio da camada de saída.

### 3.2.2.2 Quantidade de Neurônios da Camada Escondida

A quantidade de Neurônios foi definida conforme a Equação (8) [10], onde  $\varepsilon$  é o erro percentual máximo aceitável na etapa de treinamento da rede NARX e  $M$  é o número de saídas da rede neural estática. Neste artigo foi considerado  $\varepsilon = 0.01$ .

$$q = \left\lceil \frac{\varepsilon \times N - M}{p + M + 1} \right\rceil \quad (8)$$

O valor de  $q$  para as redes NARX-1 e NARX-2 foi escolhido pela execução da rotina de seleção de atrasos (tópico 3.2.3), sendo definido pelo melhor mapeamento conforme o tamanho  $p$  do exemplo de entrada e atrasos aplicados.

### 3.2.2.3 O Algoritmo de Treinamento

O algoritmo de treinamento utilizado foi o Levenberg-Marquardt [13] devido sua agilidade de convergência. Foi implementada uma rotina de inicialização para normalização dos exemplos de entrada, inicialização dos pesos sinápticos, e configuração dos parâmetros de treinamento. A normalização foi conforme a Equação (9) [10], onde  $u_i^*(n)$  é o valor normalizado dentro do intervalo  $[-1, +1]$  do  $i$ -ésimo elemento do  $n$ -ésimo exemplo de treinamento.

$$u_i^*(n) = 2 \times \left( \frac{u_i(n) - u_{\min}}{u_{\max} - u_{\min}} \right) - 1, \quad \text{onde } u_{\min} = \min_{\forall n} \{ u \} \text{ e } u_{\max} = \max_{\forall n} \{ u \} \quad (9)$$

O conjunto selecionado de dados foi dividido em dois conjuntos: o primeiro para *Treinamento e Validação* com 98% dos registros do conjunto de dados (12782 registros) e o segundo para *Teste Final* com 2% dos registros do conjunto de dados (261 registros). O conjunto de *Teste Final* não é apresentado à rede durante as etapas de treinamento e validação.

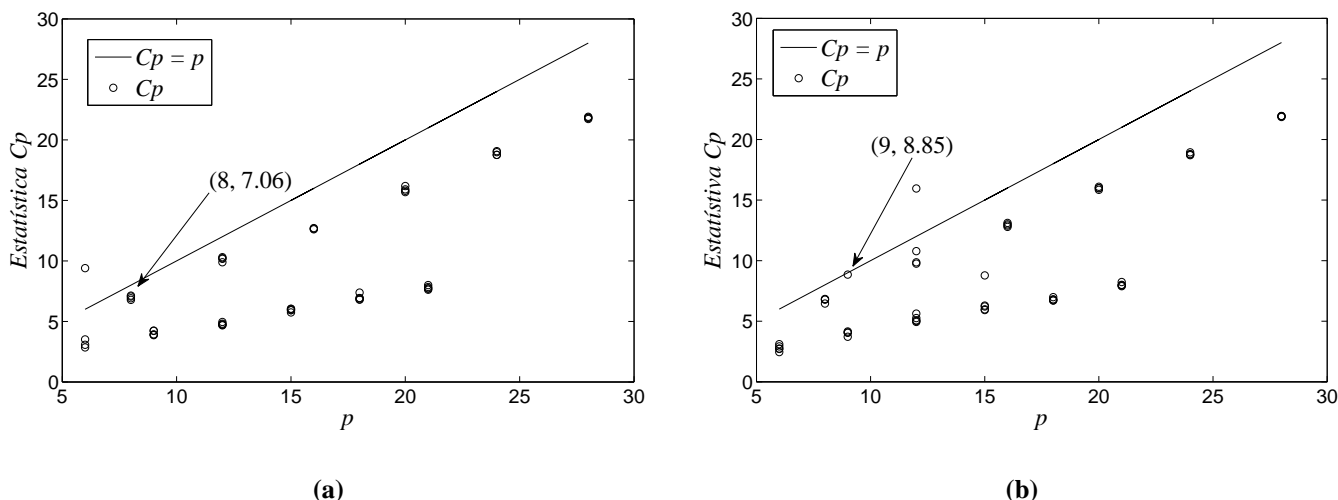
O critério de parada adotado foi a parada prematura [10] baseada em validação cruzada [9] e caracterizada na divisão aleatória do conjunto de Treinamento e Validação em dois sub-conjuntos [10]. O primeiro sub-conjunto é para *Treinamento* com 85% dos registros do conjunto (10865 registros) e o segundo para *Validação* com os 15% dos registros restantes (1917 registros).

