

## Controle de Robôs Móveis via Modos Deslizantes e Redes Neurais

Vinícius M. de Oliveira<sup>1</sup>, Edson R. de Pieri<sup>1</sup>, Walter F. Lages<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Depto. de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina  
CP 476, 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil

<sup>2</sup>Depto. de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Av. Osvaldo Aranha, 103, 90035-190 Porto Alegre, RS, Brasil  
E-mails: vinicius@ieee.org, edson@lcmi.ufsc.br, w.fetter@ieee.org

### Abstract

*The complete model of a mobile robot can be divided into kinematics and dynamics. To take advantage from this fact, a combined controller of a sliding mode kinematic controller with a neural network computed-torque dynamic controller is proposed. The proof of stability is based on the Lyapunov theory. Concerning with Brockett's theorem, the kinematic controller fulfills the requirements and the robot can be stabilized in a desired posture. Experimental real-time results are presented.*

### 1. Introdução

A grande maioria dos trabalhos encontrados na literatura sobre controle de robôs móveis não-holonômicos considera simplesmente a cinemática, tanto pelo fato da não-holonomicidade do modelo se dar por restrições geométricas quanto pelo fato dos parâmetros relacionados serem dependentes apenas da geometria do robô, podendo serem determinados, de modo acurado, por meio de medições ou procedimentos de calibração [1].

Já o modelo dinâmico, por sua vez, apresenta uma maior dificuldade na determinação dos parâmetros envolvidos. Tais parâmetros podem variar, por exemplo, devido a alterações na massa da carga útil, consumo de combustível, etc. Estas variações, quando se considera robôs pequenos, podem ser negligenciadas; entretanto, quando se utiliza robôs maiores, tal desconsideração pode acarretar uma grande degradação no desempenho do sistema.

Uma vez que os parâmetros são de difícil medição, uma técnica adaptativa que se apresenta para transpor tal dificuldade são as redes neurais artificiais [2]. Este trabalho apresenta um controlador para um robô móvel não-holonômico que faz utilizar uma malha de controle para a cinemática baseada em modos deslizantes e uma malha de controle para a dinâmica por redes neurais [3].

Como o controle de robôs móveis com acionamento diferencial pode ser realizado pelo cascadeamento do modelo dinâmico com o modelo cinemático, utilizou-se um controlador para cada modelo. Para o controle da cinemática foi utilizado um controlador baseado na técnica de modos deslizantes [4] e para a dinâmica utilizou-se um

controle baseado em redes neurais.

Considera-se como tarefa do robô a estabilização em um ponto qualquer do plano. Esta tarefa exige que a lei de controle satisfaça as restrições impostas por Brockett [5]. Tais restrições são satisfeitas pois a lei de controle é descontínua. Para se mostrar a estabilidade do sistema em malha fechada lança-se mão da teoria de Lyapunov.

### 2. Modelo Dinâmico

O modelo do robô móvel utilizado pode ser obtido utilizando-se o formalismo de Lagrange [6, 7], podendo ser escrito na forma:

$$\mathbf{M}(q)\ddot{q} + \mathbf{V}_m(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + \tau_d = \mathbf{B}(q)\tau - \mathbf{A}^T\lambda \quad (1)$$

onde  $\mathbf{M}(q) \in \mathcal{R}^{n \times n}$  é a matriz de inércia (simétrica e positiva definida),  $\mathbf{V}_m(q, \dot{q}) \in \mathcal{R}^{n \times n}$  é a matriz dos termos de Coriolis,  $F\dot{q} \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  é o vetor dos termos de atrito,  $\tau_d$  denota a perturbação desconhecida limitada, incluindo dinâmicas não-modeladas. A matriz  $\mathbf{B}(q) \in \mathcal{R}^{n \times r}$  é a matriz de transformação da entrada,  $\tau \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  é o vetor de entrada,  $\mathbf{A}(q) \in \mathcal{R}^{m \times n}$  é a matriz de restrições e  $\lambda \in \mathcal{R}^{m \times 1}$  é o vetor das forças de restrição.

