

Reconstrução de Imagens Tomográficas utilizando Redes Neurais Parcialmente Conectadas

Luciano F. de Medeiros¹, Hamilton P. da Silva², Eduardo Parente Ribeiro³

¹Mestrando em Informática, UFPR

²Doutorando em Engenharia dos Materiais, MSc., UFPR/LACTEC

³Doutor, Prof. Adjunto, Depto. Engenharia Elétrica, UFPR

E-mails: lfm@netpar.com.br, hps@lactec.com.br, edu@eletr.ufpr.br

Abstract

We present a neural network approach for the tomographic imaging problem known as reconstruction from projections. Two feed-forward neural networks are used to perform the tasks of filtering (convolution) and back-projection. They are partially connected networks that are previously assembled based on problem geometry and do not need to be trained. We believe this approach should enable faster reconstruction by exploring the high degree of parallelism present on neural networks being suitable for the processing of sequential images (stacked slices) for 3D visualization.

1.Introdução

Neste artigo apresentamos uma alternativa para obtenção de imagens tomográficas (*computerized tomography*, ou CT) através do paradigma de redes neurais. Na literatura, existe uma variedade de algoritmos. Duas das metas para a reconstrução de imagens de tomografia computadorizada é a busca de velocidade e melhoria de qualidade de apresentação de imagens.

Com base no conhecido algoritmo de retroprojeção filtrada, propomos aqui uma rede neural parcialmente conectada e sem necessidade de treinamento apta a realizar o processo de reconstrução de CT, de maneira a reduzir o tempo de processamento para projeções em seqüência (representação 3D de imagens de CT como seções de um objeto). Apresentamos também as vantagens e desvantagens desta técnica, pela diminuição da redundância inerente ao processo de reconstrução de CT.

Alguns autores [1,2,3] propuseram para o processo de reconstrução o modelo de rede neural *perceptron* multicamada, para aumentar a eficiência e qualidade de imagem, com o uso de

algoritmos de treinamento conforme o algoritmo *backpropagation*. Pode-se começar com uma rede totalmente conectada, e após utilizar métodos de expurgo de pesos para diminuir a redundância da reconstrução.

Apesar de o método ser viável para soluções locais, com um conjunto finito de imagens, o método pareceu pouco aplicável como solução generalizada, como demonstrado nos trabalhos de Rodrigues [4]. Em nosso algoritmo, foi efetuada a reconstrução com redes *feedforward* de uma camada parcialmente conectada sem a necessidade de treinamento pois os pesos são determinados previamente a partir da geometria do problema

2.Métodos

Para que tenhamos uma projeção tomográfica de determinado objeto, é necessário fazer com que uma certa quantidade de radiação (como raios-X ou raios gama) atravesse este objeto e projete uma espécie de “sombra” em um anteparo devidamente colocado. Conforme as propriedades deste objeto (como massa ou densidade específica), o mesmo apresentará resistência à penetração da radiação de emissão, atenuando conforme a seguinte relação [5, 6]:

$$I = I_0 \exp \left[\int_L f(x,y) du \right] \quad (1)$$

onde I representa a intensidade do feixe atenuado, I_0 representa a intensidade do feixe original, $f(x,y)$ os pontos sobre a integral de linha na direção u . Assim, o sinal observado será a seguinte relação logarítmica

$$p = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right) \quad (2)$$

onde

$$p(s, \theta) = \int_L f(x, y) du, \quad -\infty < s < \infty, \quad 0 \leq \theta < \pi$$

O par (s, θ) representa as coordenadas do raio relativas ao objeto, s representando o deslocamento da projeção e θ o ângulo ao qual a projeção está sendo obtida. Deste modo, $p(s, \theta)$ representa o valor assumido pela projeção nestas coordenadas.

De posse de várias projeções de um objeto, o problema da reconstrução tomográfica reside no fato de mapearmos $p(s, \theta)$ para o espaço de imagem, de forma a obtermos novamente $f(x, y)$.

A obtenção de $p(s, \theta)$ é descrita matematicamente através da transformada de Radon da função $f(x, y)$, sendo definida como a integral de linha ao longo de uma linha inclinada a um certo ângulo θ do eixo y e à distância s da origem (Equação (3))

$$p(s, \theta) = \mathfrak{R}f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy \quad (3)$$

A quantidade $p(s, \theta)$ é descrita também como sendo *raio-soma*, representando a soma dos $f(x, y)$ ao longo do raio a uma distância s e ângulo θ . Assim, a transformada de Radon mapeia o domínio espacial para o domínio de projeções. Cada ponto em (s, θ) irá corresponder a uma linha reta em $f(x, y)$.

