

# Avaliação de Habilidade Cognitiva em Sistemas Adaptativos Utilizando Lógica Fuzzy e Teoria da Resposta ao Item

Rodrigo Euclides Carneiro, Bruna Cavalcanti Galle de Aguiar, Fernando B.L. Neto  
Escola Politécnica de Pernambuco  
Universidade de Pernambuco (UPE)  
Recife-PE-Brasil  
{rec,bcga,fbln}@ecom.poli.br

Denis Silva da Silveira  
Universidade Federal de Pernambuco  
Recife – PE - Brasil  
dsilveira@ufpe.br

**Abstract—** O uso de sistemas adaptativos com objetivo educacional vem crescendo juntamente com o uso da Internet e do *e-learning*. Atualmente, eles representam um avanço em relação aos sistemas de tutoria tradicionais, pois proporcionam uma instrução personalizada, superando assim alguns dos problemas mais críticos dos atuais *softwares* educativos. Neste artigo é proposta uma melhoria no mecanismo inteligente de avaliação utilizando lógica difusa para a melhora da modelagem do perfil cognitivo do aprendiz em relação à abordagem baseada na teoria da resposta ao item, resultando em uma melhor adaptação do conteúdo ao ritmo do aluno.

**Keywords—** *e-learning*, *Sistemas Tutores Inteligentes*, *modelagem do aluno*, *Lógica Fuzzy*.

## I. INTRODUÇÃO

A popularização da Internet e o crescimento do uso da Educação a Distância (EAD) alavancou a demanda por treinamentos mais elaborados em praticamente todas as áreas do conhecimento. Com a impossibilidade de adotar uma metodologia em que cada professor teria apenas um aprendiz, a utilização de um sistema multimídia baseado em computação inteligente e com características de uma instrução personalizada seria extremamente indicada. Esse sistema, então, estaria disponível na Internet e serviria para preencher a lacuna encontrada na formação dos aprendizes.

Os sistemas hipermídia adaptativos combinam ideias dos sistemas hipermídia e dos sistemas tutores inteligentes [1][2]. Ou seja, sistemas que sabem o que ensinar (conteúdo) para quem ensinar (modelagem do aluno) e como ensinar (estratégias pedagógicas ou de ensino)[3].

Para atingir uma satisfatória adaptação do conteúdo ao aprendiz, faz-se necessário a criação de uma representação computacional de seu conhecimento no sistema. Este processo, conhecido como Modelo do Usuário (MU), é determinante para o acompanhamento e desempenho do aluno e, consequentemente, a efetividade do treinamento. Na literatura existem diversas técnicas para MU, dentre elas, destacam-se Redes Bayesianas (RB) [4][5] e Redes Neurais Artificiais (RNA) [6]. Porém, a incerteza, inerente ao próprio aprendiz, dificulta ainda mais a modelagem do seu perfil

cognitivo [1]. Uma melhor análise desta incerteza pode contribuir para uma modelagem mais precisa do perfil cognitivo do aprendiz e, conseqüentemente, uma melhor adaptação do treinamento. Neste trabalho se utiliza a lógica difusa [11] associada à abordagem baseada na teoria da resposta ao item [7][9]. Assim o objetivo principal do trabalho é contribuir no processo de modelagem do perfil cognitivo do aprendiz.

A fim de testar a abordagem de modelagem proposta, foram realizados experimentos com usuários no mesmo nível de aprendizado, ou seja, o ensino médio completo e os resultados foram devidamente analisados por meio de testes estatísticos.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### A. *Sistemas Hipermídia Adaptativos*

Sistemas Hipermídia Adaptativos (SHA) [1] são sistemas capazes de se adaptarem aos usuários. Quando usados com foco educacional, combinam ideias de sistemas hipermídia e sistemas tutores. Comumente, os SHAs são constituídos pelos seguintes componentes [1]:

- Modelo do Usuário (MU): Componente responsável por representar o conhecimento do usuário do sistema. Essas informações são necessárias para a adaptação do conteúdo;
- Modelo de Adaptação (MA): Responsável pela escolha das táticas e estratégias pedagógicas que serão aplicadas para o treinamento conforme os dados obtidos a partir do estado atual do MU;
- Modelo Domínio (MD): É o módulo especialista do sistema, responsável por gerenciar todo material instrucional que será apresentado ao aprendiz;
- Modelo Interface (MI): Representa o mecanismo de interação entre o SHA e os usuários.