Considerando a independência temporal das restrições cinemáticas, é possível escrever:

$$\mathbf{A}(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

Seja  $\mathbf{S}(q)$  uma matriz de posto completo ( $n - m$ ) perpendicular ao espaço nulo de  $\mathbf{A}^T(q)$ , tal que:

$$\mathbf{S}^T(q)\mathbf{A}^T(q) = 0 \quad (3)$$

Com base em (2) e em (3) determina-se uma função  $\vec{v}(t) \in \mathcal{R}^{n-m}$ ,  $\forall t$ :

$$\dot{q} = \mathbf{S}(q)v(t) \quad (4)$$

Diferenciando (4) com relação ao tempo, substituindo em (1), pré-multiplicando por  $\mathbf{S}^T(q)$  e fazendo uso das equações (2) e (3) elimina-se o termo de restrições  $\mathbf{A}^T(q)\lambda$ , resultando em:

$$\overline{\mathbf{M}}\dot{v} + \overline{\mathbf{V}}_m v + \overline{F} + \overline{\tau}_d = \overline{\tau} \quad (5)$$

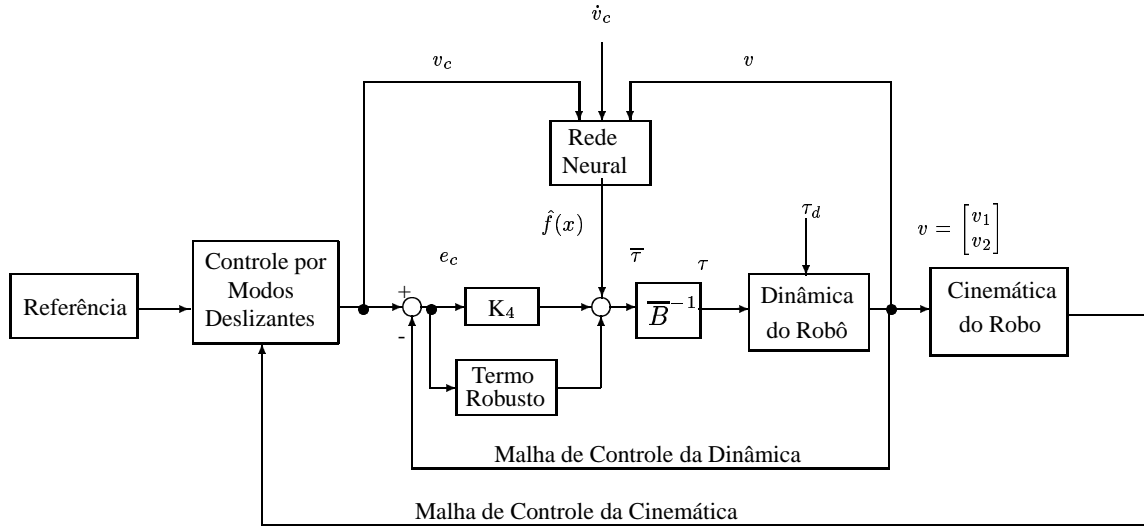


Figura 1: Diagrama de blocos do controlador.

onde:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{M}}(q) &\triangleq \mathbf{S}^T \mathbf{M}(q) \mathbf{S} \\ \bar{\mathbf{V}}_m(q, \dot{q}) &\triangleq \mathbf{S}^T \mathbf{V}_m(q, \dot{q}) \mathbf{S} \\ \bar{\mathbf{F}}(v) &\triangleq \mathbf{S}^T \mathbf{F}(v) \\ \bar{\tau}_d &\triangleq \mathbf{S}^T \tau_d \\ \bar{\tau} &\triangleq \mathbf{S}^T \tau\end{aligned}$$

sendo a matriz  $\bar{\mathbf{M}}$  e a norma de  $\bar{\mathbf{V}}_m$  são limitadas e a matriz  $(\bar{\mathbf{M}} - 2\bar{\mathbf{V}}_m)$  é anti-simétrica.

O modelo completo do robô pode ser descrito em um modelo em cascata do modelo dinâmico (5) com o modelo cinemático (4). É importante destacar que, embora pareça que a equação da cinemática dependa de variáveis geradas pela dinâmica, estas são canceladas nos cálculos ou podem ser obtidas em função de  $v$ .

### 3. Estrutura de Controle

A estrutura de controle proposta é apresentada na figura (1). É possível se observar que nenhum conhecimento prévio da dinâmica do robô é necessário, sendo este conhecimento objeto de aprendizado da rede neural utilizada.