Se tomarmos as coordenadas polares do domínio espacial como sendo (r, ϕ) , de acordo com as seguintes definições

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi \quad (4)$$

concluimos que a distância em relação à origem s como sendo (figura 1)

$$s = r \cos(\theta - \phi) \quad (5)$$

A equação (5) têm considerações fundamentais, mostrando que a relação entre o

domínio de projeções e domínio espacial é puramente geométrico, conceito que foi devidamente explorado para a construção da pseudo-rede neural.

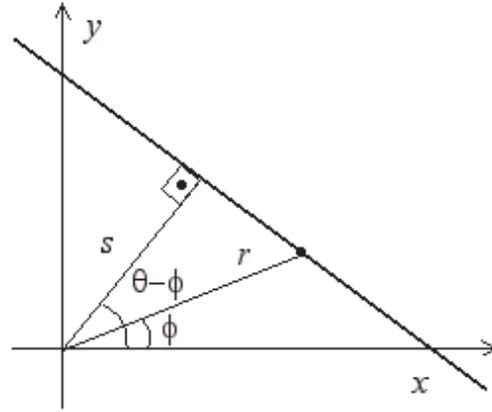


Figura 1: Relação entre o espaço de projeções (s, θ) e o de imagem (x, y) .

A imagem tomográfica pode ser obtida com a reconstrução a partir das projeções. Existem vários métodos que permitem esta reconstrução. Baseando-se no algoritmo de retroprojeção filtrada desenvolvido por Ramachandran e Lakshminarayanan [5,6], a intenção é dividir o processo em duas redes:

1. Rede parcialmente conectada para filtragem.
2. Rede parcialmente conectada de retroprojeção (*backprojection*)

2.1 Rede de Retroprojeção

A seguir temos a fórmula de retroprojeção, na qual utilizamos como entrada as projeções filtradas da imagem de CT e processamos a transformação para a imagem final, expressa pela equação (6), na forma discreta [5].

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^N q(i, \theta) (x \cos \theta + y \sin \theta) \quad (6)$$

onde $q(i, \theta)$ é a imagem correspondente à projeção filtrada.

Na análise da equação (6), verifica-se que a projeção filtrada $q(i, \theta)$ é multiplicada pelo valor paramétrico dado pelo *pixel* da imagem (x, y) em relação ao ângulo θ , e assim somados para todos os ângulos das projeções. Ou seja, os

pontos de cada projeção filtrada $q(i, \theta)$ segundo uma determinada relação contribuem para o valor do *pixel* no ponto (x, y) .

Uma rede neural [7] do tipo *feed-forward* totalmente conectada será construída conforme uma combinação linear expressa como na equação (7).

$$y_j = \sum_{i=0}^{N-1} w_{ij} x_i \quad (7)$$

Ligando cada saída y_j à entrada x_i , temos um peso equivalente w_{ij} . Esta rede terá $M \times N$ conexões, e tais conexões transferem deste modo os valores de entrada para a saída.

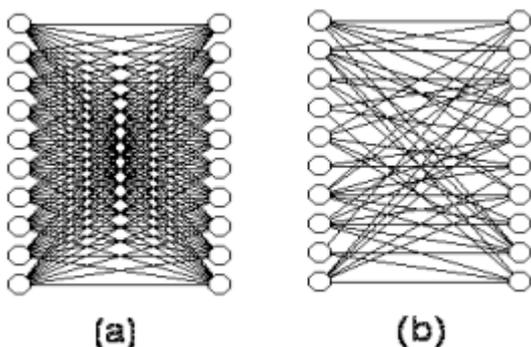


Figura 2: Ilustração de uma rede de duas camadas totalmente conectada (a) e parcialmente conectada (b).

Podemos fazer um paralelo entre as equações (6) e (7), para que possamos expressar o processo de retroprojeção como uma rede perceptron multicamada, ou seja, x_i para $(x \cos \theta + y \sin \theta)$, w_{ij} para $q(i, \theta)$ e y_j para $f(x, y)$.