Na etapa de *Validação*, os pesos ajustados na etapa de *Treinamento* são utilizados para calcular a saída da rede referente aos exemplos de entrada do sub-conjunto de *Validação*. O critério de parada é satisfeito quando o erro médio quadrático (*MSE*) da etapa de *Validação* assume uma tendência crescente. O *MSE* é dado pela Equação (10), onde o sinal  $e(n)$  é o residual entre a saída real (alvo) e a inferida e  $N$  é o número de exemplos de entrada do sub-conjunto de *Validação*.

$$MSE = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N e^2(n) \quad (10)$$

### 3.2.3 Seleção dos Atrasos

A estatística  $C_p$  de Mallow [14] é calculada pela equação (11), sendo determinada pelo quociente entre a soma dos quadrados dos residuais ( $SSR_p$ ) para o modelo reduzido com exemplos de treinamento  $u(n)$  de  $p$  elementos, e a soma dos quadrados dos residuais para o modelo total ( $SSR$ ) com exemplos de treinamento com todos os  $T$  elementos possíveis [7].



**Figura 4** – Estatística  $C_p$  para todas as possíveis combinações de exemplos de entrada com até 3 elementos e atrasos para o Modelo de inferência dos sinais de controle de dosagem de PAC (a) e Pol (b)

$$C_p = \frac{SSR_p}{SSR} - (T - 2 \times p) \quad (11)$$

Os atrasos de entrada e a quantidade de neurônios da camada escondida das redes NARX-1 e NARX-2 do modelo proposto foram selecionados através de 72 mapeamentos apresentados nas Tabelas 1 e 2. O modelo ótimo é caracterizado pelo par  $(p, C_p)$  mais próximo da reta  $C_p = p$  [7], conforme indicado nas Tabelas 1 e 2 e nos gráficos da Figura 4.

**Tabela 1** – Mapeamento Entrada-Saída e avaliação do par  $(p, C_p)$  – inferência do sinal de controle de dosagem de PAC

Atrasos	Possíveis Combinações das Variáveis de Entrada									
	x1 x2	x1 x3	x1 x4	x2 x3	x2 x4	x1 x2 x3	x1 x2 x4	x1 x3 x4	x2 x3 x4	
2	6, 3.51	6, 3.07	6, 3.07	6, 9.4	6, 2.85	<b>8, 7.06</b>	8, 6.78	8, 6.92	8, 7.13	
3	9, 3.86	9, 4.25	9, 3.91	9, 4.22	9, 3.93	12, 10.18	12, 10.31	12, 9.89	12, 10.22	
4	12, 4.75	12, 4.81	12, 4.95	12, 4.68	12, 4.71	16, 12.72	16, 12.66	16, 12.61	16, 12.61	
5	15, 5.93	15, 6.03	15, 6.06	15, 5.93	15, 5.74	20, 15.68	20, 16.19	20, 15.8	20, 15.91	

**Tabela 2** – Mapeamento Entrada-Saída e avaliação do par  $(p, Cp)$  – inferência do sinal de controle de dosagem de Pol

Atrasos	Possíveis Combinações das Variáveis de Entrada									
	x1 x2	x1 x3	x1 x4	x2 x3	x2 x4	x1 x2 x3	x1 x2 x4	x1 x3 x4	x2 x3 x4	
2	6, 3.11	6, 2.74	6, 2.71	6, 2.45	6, 2.92	8, 6.8	8, 6.79	8, 6.84	8, 6.46	
3	9, 3.71	9, 4.04	9, 8.85	9, 4.16	9, 4.08	12, 10.79	12, 9.75	12, 15.96	12, 9.86	
4	12, 5.63	12, 4.94	12, 5.26	12, 5.08	12, 5.02	16, 13.12	16, 12.89	16, 13.0	16, 12.79	
5	15, 5.92	15, 6.22	15, 8.78	15, 5.98	15, 6.29	20, 16.1	20, 15.99	20, 15.98	20, 15.85	

Obs.: **x1** = TrbAB; **x2** = TrbAC; **x3** = pHAB; **x4** = pHAC.