#### 3.1. Malha de Controle da Cinemática

O modelo cinemático referente ao robô utilizado (figura (2)), segundo [7], é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde  $v$  é a velocidade linear do robô e  $\omega$  é a velocidade angular do robô.

O espaço de trabalho é denotado por  $\mathcal{W} \subset \mathbb{R}^2$  e o espaço de configuração é dado por  $\mathcal{C} = \mathcal{W} \times [-\pi, \pi] \in \mathbb{R}^3$ .

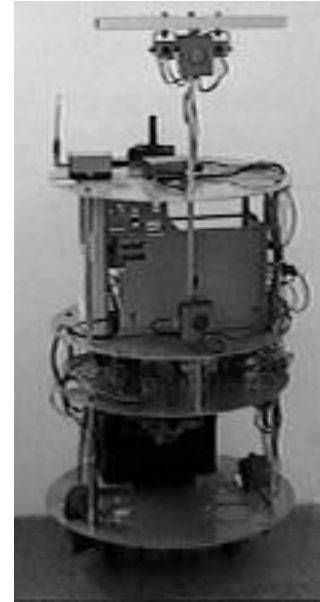


Figura 2: Robô móvel Twil.

Neste esquema de controle as funções de Lyapunov são utilizadas a fim de se garantir a estabilização do sistema numa dada posição. Uma função de Lyapunov deve ser projetada no espaço de trabalho, de tal forma que o gradiente associado apresente primeira derivada limitada  $(\frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x}, \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y}, \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x}$  e  $\frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y})$  a fim de permitir a navegação do sistema às origens dos espaços  $\mathcal{W}$  e  $\mathcal{C}$  simultaneamente [8]. A origem de  $\mathcal{W}$  deve ser o único ponto de equilíbrio (estável) de  $V(x, y)$ . O gradiente  $\varepsilon$  deve satisfazer:

$$\phi_\varepsilon = \text{atan2}(\varepsilon_y, \varepsilon_x) = 0 \quad (7)$$

a fim de se obter a orientação desejada na aproximação à origem de  $\mathcal{W}$ , levando à origem de  $\mathcal{C}$ .

Com o objetivo de garantir um perfeito seguimento ao gradiente, as propriedades de invariância e de redução de

ordem da técnica de modos deslizantes são exploradas. A idéia básica é fazer com que o sistema dinâmico restrinja seu movimento a um *manifold*, denominado de superfície de deslizamento. Tal restrição é obtida pelo direcionamento das trajetórias do sistema para esta superfície por ambos os lados através de diferentes controles  $u^+$  e  $u^-$  [9, 10, 11, 12, 13].

Tendo-se em mente tais características, considera-se uma das linhas do gradiente como sendo a superfície de deslizamento, fazendo com que a velocidade linear do robô esteja colinear com o gradiente. Uma vez que o movimento está restrito invariavelmente a esta superfície, a ordem do sistema fica reduzida e a estabilização pode ser controlada independentemente.

Seja o erro de orientação dado por:

$$\Delta\phi = \phi_\varepsilon - \phi \quad (8)$$

Derivando-se (8) ao longo do tempo obtém-se:

$$\Delta\dot{\phi} = F(x, y, \phi)v - \omega \quad (9)$$

sendo o termo  $F$  dado por:

$$F = \frac{(\varepsilon_x \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial x} - \varepsilon_y \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x}) \cos(\phi) + (\varepsilon_x \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} - \varepsilon_y \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y}) \sin(\phi)}{\|\varepsilon\|^2} \quad (10)$$

Utilizando como entrada de controle:

$$\omega = F(x, y, \phi)v(t) + \xi |\Delta\phi|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\Delta\phi) \quad (11)$$

sendo  $\xi > 0$ , obtém-se convergência de  $\Delta\phi \rightsquigarrow 0$  em um tempo finito [8].

A fim de se garantir a existência do modo deslizante, o termo  $F(x, y, \phi)v(t)$  deve ser limitado. Define-se a entrada de controle  $v$  como:

$$v(t) = -\|\varepsilon\| v^*(t) \quad (12)$$

onde  $v^*(t) > 0$  é uma entrada auxiliar de controle limitada.