A partir da interação do usuário com o MI é possível criar sua representação de conhecimento no MU, o que possibilita que os conteúdos do MD possam ser adaptados pelo MA. Portanto, a MU é fundamental para uma boa adaptação do sistema e por esse motivo é crescente alvo de estudo.

## B. Teoria da Resposta ao Item

A Teoria da resposta ao item (TRI) é uma modelagem estatística usada geralmente para avaliação de habilidades e conhecimento em testes de múltiplas escolhas. Entre os modelos utilizados pela TRI, destaca-se o Modelo Logístico de 3 Parâmetros (ML3P). Nele, os itens são tratados de forma dicotômica (corrigidos como certo ou errado) [7].

No ML3P, cada questão é representada por uma curva característica, Figura 1, e a probabilidade de um indivíduo com habilidade  $\theta$  responder corretamente ao item é dada por (1).

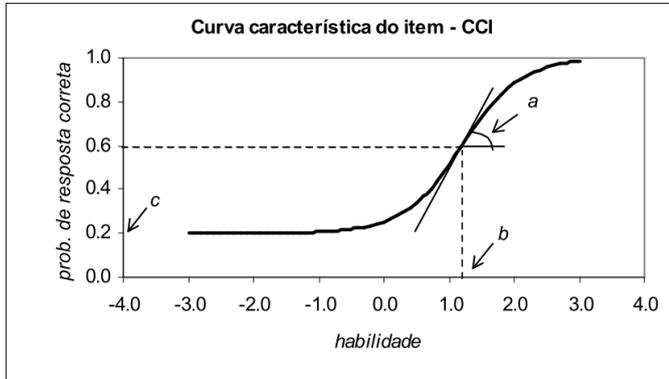


Figura 1. Curva característica de uma questão (item) com os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  [7].

$$P_i(\theta) = P(U_i = 1|\theta) = c_i + \frac{1-c_i}{1+e^{-Da_i(\theta-b_i)}}, \quad (1)$$

onde, na equação 2, os coeficiente  $b$ ,  $a$ ,  $c$  e  $D$  representam, respectivamente, o grau de dificuldade, a discriminação, a probabilidade de acerto ao acaso e o fator de escala. Já a habilidade dos indivíduos é representada por  $\theta$  [8]. Dessa forma, devido à natureza acumulativa do modelo, a probabilidade de um usuário responder corretamente um item aumenta com o aumento de suas habilidades.

A estimativa da habilidade do aluno  $\theta$  é obtida a partir do método *Expected a Posteriori* (EAP)[9], que pode ser escrito combinando a função de verossimilhança dada por (2) e a distribuição a priori. Utilizando o procedimento conhecido como Quadratura Gaussiana para a solução das integrais, resulta na equação (3).

$$L(\theta_j; u_1, \dots, u_n) = \prod_{i=1}^n P_{ji}(\theta_j)^{u_i} [1 - P_{ji}(\theta_j)]^{1-u_i}, \quad (2)$$

onde:

$\theta_s$  é a habilidade estimada na interação  $s$ ;

$a_i$  é o parâmetro de discriminação do item  $i$ ;

$u_i$  é a resposta de aluno no item  $i$ ;

$$\begin{cases} u_i = 1 \text{ para resposta correta;} \\ u_i = 0 \text{ para resposta errada;} \end{cases}$$

$P_i(\theta_s)$  é a probabilidade do aluno responder corretamente o item  $i$  dada sua habilidade  $\theta$  na interação  $s$ .

$Q_i(\theta_s) = 1 - P_i(\theta_s)$  é a probabilidade do aluno não responder corretamente o item  $i$  dada sua habilidade  $\theta$  na interação  $s$ .