### 3.2.4 Resumo da Configuração do Modelo Selecionado

**Tabela 3** – Resumo da Configuração do Modelo Selecionado (resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2).

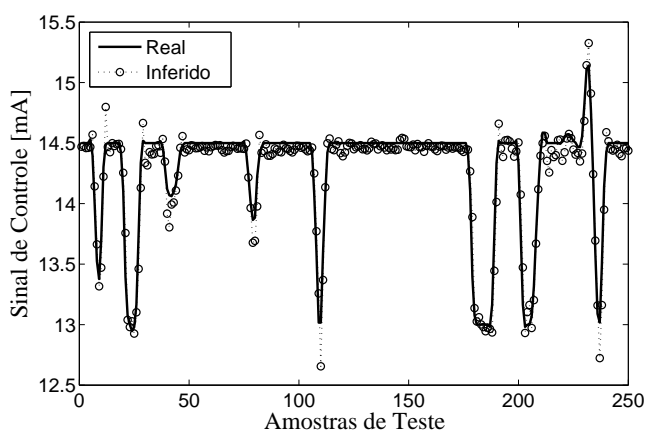
Rede NARX-1 (máximo de Épocas: 1000; $MSE_{MIN}$ : 0.01; $Gradiente_{MIN}$ : 0.00001)	Configuração
Variáveis de Entrada	TrbAB, TrbAC e pHAB
Tamanho dos Exemplos de Entrada x Quantidade de Neurônios da Camada Escondida ( $p \times q$ )	8 x 13
Atrasos Aplicados às Entradas e à Realimentação da Saída	2
Rede NARX-2 (máximo de Épocas: 1000; $MSE_{MIN}$ : 0.01; $Gradiente_{MIN}$ : 0.00001)	Configuração
Variáveis de Entrada	TrbAB e pHAC
Tamanho dos Exemplos de Entrada x Quantidade de Neurônios da Camada Escondida ( $p \times q$ )	9 x 12
Atrasos Aplicados às Entradas e à Realimentação da Saída	3

### 3.3 Validação do Modelo

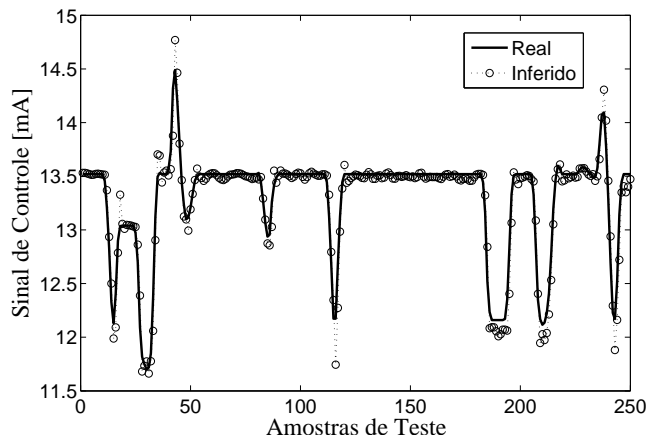
Os resultados principais das etapas de treinamento, validação e teste final do modelo são apresentados na Tabela 4.

**Tabela 4** – Resultados Principais Treinamento, Validação e Teste

Rede NARX	Época Ótima	$MSE$ Ótimo - Treinamento	$MSE$ Ótimo - Validação	$MSE$ Ótimo - Teste Final
1	23	0.0353	0.0325	0.0303
2	63	0.0204	0.0202	0.0221