O sistema cinemático reduzido é dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \frac{\varepsilon_x}{\|\varepsilon\|} \\ \dot{y} &= v \frac{\varepsilon_y}{\|\varepsilon\|} \end{aligned} \quad (13)$$

e substituindo (12) obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -v^* \varepsilon_x \\ \dot{y} &= -v^* \varepsilon_y \end{aligned} \quad (14)$$

Num primeiro momento pode-se pensar que tal sistema está sujeito às restrições de Brockett mas devido ao fato de se utilizar a superfície de deslizamento, apenas uma das coordenadas precisa ser estabilizada, sendo a restante automaticamente estabilizada pelo seguimento à superfície.

Seja  $V(x, y)$  uma função candidata a função de Lyapunov dada por:

$$V(x, y) = \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \right) \quad (15)$$

com  $a, b > 0$ . A derivada temporal de  $V(x, y)$  é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\partial V}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial V}{\partial y} \dot{y} \\ \dot{V} &= -\|\varepsilon\|^2 v^* \end{aligned} \quad (16)$$

garantindo a estabilidade do sistema.

### 3.2. Malha de Controle da Dinâmica

Nesta seção apresenta-se um controlador que faz uso de redes neurais artificiais. Então, antes de qualquer explicação acerca do funcionamento do controlador, uma pequena explanação sobre redes neurais faz-se necessária.

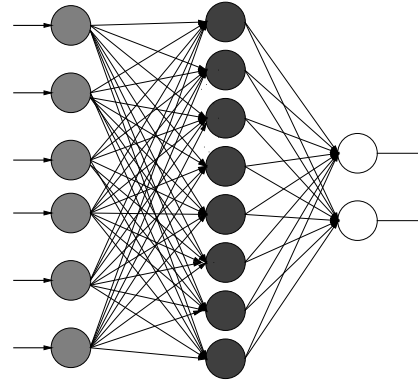


Figura 3: Rede neural multicamada.

A rede utilizada é uma rede neural artificial multicamada (figura (3)) com ajuste *online* dos pesos, constituída por 6 neurônios na camada de entrada, 8 na camada de intermediária e 2 neurônios na camada de saída. Adotou-se como função de ativação a seguinte função sigmóide:

$$\sigma(a) = \frac{1}{1 + e^{-a}} \quad (17)$$

A saída da rede neural é um vetor  $y \in \mathcal{R}^{2 \times 1}$ , expresso por:

$$y(x) = \mathbf{W}^T \sigma(\mathbf{V}^T x) \quad (18)$$

onde  $\mathbf{V} \in \mathcal{R}^{6 \times 8}$  é a matriz de pesos entre a camada de entrada e a camada intermediária;  $\mathbf{W} \in \mathcal{R}^{8 \times 2}$  é a matriz de pesos entre a camada intermediária e a camada de saída e  $x \in \mathcal{R}^{6 \times 1}$  é o vetor de entrada da rede neural.

Uma das características mais importantes das redes neurais é a capacidade de mapear funções não-lineares multivariáveis contínuas [14]. Com base nesta afirmação, sendo  $f(x)$  uma função contínua do  $\mathcal{R}^n \mapsto \mathcal{R}^m$ , é

possível mostrar que, à medida que  $x$  está restrito a um conjunto compacto,  $U_n \in \mathcal{R}^n$ , para um dado número  $N$  de neurônios na camada intermediária, existe uma configuração da rede neural tal que:

$$f(x) = \mathbf{W}^T \sigma(\mathbf{V}^T x) + \epsilon \quad (19)$$

onde  $\epsilon$  representa o erro na aproximação.

Uma estimativa para a função (19) é dada por:

$$\hat{f}(x) = \hat{\mathbf{W}}^T \sigma(\hat{\mathbf{V}}^T x) + \epsilon \quad (20)$$

onde  $\hat{\mathbf{V}}$  e  $\hat{\mathbf{W}}$  são estimativas dos pesos ideais da rede neural.

A atualização *online* dos pesos é dada pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\mathbf{W}} &= \mathbf{F} \sigma(\hat{\mathbf{V}}^T x) e_c^T - \mathbf{F} \sigma'(\hat{\mathbf{V}}^T x) \hat{\mathbf{V}}^T x e_c^T \\ &\quad - k \mathbf{F} \| e_c \| \hat{\mathbf{W}} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\mathbf{V}} &= \mathbf{G} x (\sigma'(\hat{\mathbf{V}}^T x) \hat{\mathbf{W}} e_c)^T \\ &\quad - k \mathbf{G} \| e_c \| \hat{\mathbf{V}} \end{aligned} \quad (22)$$

onde os parâmetros de projeto  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{G}$  são matrizes positivas definidas e  $k > 0$ .