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{j_{u_1, \dots, u_{k-1}}}^{EAP} &= \frac{\int_R \theta_j L(\theta_j; u_1, \dots, u_{k-1}) g(\theta_j) d\theta_j}{\int_R L(\theta_j; u_1, \dots, u_{k-1}) g(\theta_j) d\theta_j} \\ &\approx \frac{\sum_{t=1}^q X_t L(X_t; u_1, \dots, u_{k-1}) A_t \Delta_t^{-1}}{\sum_{t=1}^q L(X_t; u_1, \dots, u_{k-1}) A_t \Delta_t^{-1}}, \end{aligned} \quad (3)$$

em que  $X_t$  representa os pontos de quadraturas,  $t = 1, \dots, q$ ;  $A_t$ , o peso associado a  $X_t$ ;  $\Delta_t$ , o comprimento do intervalo.

Na TRI, cada questão (item) tem seus parâmetros ( $a$ ,  $b$  e  $c$ ) estimados por meio de métodos estatísticos descritos e aceitos na literatura [7][9]. E com isso a dificuldade do item e a habilidade do aprendiz passam a ser medidas com a mesma "régua". Por exemplo, um aprendiz com habilidade 1.5 terá maior probabilidade de acertar uma questão cuja dificuldade seja 1.2. Por essas razões é hoje amplamente utilizado nos exames nacionais brasileiros promovidos pelo Ministério da Educação.

Como a TRI avalia a habilidade do usuário levando em consideração todas as suas respostas anteriores, é possível que dois aprendizes que tiverem a mesma quantidade de acertos possuam pontuações diferentes. Por exemplo, em uma prova de dez questões, um aluno que acertou cinco, sendo a maioria questões fáceis, teria uma pontuação maior que um segundo aprendiz que acertou a mesma quantidade de questões, porém sendo a maioria questões difíceis. A incoerência pedagógica do segundo aprendiz é entendida pela TRI como um acerto ao acaso. Portanto, seu acerto não tem tanto valor quanto o primeiro. Diferente da teoria clássica dos testes (TCT), a TRI não se pergunta quantos itens o aprendiz acertou e sim por que ele acertou ou errou cada item individualmente [10]. Neste trabalho também subscrevemos essa avaliação qualitativa.

Devido à parametrização dos itens, é possível, por exemplo, comparar o desempenho de usuários que fizeram provas diferentes. Tal característica foi decisiva para sua escolha em provas como o *Test of English as a Foreign Language* (TOEFL) e Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

## C. Lógica Fuzzy

A lógica difusa (LD) é a lógica baseada na teoria dos conjuntos nebulosos (conjuntos *fuzzy*), formalizada pelo Prof. Lotfi Zadeh [11] em 1965 com o objetivo de manipular a incerteza da informação. Utiliza regras compostas com variáveis linguísticas, o que torna mais intuitiva e realística a modelagem do sistema [12]. Portanto altamente alinhada com a demanda do objetivo deste trabalho

Segundo Zadeh, a função de pertinência de um elemento varia entre 0 e 1 e representa o quanto este elemento pertence a um determinado conjunto, sendo 1 quando ele pertence completamente e 0 quando não pertence ao conjunto. Qualquer valor intermediário indica pertinência parcialmente compatível com o conjunto. Portanto uma generalização à teoria dos conjuntos como foi proposta por Aristóteles.

Um conjunto  $X$  da teoria dos conjuntos clássica pode ser entendido como um conjunto difuso específico, denominado usualmente de “crisp”, para o qual  $A \mu_A : U\{0,1\}$ , ou seja, a pertinência é do tipo “tudo ou nada”, “sim ou não”, e não gradual, como para os conjuntos *fuzzy* [13].

Controladores Baseados em Lógica Difusa (CBLD) utilizam regras no formato ‘Se <premissa> Então <conclusão>’. Essas regras almejam representar a experiência humana, intuição e heurística para solucionar um problema com uma rotina [11]. A Figura 2 ilustra a arquitetura presente em sistemas com CBLD.

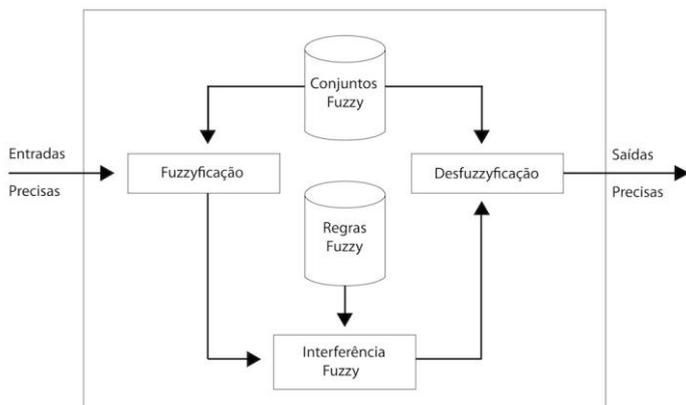


Figura 2. Arquitetura genérica de um sistema difuso [14].