Se ao invés de considerarmos coordenadas cartesianas para a imagem final e utilizarmos coordenadas polares (r, ϕ) , e considerando que no espaço de projeções cada ponto pode ser representado pelo par (s, θ) , sendo s a distância do ponto em relação à origem para cada ângulo de projeção θ . A relação existente entre o espaço de projeções e o espaço de imagem pode ser representada pela equação (5) vista anteriormente.

Pela equação (5) vê-se que existem valores (s, θ) , para todas as projeções, que contribuem para um determinado ponto de

imagem (r, ϕ) , e que estão localizados ao longo de uma senóide sobre o espaço de projeções (ver figuras 3 e 4).

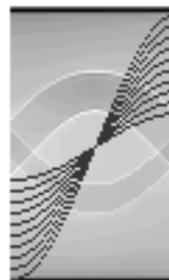


Figura 3: Senóides sobre o espaço de projeções filtradas.

Ainda pela equação (5), vemos que o processo pode ser bastante simplificado. A rede terá apenas pesos unitários e será parcialmente conectada, visto que somente os valores ao longo de uma senóide específica irão contribuir para um valor de *pixel* da imagem final. O processo de cálculo da rede torna-se então, após a montagem da mesma, um simples processo de somatório de valores de projeções.

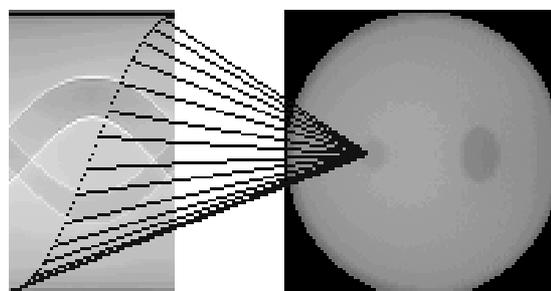


Figura 4: Contribuição dos pontos (s, θ) sobre a senóide para o ponto (r, ϕ) da imagem reconstruída.

Em termos de estrutura dos dados, o algoritmo para a rede de retroprojeção deve ser construído baseado no conceito de listas ligadas. Listas ligadas [8] são estruturas de dados nas quais temos elementos denominados *nós*, possuindo um campo para armazenar *informação* e outro campo (ou campos) para armazenar *endereçamento*. Este endereçamento refere-se a outros nós seguintes ou anteriores que contenham informação. Os nós de entrada e saída seriam estruturas alocadas em memória dinâmica, ligados por ponteiros de memória. Se

fôssemos utilizar *loops* do tipo *for-next*, teríamos que visitar todos os índices para efetuar o cálculo, sendo que com a lista ligada, apenas os pesos significativos seriam visitados.

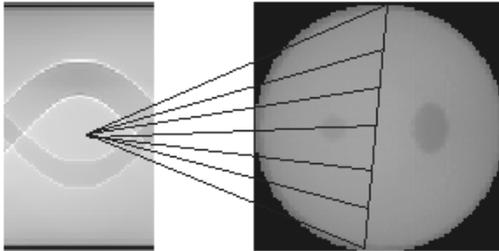


Figura 5: Contribuição dos pontos (r, ϕ) da imagem final para o ponto (s, θ) de uma certa projeção (relação inversa da eq.(5)).

Podemos considerar também como vantagem o fato de se trabalhar com coordenadas polares para a imagem final. Numa imagem de tamanho $N \times N$, aqueles pixels que estivessem com valor $r > N$ não precisariam ser mostrados, visto que não teríamos conexões do espaço de projeções para o espaço de imagem.

Resumindo, a economia representada por este processo poderia ser descrita em 3 (três) pontos fortes:

- 1 - Os cálculos trigonométricos seriam substituídos por apenas somas
- 2 - Os valores dos pixels fora do domínio da imagem ($r > N$) seriam desconsiderados para o cálculo
- 3 - Após a primeira construção em memória, não seria necessário a reconstrução, sendo assim vantajoso para seqüências de imagens ou projeções 3D.

Em termos de construção do algoritmo a nível de software, o mesmo deve ser baseado no conceito de listas ligadas, pois aproveitaríamos a saída da rede de filtragem para a entrada da rede de retroprojeção. Teríamos um conjunto de nós representando a entrada da rede como *pixels* da imagem formada pelas projeções, e um conjunto de saída representando os dados convoluídos também considerados como *pixels* de imagem. A informação dos nós seria o valor de $p(k, \theta)$ do conjunto de entrada, e a saída seria o valor de $q(n, \theta)$ referente ao conjunto de saída. Os nós dentro dos conjuntos seriam interconectados,

sendo guardados em cada nó o endereço ou posição do nó anterior e do nó posterior do intervalo discreto $0 \leq k < N$, para cada projeção discreta no intervalo $0 \leq \theta < 2\pi$.