Seja o erro de controle definido como:

$$e_c = v_c - v \quad (23)$$

e sua derivada em relação ao tempo dada por:

$$\overline{\mathbf{M}} \dot{e}_c = -\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}} e_c - \bar{\tau} + f(x) + \bar{\tau}_d \quad (24)$$

onde

$$f(x) = \overline{\mathbf{M}} \dot{v}_c + \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}} v_c + \overline{\mathbf{F}}(v) \quad (25)$$

Uma vez que não se tem conhecimento perfeito dos parâmetros envolvidos, utiliza-se a rede neural para realizar o mapeamento não-linear da equação (25). O vetor de entrada da rede neural é definido como:

$$x \triangleq [v_c \quad \dot{v}_c \quad v]^T \quad (26)$$

Seguindo a técnica de torque computado [15], define-se como entrada de controle:

$$\bar{\tau} = \hat{f} + \mathbf{K}_4 e_c - \gamma \quad (27)$$

onde  $\mathbf{K}_4$  é uma matriz de ganhos positiva definida e  $\hat{f}(x)$  é uma estimativa de (25) dada pela rede neural. O sinal  $\gamma$  é utilizado para prover robustez ao sistema.

Substituindo (27) em (24), a dinâmica do erro em malha fechada é dada por:

$$\overline{\mathbf{M}} \dot{e}_c = -(\mathbf{K}_4 + \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}) e_c + \tilde{f}(x) + \bar{\tau}_d + \gamma \quad (28)$$

onde  $\tilde{f} = f - \hat{f}$ .

A equação (28) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{M}} \dot{e}_c &= -(\mathbf{K}_4 + \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}) e_c + \hat{\mathbf{W}}^T \hat{\sigma}' \hat{\mathbf{V}}^T x + \\ &\quad + \tilde{\mathbf{W}}^T \hat{\sigma} + \gamma + \delta \end{aligned} \quad (29)$$

com

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \epsilon + \bar{\tau}_d + \tilde{\mathbf{W}} O(\tilde{\mathbf{V}}) + \\ &\quad + \hat{\mathbf{W}} O(\tilde{\mathbf{V}}) + \tilde{\mathbf{W}} \hat{\sigma}' \tilde{\mathbf{V}} \end{aligned} \quad (30)$$

onde  $\tilde{\sigma} = \sigma(\mathbf{V}x) - \hat{\sigma}(\hat{\mathbf{V}}x)$  que pode ser expandido em série de Taylor, ficando sob a forma  $\tilde{\sigma} = \hat{\sigma}' \tilde{\mathbf{V}}x + O(\tilde{\mathbf{V}}x)$ .

Considerando-se que os termos  $\epsilon$ ,  $\tau_d$  e  $O(\cdot)$  são limitados, juntamente com a definição  $\hat{\mathbf{Z}} \triangleq \text{diag}\{\hat{\mathbf{W}}, \hat{\mathbf{V}}\}$  tem-se que<sup>1</sup>:

$$\| \delta \| \leq C_0 + C_1 \| \tilde{\mathbf{Z}} \| + C_2 \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \| e_c \| \quad (31)$$

com  $C_i > 0$ .

O termo  $\gamma$  é dado por:

$$\gamma = -K_z (\| \hat{\mathbf{Z}} \| + Z_M) e_c - e_c \quad (32)$$

com  $K_z > C_2$  e  $\| \mathbf{Z} \| < Z_M$ .

Considere a seguinte função como candidata a função de Lyapunov:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \left[ e_c^T \overline{\mathbf{M}} e_c + \text{tr}\{\tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{F}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}\} + \right. \\ &\quad \left. + \text{tr}\{\tilde{\mathbf{V}}^T \mathbf{G}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}\} \right] \end{aligned} \quad (33)$$

A derivada temporal de (33) é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -e_c^T \mathbf{K}_4 e_c + e_c^T (\delta + \gamma) + \\ &\quad + k \| e_c \| \text{tr}\{\tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})\} \end{aligned} \quad (34)$$