Um CBLD possui ao menos 3 etapas: (i) a *Fuzzyficação*, (ii) o Mecanismo de Inferência e (iii) a *Defuzzyficação*. O fluxo da informação ocorre segundo os passos abaixo:

- Uma entrada numérica precisa é informada ao controlador.
- Durante a etapa de Fuzzyficação, o valor numérico de entrada é convertido em graus de pertinência. A Figura 3 representa um mapeamento de uma variável numérica em 3 conjuntos difusos: Negativo, Zero e Positivo. Para exemplificar, quando se utiliza um valor de entrada -1, ele pertencerá 50% ao conjunto Negativo e 50% ao conjunto Zero. Segundo [15], além de funções triangulares, pode-se também utilizar funções *Gaussianas*.

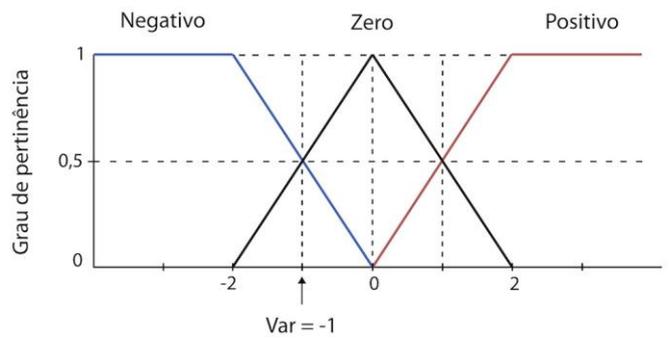


Figura 3. Mapeamento de Variável de Entrada em Graus de Pertinência.

- Na etapa do Mecanismo de inferência, são utilizados os graus de pertinência da etapa anterior no processamento de inferência das regras que descrevem a solução do problema. Assim, cada regra terá seu valor de conclusão relacionado com sua compatibilidade dos dados e regras [13] e seus valores computados geram os graus de pertinência de saída.
- Por fim, os graus de pertinência de saída são passados para a etapa de *Defuzzyficação* e transformados novamente em um valor numérico preciso, que será a saída de nosso CBLD.

Exemplificado: na Figura 4, o processo de *Defuzzyficação* usa os graus de pertinência de saída para formar o polígono necessário para calcular seu centro de massa, e a abscissa deste ponto representará o valor de saída preciso.

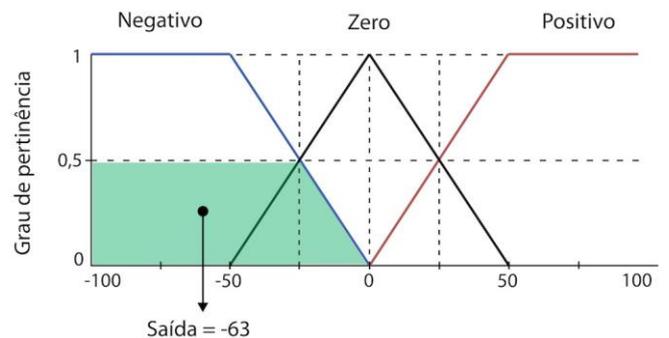


Figura 4. Exemplo de *defuzzyficação* utilizando o cálculo do Centro de Massa do polígono a partir dos graus de pertinência de saída.

A lógica difusa, devido às características aqui brevemente explicadas, torna-se indicada em sistemas adaptativos principalmente para servir de interface de representação do usuário, etapa imprescindível do mecanismo de adaptação.

### III. MODELO PROPOSTO

Para a adequada modelagem do perfil cognitivo de um aprendiz com a abordagem proposta, torna-se central investigar o impacto da utilização da lógica *fuzzy* no mecanismo adaptativo de um SHA que faz uso da TRI. Uma melhoria na modelagem do usuário representa uma muito provável melhor adaptação do conteúdo ao usuário e conseqüentemente, um aumento na qualidade do sistema (tutor). As principais partes do sistema proposto estão descritas a seguir.

