

## Redes de Kohonen Ativas no Agrupamento de Padrões de Glass

Nivaldo A. P. de Vasconcelos<sup>1</sup>, Nelson Maculan<sup>2</sup>, Sérgio Exel Gonçalves<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Programa de Engenharia de Sistemas e Computação - COPPE/UFRJ

<sup>3</sup>Departamento de Engenharia Mecânica - Escola de Engenharia/UFRJ

E-mails: {nivaldo, maculan, exel}@cos.ufrj.br

### Abstract

*This work proposes a modification on Kohonen model to Self-Organizing Maps named Active Kohonen Nets (AKN). This modification was used as an alternative approach in the grouping on Glass Patterns.*

### 1. Introdução

Este trabalho apresenta uma proposta de modificação no modelo de Kohonen [1] para Mapas Auto-Organizáveis. Em Kaski *et. al.* [2] temos um catálogo com mais de 2000 aplicações do modelo de Kohonen, e, entre estas encontram-se também modificações do modelo de Kohonen. A modificação que apresentamos é utilizada como abordagem alternativa no problema de agrupamento de Padrões de Glass.

Iniciaremos apresentando os conceitos necessários ao entendimento dos Padrões de Glass. Em seguida apresentamos um conjunto de trabalhos relevantes ao estudo do fenômeno do agrupamento neste tipo de padrão. Aproveitamos esta última seção para detalhar o trabalho de Stevens [3] que é nossa referência para a abordagem atual. Neste ponto já se torna possível apresentar a nossa metodologia, em particular, a modificação ao algoritmo a qual foi denominada Redes de Kohonen Ativas. Em última seção apresentamos os resultados encontrados; finalizando com as conclusões originadas neste trabalho.

#### 1.1. Os Padrões de Glass

Os Padrões de Glass (PG) são exemplos do efeito Moiré em padrões visuais compostos apenas de pontos. Foram introduzidos na literatura por Leon Glass [4] em 1969, passando a servir como base para testes em modelos de agrupamento de estímulos visuais.

A formação dos PG parte de um conjunto, não vazio, de pontos iniciais,  $\Pi' = \{P'_j = (x', y'); j=1, \dots, n\}$ , onde cada ponto,  $P'$ , tem suas coordenadas,  $x$  e  $y$ , tomadas de formas aleatórias. Tomando as posições determinadas pelo conjunto  $\Pi'$  e adicionando a isto a informação de cor, que é tomada de um outro conjunto dado,  $C = \{c_j; j=1, \dots, k\}$ , temos a imagem inicial,  $I' = \{P'_j(c'_j); P'_j \in \Pi', c'_j \in C\}$ .

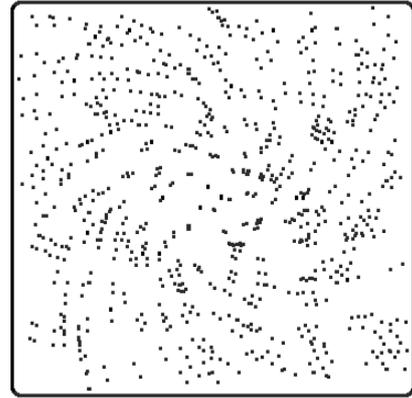


Figura 1: Exemplo de um Padrão de Glass. Foram utilizados como parâmetros  $a=1.025$ ;  $b=1.05$ ;  $\theta=0.05$  rad, segundo a Equação 1, utilizando um total de 100 pontos iniciais.

Considere o operador rotação,  $R_{r_0}^\theta$ , que rotaciona elementos do conjunto de pontos iniciais,  $\Pi'$ , de um ângulo  $\theta$ , ângulo este que tem como origem a posição  $r_0$ . Na Equação 1 encontramos um exemplo para a regra de associação deste operador.