Considerando-se que:

$$\begin{aligned} \text{tr}\{\tilde{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})\} &= \langle \tilde{\mathbf{Z}}, \mathbf{Z} \rangle - \| \tilde{\mathbf{Z}} \|^2 \\ &\leq \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \| \mathbf{Z} \| - \| \tilde{\mathbf{Z}} \|^2 \end{aligned} \quad (35)$$

e após algumas manipulações algébricas a expressão (34) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -e_c^T e_c - \| e_c \| \left[ k \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \left( \| \tilde{\mathbf{Z}} \| - Z_M \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{K}_4 \| e_c \| - C_0 - C_1 \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \right] \end{aligned} \quad (36)$$

Assim, para que  $\dot{V}$  seja não-positiva os termos dentro dos colchetes precisam ser não-negativos. Definindo  $C_3 \triangleq (Z_M) [ Z_M + (C_1/k) ]$  e completando os quadrados na equação (36) resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq - \| e_c \| \left\{ \mathbf{K}_4 \| e_c \| + \right. \\ &\quad \left. + k \left( \| \tilde{\mathbf{Z}} \| - C_3 \right)^2 - C_0 - k C_3^2 \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

Finalizando,  $\dot{V}$  é negativa se

$$\| e_c \| > \frac{k C_3^2 + C_0}{k} \quad (38)$$

<sup>1</sup>Utiliza-se a norma de Frobenius

ou

$$\|\tilde{\mathbf{Z}}\| > C_3 + \sqrt{C_3^2 + \frac{C_0}{k}} \quad (39)$$

garantindo que  $\|e_c\|$  e  $\|\tilde{\mathbf{Z}}\|$  são localmente uniformemente limitados. ■

A estabilidade do sistema composto pelas malhas de controle da cinemática e da dinâmica pode ser obtida por uma função composta pela soma das equações (15) e (33).

#### 4. Resultados Experimentais

Nesta seção serão apresentados resultados obtidos em ensaio experimental no robô mostrado na figura 2. Para a malha de controle da cinemática utilizou-se como parâmetros  $\xi = 10, 0$ ,  $v^* = 0,5$ ,  $a = 2, 0$  e  $b = 1, 0$ . Com esta escolha de  $v^*$  obtém-se estabilidade exponencial para o erro de posição. Examinando-se:

$$\phi = \phi_\varepsilon = \text{atan}\left(\frac{ay}{x}\right) = \text{atan}(ax^{a-1}) \quad (40)$$

ao longo da evolução de  $x$  em (14) observa-se que na vizinhança da origem,  $\tan(\phi) \approx \alpha$  para pequenos valores de  $\alpha$ , donde conclui-se que  $\phi$  é exponencialmente estável.

Já para a malha de controle da dinâmica utilizou-se  $K_z = 0, 001$ ,  $\mathbf{K}_4 = 0, 05\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{F} = 0, 01\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{G} = 0, 01\mathbf{I}$  e  $k = 0, 01$ , onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade, de dimensão adequada. Na figura (4) observa-se a estabilização do robô no ponto  $X = 0, 0$ ,  $Y = 0, 0$  e  $\phi = 0, 0$ , tendo como ponto inicial  $X_0 = 1, 0$ ,  $Y_0 = 1, 0$  e  $\phi_0 = 0, 0$ .

As figuras (5), (6) e (7) mostram, respectivamente, o comportamento das variáveis  $X$ ,  $Y$  e  $\phi$  ao longo do movimento do robô, sendo possível verificar a estabilização das mesmas.

Os torques fornecidos pelos motores direito e esquerdo para a estabilização são mostrados na figura (8) e o erro das velocidades linear e angular, isto é, a diferença entre as velocidades obtidas pela malha de controle cinemática e as velocidades medidas no robô, são mostrados na figura (9).

#### 5. Conclusão

Neste trabalho utilizou-se um controlador baseado em redes neurais artificiais com ajuste de pesos *online*, cujo objetivo é minimizar o problema de conhecimento imperfeito da dinâmica do robô e dos parâmetros associados a ela como, por exemplo, coeficiente de atrito. É importante salientar que, dadas as restrições de tempo-real impostas à malha de controle, a rede neural não pode possuir um número muito grande de neurônios na camada intermediária, pois aumentaria consideravelmente o tempo requerido para realizar os cálculos necessários. Nos resultados apresentados, a restrição de tempo-real foi satisfeita.