#### A. Mecanismo *fuzzy*

O tempo que o aprendiz utilizou para responder cada questão e sua dificuldade são utilizados como entrada em um mecanismo *fuzzy* que tem como objetivo penalizar respostas aleatórias.

Utilizando o parâmetro  $b$  da ML3P de cada item, pode-se classificar uma questão em “Dificuldade Fácil (D\_F)”, “Dificuldade Médio (D\_M)” e “Dificuldade Difícil (D\_D)” com os conjuntos de pertinência, ilustrado na Figura 5. Para cada questão, são estimados o tempo médio de resposta e o desvio padrão. A partir desses dados, foram definidos conjuntos difusos representando o tempo de resposta e classificados em “Tempo Muito Rápido (T\_MR)”, “Tempo Rápido (T\_R)”, “Tempo Normal (T\_N)”, “Tempo Lento (T\_L)” e “Tempo Muito Lento (T\_ML)”, Figura 6.

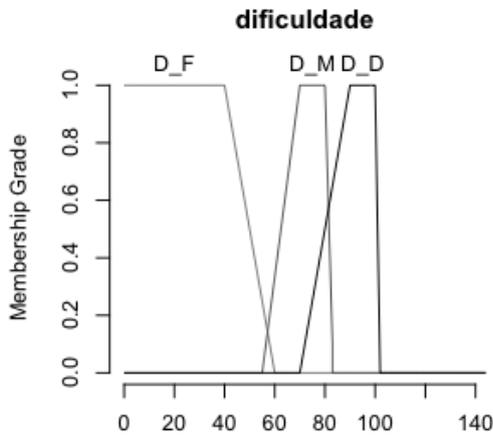


Figura 5. Exemplo de conjuntos difusos utilizados.

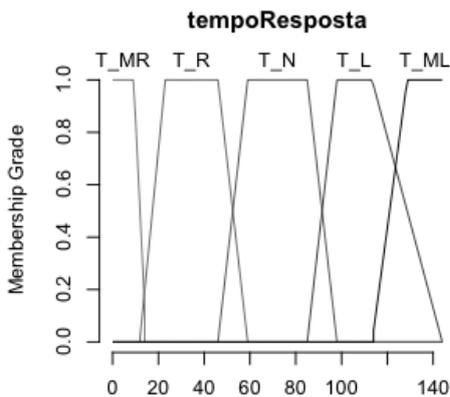


Figura 6. Exemplo de conjuntos difusos utilizados.

O controlador *fuzzy* proposto calcula o valor da penalização do aluno utilizando os conjuntos difusos de saída “Penalização Não Penaliza (P\_NP)”, “Penalização Penaliza Pouco (P\_PP)”, “Penalização Penaliza (P\_P)” e “Penalização Penaliza Muito (P\_PM)”, apresentados na Figura 7 e as regras *fuzzy* apresentadas na Tabela I.

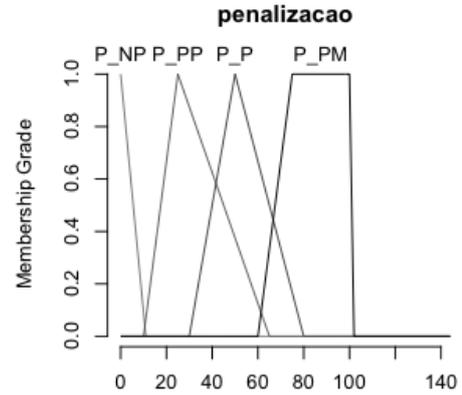


Figura 7. Exemplo de conjuntos difusos de saída utilizados.

TABELA I. REGRAS FUZZY UTILIZADAS

Dificuldade	Tempo Resposta				
	T_MR	T_R	T_N	T_L	T_ML
D_F	P_PM	P_NP	P_NP	P_P	P_PM
D_M	P_PM	P_P	P_NP	P_P	P_PM
D_D	P_PM	P_P	P_NP	P_P	P_P

Portanto, um aprendiz que responde corretamente uma questão classificada como “difícil” em um tempo “rápido”, terá o parâmetro  $c$  da ML3P, que corresponde à probabilidade de acerto ao acaso, acrescido da saída do mecanismo *fuzzy*. Como o cálculo da habilidade do aprendiz leva em consideração a probabilidade de acerto de cada item utilizando o ML3P, significa que o acerto da questão contribuirá menos para sua pontuação final. O mesmo acontece quando uma questão considerada “fácil” é respondida em um tempo “lento”.