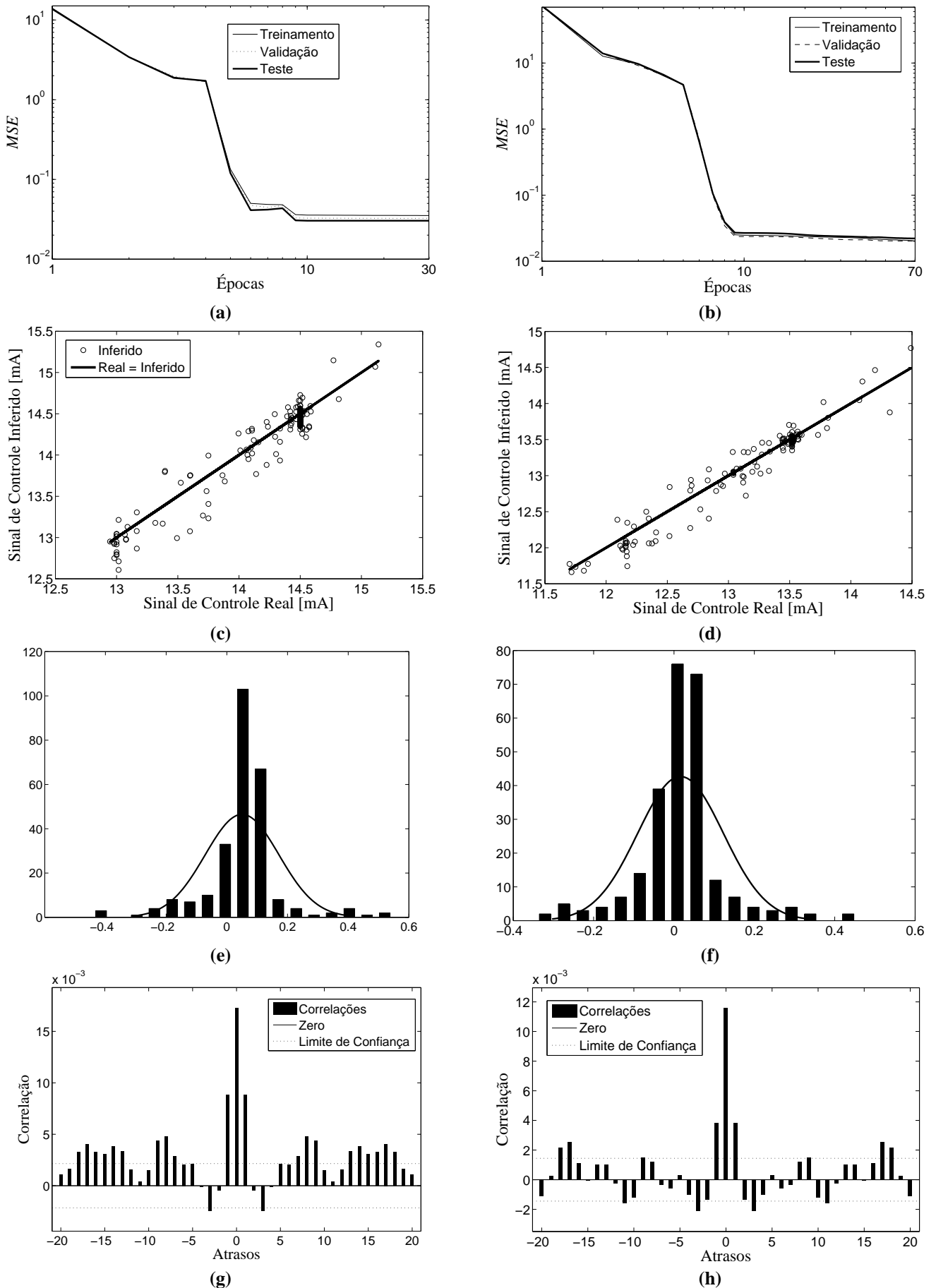


(a)



(b)

**Figura 5** – Saída do Modelo: Inferência dos Sinais de Controle de Dosagem de PAC (a) e Pol (b)



**Figura 6** – MSE Sinais de Controle PAC (a) e Pol (b), Dispersão Sinais Real x Estimado PAC (c) e Pol (d), Histograma dos Residuais de Saída PAC (e) e Pol (f) e Autocorrelação dos Residuais de Saída PAC (g) e Pol (h).

Os gráficos de Dispersão do Sinal Real x Estimado, Histograma do Sinal Residual da Saída e o de Auto-correlação do Sinal Residual da Saída, apresentados na Figura 6, validam o bom desempenho de aproximação pelo modelo neural proposto na tarefa de inferência realizada, demonstrada nos gráficos da Figura 5.

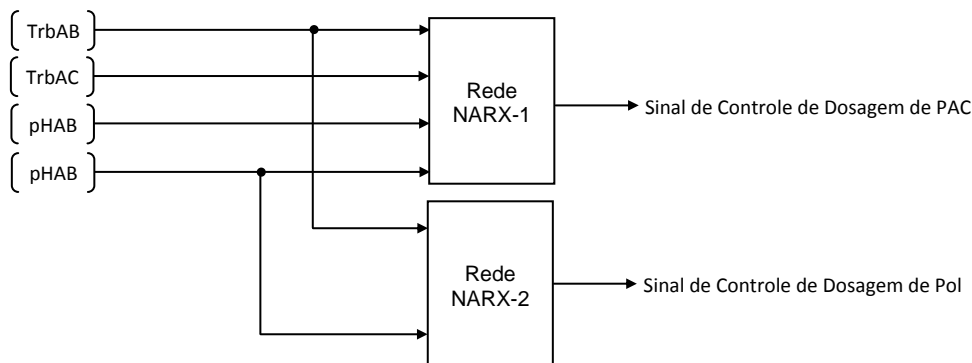


Figura 7 – Esquema Geral do Modelo Proposto.