2.2 Rede de Filtragem

Na construção da rede de filtragem, as projeções devem ser filtradas com o filtro Ram-Lak que possui a seguinte resposta em frequência $H(w)$:

$$H(w) = |w| \text{rect}(w) \quad (8)$$

Transformando para o domínio do espaço, temos sua resposta impulsional ou PSF (figura 6):

$$h(n) = \begin{cases} 1/4, & n = 0 \\ 0, & n \text{ par} \\ -\frac{1}{n^2 \pi^2}, & n \text{ ímpar} \end{cases} \quad (9)$$

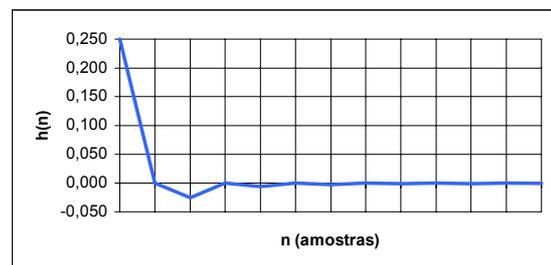


Figura 6: Gráfico da função de transferência $h(n)$ (equação (9)), tendendo a zero para valores altos de n .

Analisando esta equação vemos que a função de transferência $h(n)$, diminui à medida que n aumenta, e os valores pares são zerados. Considera-se então, apenas um numero finito de pontos, os N primeiros, como é o procedimento realizado num filtro FIR (*Finite Impulse Response*) por janelamento [9]. O sinal filtrado $q(n, \theta)$ será dado pela convolução da entrada (projeção) com a resposta impulsional truncada:

$$q(n, \theta) = \sum_{k=0}^{N-1} h(n-k) p(k, \theta), \quad n=0,1,\dots,N-1 \quad (10)$$

Podemos verificar que há uma correspondência de variáveis entre a equação (7) e (10) (x_i para $p(k, \theta)$, w_{ij} para $h(n-k)$, y_j para $q(n, \theta)$).

Pela equação (10) podemos presumir que a rede é totalmente conectada. Porém analisando a equação de convolução em conjunto com a definição da função de transferência $h(n)$, vemos que não há necessidade de total conexão devido ao fato de que $h(n)$ assume 0 (zero) para valores pares. Assim, uma rede parcialmente conectada com metade do número de pesos pode executar a tarefa de filtragem da matriz de projeções.

As conexões entre os conjuntos de entrada e de saída (ou pesos) também podem ser estruturadas como listas ligadas. Assim, a partir do nó (peso) inicial visitaríamos os outros nós por meio dos endereços contidos na estrutura do nó, até o último nó apontando para endereço nulo. Nesta visita a cada nó a informação seria transferida da estrutura de nós de entrada para os respectivos nós de saída. Como vimos anteriormente que não há necessidade de total conexão entre os nós de saída e entrada, os nós-visitados seriam somente aqueles que iriam contribuir para o valor final, diminuindo o tempo de execução necessário.

Os nós de entrada e saída seriam então estruturas alocadas em memória dinâmica, ligados por ponteiros de memória. Se ao invés de estruturas dinâmicas fossem utilizados *loops* do tipo *for-next*, não haveria vantagens, pois seria obrigatório visitar todos os índices do intervalo considerado e testar se o valor está zerado ou não. Em contrapartida, a lista ligada dinamicamente já teria em si a construção de conexões entre os nodos de entrada e saída relevantes, e onde os w_{ij} assumissem 0 (zero) não haveria percurso na rede. Desta forma, podemos também na fase de filtragem das projeções utilizar o mesmo princípio explanado para a retroprojeção. Um aspecto a considerar é que, mesmo existindo no mercado algoritmos eficientes [10] para efetuar convolução que rodam baseados em DSP's (*Digital Signal Processor*), a grande vantagem em se implementar a filtragem com a rede neural vem da arquitetura paralela que esta estrutura proporciona, possibilitando implementações bastante rápidas a nível de *hardware* em chips neurais.