Com isso, o parâmetro  $c$  da ML3P que geralmente é 1 sobre a quantidade de respostas do item é incrementado da saída do CBLD onde o novo valor,  $C_{fuzzy}$ , é aplicado, conforme pode ser observado pela equação (4).

$$P_i(\theta) = P_i(U_i = 1|\theta) = C_{fuzzy} + \frac{1 - C_{fuzzy}i}{1 + e^{-Da_i(\theta - b_i)}} \quad (4)$$

Por exemplo, um item cujo seu parâmetro  $b$  é convertido na variável linguística “D\_D” e o tempo de resposta convertido em “T\_MR” dispararia a seguinte regra do controlador *fuzzy*:

#### Regra:

IF dificuldade IS “D\_D” AND tempoResposta IS “T\_MR”  
THEN penalizacao IS “P\_PM”

Tal regra é analisada no processo de inferência *fuzzy* e os conjuntos *fuzzy* de saída convertidos em valor numérico no processo de defuzzificação utilizando o método do centro de massa. O valor obtido é somado ao parâmetro *c* do item, aumentando a probabilidade de acerto ao acaso do item em caso de resposta incoerente.

### B. Aplicação Experimental

Foi proposto um estudo empírico do tipo experimento voluntário, que teve como objetivo analisar a eficiência do mecanismo *fuzzy* ora descrito em sistemas adaptativos com foco educacional em relação aos que utilizam apenas teoria da resposta ao item (TRI).

Para o experimento, foram utilizados conteúdos do ensino médio da disciplina de história, onde cada item possui 5 alternativas de resposta. O tempo médio de resolução de cada item foi medido com 8 usuários e calculado seu desvio padrão que será utilizado pelo CBLD.

Os parâmetros dos itens, referentes ao ML3P, não foram calibrados, devido à falta de turmas disponíveis para a aplicação das questões e foram obtidos empiricamente. A Tabela II ilustra os parâmetros do ML3P utilizados em cada item além do seu tempo médio e desvio padrão.

TABELA II. PARÂMETROS DO ITENS

Item	Parâmetros					Tempo médio	Desvio Padrão
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>			
1	1	1.2	0.2	1.0		49 s	27 s
2	1.2	0.5	0.2	1.0		71 s	25 s
3	1.5	2.0	0.2	1.0		84 s	25 s
4	1	1	0.2	1.0		54 s	2 s
5	1	0	0.2	1.0		72 s	26 s
6	1.3	1	0.2	1.0		65 s	34 s
7	1.7	2.5	0.2	1.0		96 s	47 s
8	1.5	2.0	0.2	1.0		107 s	26 s
9	1.5	2.5	0.2	1.0		126 s	42 s
10	1.2	1.5	0.2	1.0		41 s	13 s

O experimento foi aplicado em um outro grupo de 47 aprendizes com o mesmo nível de escolaridade, o ensino médio completo. Depois de responder todos os itens, Figura 8, o aprendiz era questionado em quais perguntas ele respondeu baseado em seu conhecimento e quais ele respondeu de forma aleatória, Figura 9. A pontuação de cada aprendiz foi calculada de duas formas diferentes, a primeira utilizando a TRI e a segunda utilizando o mecanismo *fuzzy* além da TRI.

<b>1</b>	O movimento representado da imagem, do início dos anos 90, arrebatou milhares de jovens no Brasil. Nesse contexto, a juventude, movida por um forte sentimento cívico,
<b>A</b>	aliou-se aos partidos de oposição e organizou as campanhas Diretas Já.
<b>B</b>	manifestou-se contra a corrupção e pressionou pela aprovação da lei da Ficha Limpa.
<b>C</b>	engajou-se nos protestos relâmpagos e utilizou a internet para agendar suas manifestações.
<b>D</b>	espelhou-se no movimento estudantil de 1968 e protagonizou ações revolucionárias armadas.
<b>E</b>	tornou-se porta voz da sociedade e influenciou no processo de impeachment.