A aplicação da malha de controle para a cinemática com modos deslizantes satisfaz as restrições impostas

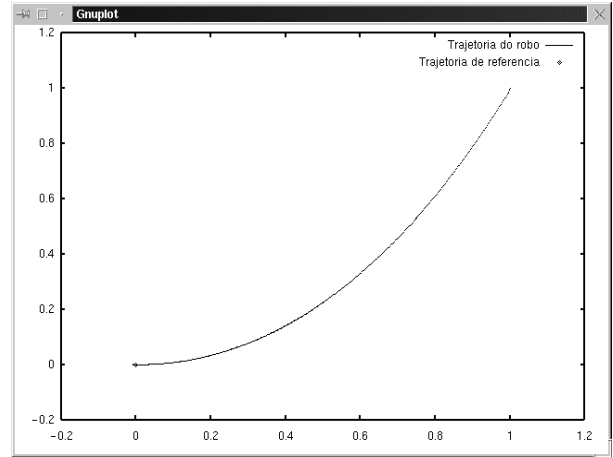


Figura 4: Trajetória do robô.

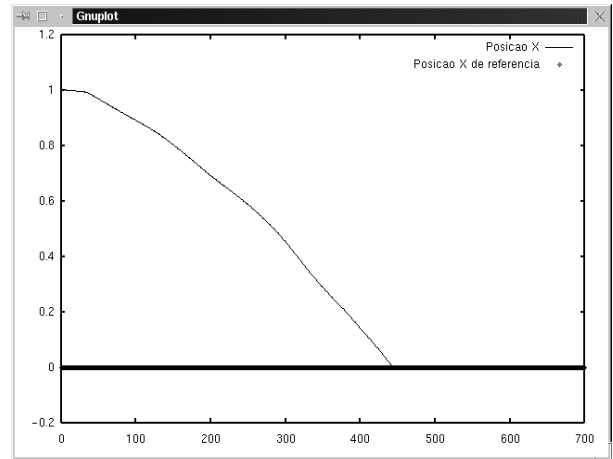


Figura 5: Posição X ao longo do tempo.

por Brockett a sistemas não-holonômicos devido às propriedades de invariância e de redução de ordem desta técnica.

Como trabalhos futuros tem-se a utilização de modos deslizantes para a tarefa de rastreamento de trajetória e o estudo mais aprofundado sobre o controlador proposto, a fim de verificar características como taxa de convergência, robustez. A comparação deste esquema de controle com outros esquemas disponíveis na literatura também pode ser realizada, sendo necessário realizar a otimização dos parâmetros das malhas de controle para que tal comparação seja correta.

A comparação deste esquema de controle com outros esquemas disponíveis na literatura também pode ser realizada, sendo necessário realizar a otimização dos parâmetros das malhas de controle para que tal comparação seja correta.

#### Referências

- [1] J. Borenstein, H. R. Everett, and L. Feng. Where am i? - sensors and methods for mobile robot positionig. Techni-

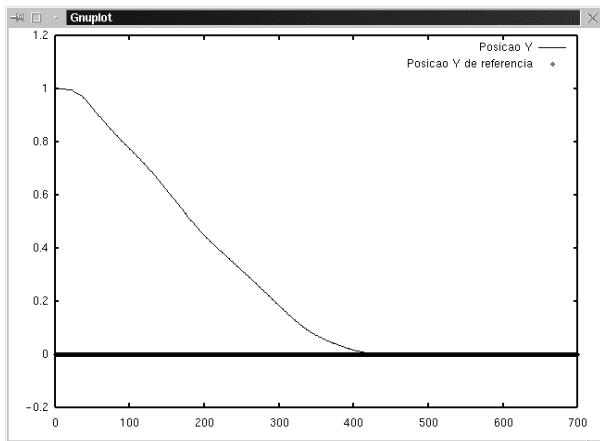


Figura 6: Posição Y ao longo do tempo.

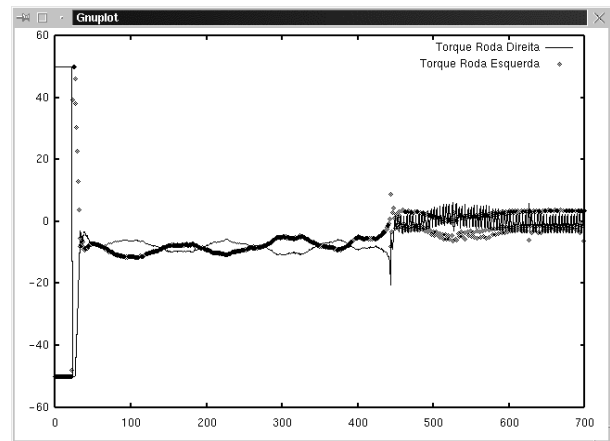


Figura 8: Torques nos motores direito e esquerdo.