3.Resultados

Em testes feitos com algoritmos construídos com base em redes parcialmente conectadas, o aumento de performance foi satisfatório. O tempo de alimentação da rede de retroprojeção levou em média (em um microcomputador Pentium 450 MHz Dual) 95 milisegundos para uma imagem de CT de 60 projeções com 100 pontos, enquanto que o algoritmo tradicional no mesmo computador levou em média 440 milisegundos. O objeto na figura 7 representa, em níveis de cinza, a seção transversal de um tubo de alumínio com duas cavidades, reconstruído com as redes de retroprojeção filtrada, utilizando interpolação.

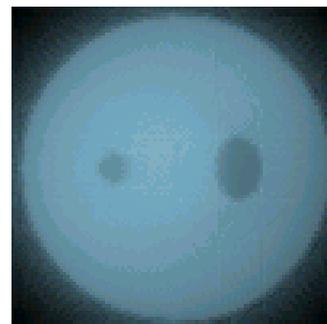


Figura 7: Exemplo de imagem reconstruída de um tubo de alumínio utilizando redes de filtragem e retroprojeção, com 60 projeções de 100 pontos, gerando uma imagem 100x100. (projeções gentilmente cedidas pela COPPE-RJ)

A partir do estudo de novos tipos de implementação, tais como algoritmos de processamento paralelo [11], podemos esperar que a performance de reconstrução das imagens seja aumentada, de forma a comportar a visualização de imagens tomográficas em 3D, em tempo real.

3. Conclusão

Apresentamos neste artigo a possibilidade de uso de redes neurais parcialmente conectadas, sem necessidade de treinamento, na reconstrução de imagens de CT. Tal implementação em hardware paralelo deve permitir a obtenção de imagens tomográficas com muito mais rapidez. Uma primeira avaliação feita num microcomputador com

apenas dois processadores já mostrou um ganho de 4.6 vezes no tempo de reconstrução.

Outro aspecto importante é que a relação entre os espaços de projeções e de imagem é puramente geométrico. Portanto uma mesma rede de retroprojeção pode reconstruir qualquer imagem que seja apresentada à entrada da rede, desde que sejam invariantes o tamanho da imagem e número de projeções utilizadas.

Em um segundo momento, planejamos fazer uso da interpolação para obter uma imagem final com maior resolução.. Neste caso, o número de pesos da rede será maior e eles não serão unitarios mas terão valores fracionários o que deve implicar num aumento do tempo de processamento.

Referências

- [1] Rodrigues, R.G.S., Pelá, C.A. & Silva, A.C.R. *Reconstrução de imagens tomográficas utilizando redes neurais*. Anais do II Congresso Brasileiro de Redes Neurais. Curitiba-PR. (1995).
- [2] Munley, M.T. et al. *An artificial neural network approach to quantitative single photon emission computed tomographic reconstruction with collimator, attenuation and scatter compensation*. Med. Phys. 21 (12), 1889-1899. (1994).
- [3] Kerr, J. P. & Bartlett, E.B. *A statistical tailored neural network approach to tomographic image reconstruction*. Med. Phys. 22(5). (1995).
- [4] Rodrigues, R.G.S. *Desenvolvimento e Aplicação de um Algoritmo de Reconstrução Tomográfica com Base em Redes Neurais Artificiais*. Tese de doutorado, Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto-USP, Ribeirão Preto-SP. (2000).
- [5] Jain, A.K. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall. pp.431-475.(1989).
- [6] Herman, G.T. *Image Reconstruction from Projections*. Academic Press. pp.90-160. Orlando, Florida. (1980).
- [7] Haykin, S. *Neural Networks-A Comprehensive Foundation*. Macmillan Coll. Pub. Com. Inc. pp. 1-41. (1994).
- [8] Tenenbaum, A. M., Langsam, Y. & Augenstein, M. J. *Estruturas de dados usando C*. Makron Books. pp 223-302. (1995).
- [9] Oppenheim, A.V. & Schaffer, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice-Hall. pp-31-79. (1989).
- [10] *TMS320C3x, User Guide*. Texas Instruments, Inc., Dallas, Texas. pp-11-58,11-61.(1996).
- [11] Rao, R. & Kriz, R. *Parallel Implementation of the Filtered Back Projection Algorithm for Tomographic Imaging*. Dep.of Ele.Eng. Virginia Polytechnic Inst. And State University. (1995).