Figura 8. Exemplo de um item utilizado na pesquisa.

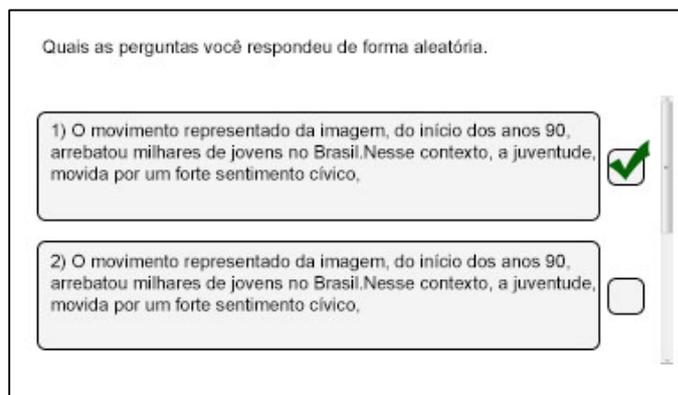


Figura 9. Exemplo de um item selecionado por ter sido respondido de forma aleatória.

A hipótese **h1** é que o mecanismo *fuzzy* proposto consegue reconhecer respostas ao acaso penalizando a avaliação de habilidade do aprendiz, o que melhora a adaptação e, conseqüentemente, a qualidade de treinamentos adaptativos. Enquanto, a hipótese nula **h0** representa a igualdade dos resultados das duas técnicas.

## IV. RESULTADOS

Durante o experimento, foram armazenados de cada participante a quantidade de acertos e quantos destes acertos ele afirmou ter realizados ao acaso, além de sua nota calculada utilizando a TRI e também com o mecanismo proposto baseado em lógica difusa. O resultado da habilidade de cada aluno foi normalizado e multiplicado por 10 para que seu valor seja entre zero e dez. A Tabela III apresenta alguns exemplos de valores obtidos.

Foi aplicado aos conjuntos de respostas o teste estatístico de normalidade *Shapiro-Wilk* obtendo para o conjunto TRI os valores  $W = 0.9733$ ,  $p\text{-value} = 0.2578$  e para o conjunto TRI\_FUZZY  $W = 0.9788$ ,  $p\text{-value} = 0.4376$  o que garantem sua normalidade. Porém, sua variância foi avaliada com o teste *F* obtendo como resultado  $F = 1.7273$  e  $p\text{-value} = 0.04695$  o que garante que os conjuntos não possuem a mesma variância. Por causa disso, foi aplicado o teste da Soma dos Postos de *Wilcoxon*, obtendo como resposta  $W = 2291$ ,  $p\text{-value} = 3.3e-06$ , o que nos garante com 95% de confiança que as medianas não são estatisticamente iguais, aceitando nossa hipótese alternativa **h1**.

TABELA III. EXEMPLO DE RESULTADO OBTIDO

Amostra	Parâmetros			
	Total de Acertos	Acertos aleatórios	Habilidade TRI	Habilidade TRI + Fuzzy
1	6	3	5.711	4.759
2	5	1	4.802945	2.761205
3	8	3	7.179886	3.299965

Para cada participante foi verificado qual nota seria mais próxima do seu conhecimento real, calculando a diferença entre o total de acertos e os acertos aleatórios e comparando com as duas notas obtidas. Foi escolhida a métrica que apresentasse menor diferença. Exemplo, o primeiro

participante da Tabela III obteve 6 acertos sendo 3 aleatórios, portanto, com 3 acerto reais, sua habilidade seria melhor representada pela métrica “TRI + FUZZY” por apresentar menor diferença absoluta.

Calculando para os 47 participantes, verificamos que 15 deles teriam suas habilidades cognitivas melhor representadas pela TRI, enquanto 32 se aproximaram mais do modelo proposto, o que representa 68% em favor da nova proposta de avaliação.

## V. CONCLUSÃO

Um aprendiz possui várias características e, no que se refere a *e-learning*, é desejável que o conteúdo a ser ensinado adapte-se as particularidades de cada um deles.