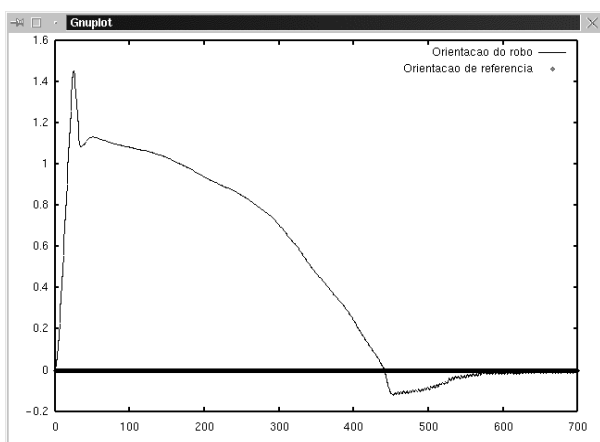


Figura 7: Orientação do robô.

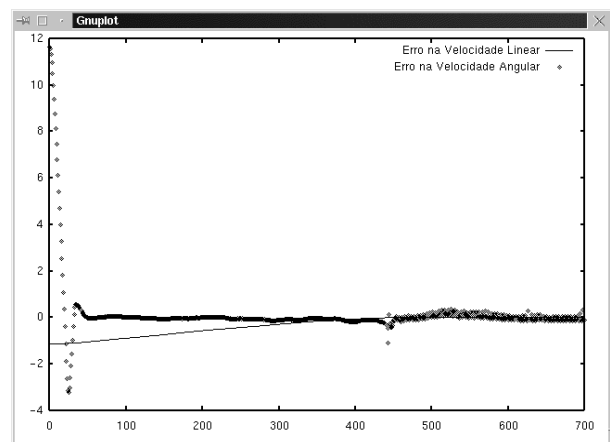


Figura 9: Erro nas velocidades linear e angular.

cal report, University of Michigan, 1996.

[2] R. Fierro and F. L. Lewis. Control of nonholonomic mobile robot using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9:589–601, 1998.

[3] V. M. de Oliveira, E. R. de Pieri, and W. F. Lages. Neural networks in the control of a mobile platform. In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> Symposium on Robot Control*, 2000.

[4] R. A. DeCarlo, S. H. Žak, and S. V. Drakunov. *The Control Handbook*, chapter Variable Structure, Sliding-Mode Controller Design, pages 941–951. CRC Press, 1996.

[5] R. W. Brockett. *New directions in Applied Mathematics*, chapter Control Theory and Singular Riemannian geometry. Springer-Verlag, 1982.

[6] Y. Yamamoto and X. Yun. Coordinating locomotion and manipulation of a mobile platform. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39:1326–1332, 1994.

[7] G. Campion, G. Bastin, and B. D'Andréa-Novel. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12:47–62, 1996.

[8] J. Guldner and V. I. Utkin. Stabilization of nonholonomic mobile robots using lyapunov functions for navigation and sliding mode control. In *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, pages 2967–2972, December 1994.

[9] R. A. deCarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews. Variable structure control of a nonlinear multivariable systems: A tutorial. *Proceedings of the IEEE*, 76(3):212–232, 1988.

[10] J. Hung, W. Gao, and J. Hung. Variable structure control: A survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1):2–22, February 1993.

[11] V. Utkin. Sliding mode control in dynamic system. In *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Conference on Decision and Control*, pages 2446–2451, December 1993.

[12] A. Bloch and S. Drakunov. Stabilization of a nonholonomic system via sliding modes. In *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, pages 2961–2963, 1994.

[13] J.-M. Yang and J.-H. Kim. Sliding mode control for trajectory tracking of nonholonomic wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1999.

[14] R. Żbikowski and A. Dzieliński. *Neural Network Engineering in Dynamic Control Systems*, chapter Neural Approximation: A Control Perspective. Advances in Industrial Control. Springer-Verlag, 1995.

[15] M. M. Spong and M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, 1989.