## 4 Conclusões

Os resultados obtidos na etapa de validação do modelo para inferência dos sinais de controle de dosagem de coagulante PAC e coagulante auxiliar Pol através das variáveis de entrada Turbidez e pH de água bruta e coagulada, evidenciam a possibilidade de sua utilização em substituição à instrumentação e hardware de monitoramento e controle de dosagem de coagulantes convencionalmente utilizados. Os resultados demonstram o bom desempenho de aproximação apresentada pelo modelo neural proposto, apresentando a possibilidade de garantia da qualidade da água tratada dentro dos padrões estabelecidos pela portaria 518/2004 [2] do Ministério da Saúde. O principal benefício proporcionado pela implantação do modelo será a redução de custos de projeto e montagem de sistemas convencionais para monitoramento e controle de coagulação química em Estações de Tratamento de Água. Os resultados impulsionam para a próxima etapa do trabalho: a validação do modelo em campo na bancada piloto da Estação de Tratamento de Água do Gavião

## 5 Referências

- [1] Bernardo, Luiz D. Bernardo, Ângela D. Métodos e Técnicas de Tratamento de Água, **Rima**, Vol 1, (2005), 5 – 39, 167 – 251.
- [2] Portaria 518, **Governo Federal do Brasil, Ministério da Saúde, Secretaria de Vigilância Sanitária, Coordenação Geral de Vigilância em Saúde Ambiental**, (2004).
- [3] Bernardo, Luiz D. Brandão, Cristina C. S. Heller, L. Tratamento de Águas de Abastecimento por Filtração em Múltiplas Etapas, **PROSAB**, (1999), cap 3.
- [4] Bernardo, Luiz D. Filtração Direta Aplicada a Pequenas Comunidades, **PROSAB**, (2003), 134 – 136.
- [5] Tchobanoglous, G. Schoroder, E. D. Water Quality – Characteristics, Modeling, Modification, **Addison-Wesley Publishing Company**, (1987), 577 – 582.
- [6] Amirtharajah, A. M. K. M. Rapid-Mix Design for Mechanisms of Alum Coagulation, **J. AWWA**, Vol 74, No. 4, (1982), 20 – 216.
- [7] Fortuna, L. Graziani, S. Rizzo A. Xibilia, M. G. Soft Sensors for Monitoring and Control of Industrial Processes, **Springer**, (2007), 27 – 142.
- [8] Curve Fitting Toolbox, User's Guide, **The MathWorks, Inc**, section 2, (2002), 1 – 4.
- [9] Haykin, S. Redes Neurais, Princípios e Prática, **Prentice Hall, Inc**, (1999), 183 – 240.
- [10] Barreto, G. de A. Perceptron Multicamadas e o Algoritmo de Retropropagação do Erro, **Notas de Aula**, [http://www.deti.ufc.br/~guilherme/TI016/mlp\\_backprop.pdf](http://www.deti.ufc.br/~guilherme/TI016/mlp_backprop.pdf), (2007), acessado em 27/06/2011.
- [11] Braga, A. de P. Carvalho, A. P. de L. F. de. Ludemir, T. B. Redes Neurais Artificiais: Teoria e Aplicações, **LTC S.A.** (2000), 217 – 228.
- [12] Zanata, D.R.P. Desenvolvimento De Sensor Virtual Empregando Redes Neurais Para Medição Da Composição Em Uma Coluna De Destilação, **Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da USP - São Paulo**, (2005).
- [13] Hagan, M.T. Menhaj, M.B. Training Feedforward Networks with the Marquardt Algorithm, **IEEE Transactions On Neural Networks**, Vol 5, (1994), 989-993.
- [14] Warne, K. Prasad, G. Rezvani, S. Maguire, L. Statistical and computational intelligence techniques for inferential model development: a comparative evaluation and a novel proposition for fusion, **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Vol 17, (2004), 871-885.