Sistemas adaptativos baseiam-se no conhecimento atual do aluno para adaptar o curso e uma melhora na avaliação de habilidades tende a melhorar o poder de adaptação, aumentando assim a qualidade do sistema. Devido a isso, este artigo propôs investigar o impacto da utilização da lógica *fuzzy* no mecanismo adaptativo de um SHA que faz uso da TRI. Sua principal característica é checar se a utilização da lógica difusa representa uma otimização na modelagem do perfil do aluno quando comparada ao método que leva apenas em consideração a TRI.

Como pode ser observado pelos resultados obtidos, o mecanismo *fuzzy* reconhece as respostas consideradas ‘chutes’, penalizando a avaliação da habilidade do aprendiz e, por causa disso, melhora a adaptação do conteúdo e, conseqüentemente, a qualidade dos sistemas adaptativos. Devido às características da TRI, descritas anteriormente, torna-se possível a aplicação do mecanismo proposto em todos os domínios os quais seja possível avaliar aprendizes utilizando testes de múltipla escolha.

Em trabalhos futuros, pretende-se incrementar a modelagem do perfil cognitivo do aprendiz com outras dimensões cognitivas. Entre elas estão estilos de aprendizagem e preferências pessoais. Pretende-se também utilizar agentes pedagógicos com intuito acompanhar e reagir de forma motivadora ao desempenho do aprendiz. E por fim

integrar ao processo de avaliação aqui descrito, arcsos cibernéticos que permitam calibração automática.

## REFERENCES

- [1] P. Brusilovsky, “Adaptive Hypermedia,” *User Modeling and User-Adapted Interaction*, vol. 11, no. 1, pp. 87–110, 2001.
- [2] P. Brusilovsky and W. Nejdl, “Adaptive hypermedia and adaptive web,” in *Practical Handbook of Internet Computing*, M. P. Singh, Ed. CRC Press, 2003.
- [3] Silva, A., “TUTA – Um Tutor Baseado em Agentes no Contexto do Ensino a Distância,” UFPB, 2000.
- [4] C. Conati and A. Gertner, “Using Bayesian Networks to Manage Uncertainty in Student Modeling,” *International Journal of User Modeling and User-Adaptive Interaction*, pp. 1–44, 2002.
- [5] Y. Nouh, K. P., and R. Nadarajan, “Intelligent Tutoring System-Bayesian Student Model,” *2006 1st International Conference on Digital Information Management*, pp. 257–262, Apr. 2007.
- [6] F. N. Borges, W. Martins, L. C. Brito, H. Pedro, S. Palhares, F. H. T. Vieira, T. Base, and C. De Leitura, “Sistema Tutor Inteligente para o Aperfeiçoamento da Compreensão de Leitura : Uma Abordagem Por Rede Neural,” in *10Th Brazilian Congress on Computational Intelligence (Cbic’2011)*, 2011, pp. 1–8.
- [7] D. F. De Andrade, H. R. Tavares, and R. da C. Valle, *Teoria da Resposta ao Item : Conceitos e Aplicações*. Associação Brasileira de Estatística, 2000.
- [8] D. Spennatto and P. G. Kinas, “Teoria da Resposta ao Item : estimação dos parâmetros pelos métodos de Amostragem por Importância Adaptativa e Monte Carlo via Cadeias de Markov,” in *CNMAC*, 2010, pp. 1004–1005.
- [9] F. B. Baker, *The Basics of Item Response Theory*. Heinemann, 2001, p. 180.
- [10] L. Pasquali and R. Primi, “Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item – TRI,” *Avaliação Psicológica*, no. 2, pp. 99–110, 2003.
- [11] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Information and Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, 1965.
- [12] W. Pedrycz, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. John Wiley & Sons, 1993, p. Research Studies Press Ltd.–Taunton\Somerset.
- [13] S. Sandri, “Lógica Nebulosa,” in *Escola De Redes Neurais Conselho Nacional De Redes Neurais*, ITA, 1999, pp. c073–c090.
- [14] A. N. P. Boente, “Um Modelo Fuzzy para Avaliação da Qualidade de Produtos de Software e da Satisfação dos Gerentes de Projetos numa Fundação Pública Estadual,” UNIVERSIDADE ESTÁCIO DE SÁ, 2009.
- [15] L. X. Wang, *A course in fuzzy systems and control*. Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA, 1996, pp. 118–127.