Com base em um ponto inicial,  $P'_j \in \Pi'$ , e o operador,  $R_{r_0}^\theta$ , temos como resultado o ponto rotacionado  $P''_j = R_{r_0}^\theta(P'_j)$ , o que, se repetido sobre todo o conjunto de pontos iniciais,  $\Pi'$ , nos dá como resultado um conjunto de pontos rotacionados  $\Pi'' = \{P''_j(x'', y'') = R_{r_0}^\theta(P'_j); \forall P'_j \in \Pi'\}$ .

De posse das posições obtidas em  $\Pi''$ , e do conjunto das cores que já temos, formamos a imagem rotacionada,

$I'' = \{P''_j(c''_j); c''_j = c'_j; P''_j \in \Pi'', c'_j \in C\}$ <sup>1</sup>. Os PG são formados pela união da imagem inicial e a imagem rotacionada,  $PG = I' \cup I''$ . A Figura 1 apresenta um exemplo de PG utilizando a Equação 1 como regra.

$$\begin{cases} x'' = a.x' \cdot \cos \theta - b.y' \cdot \sin \theta \\ y'' = a.x' \cdot \sin \theta + b.y' \cdot \cos \theta \end{cases} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Ao determinarmos igualdades no valor das cores estamos optando por um tipo particular de PG, que são aqueles onde a transformação ocorre somente na posição do pixel, mantendo intacta o valor de cor. Isto porque este será o tipo de PG abordado neste trabalho.

## 2. Trabalhos Anteriores

Em seu primeiro trabalho relacionado ao assunto, Leon Glass [4] expôs o efeito Moiré em imagens semelhantes a  $I'$ , ou seja, compostas por um conjunto de pontos dispostos aleatoriamente sobre um plano. As suas hipóteses sobre os aspectos fisiológicos relacionados estavam fortemente influenciadas pelos trabalhos (recentes à época) de Hubele e Wiesel [5], [6] em campos receptivos. Logo em seguida ele estabelece [7] mais formalmente os pontos apresentados em seu trabalho anterior, e verifica a independência da cor com a percepção do padrão; observa também que, variando a intensidade dos pontos rotacionados observa-se um movimento aparente<sup>2</sup> no padrão, e, ainda, que este fenômeno (o movimento aparente) só se verifica quando são utilizadas grandes porções do padrão, sugerindo a importância da percepção global na sua formação. Em seu terceiro trabalho sobre o assunto [8], Glass apresenta um estudo onde, após a rotação (ver Equação 1) há uma inversão da imagem<sup>3</sup>, e ele verifica que assim não há formação de padrão, aproximando sua hipótese inicial [4] de que a percepção dos padrões de Glass seria fruto da atuação dos campos receptivos visuais.

Nesta mesma década de 70, David Marr vinha elaborando seu modelo de visão que culminou em seu livro [9]. Neste modelo, o aparelho de visão é abordado com um sistema formal [9, p. 20], e o resultado do seu processamento (a visão) é uma descrição da cena observada. O agrupamento, neste modelo, é fruto da semelhança entre os valores para o conjunto de atributos dos objetos encontrados na cena. Ligando objetos agrupados sugeriu a existência das “linhas virtuais”.

Em 1978, Stevens [3], publicou seu trabalho onde propõe um algoritmo (não iterativo) para a obtenção das “linhas virtuais”, baseando-se apenas nas estruturas paralelas locais encontradas, o que contradiz a dependência dos aspectos globais encontrada por Glass [7], [8]. Em 1980, Marr [9] referencia o trabalho de Stevens [3] como subsídio ao seu modelo de visão.

Em 1984, Prazdny [10], numa alternativa a “descrição simbólica” de Stevens [3], propôs, como responsável pelos padrões de Glass, mecanismos de medida no domínio de energia. Ele mantém a visão hierárquica de Glass, sugerindo dois estágios de processamento: em um primeiro estágio as orientações das vizinhanças são levantadas, e, em um segundo estágio haveria a combinação deste levantamento, que resultaria na “percepção global”. Neste trabalho ele, ainda verifica que a percepção dos PG é dependente da constância do tamanho na transformação, sendo

impossibilitada quando os pontos rotacionados,  $\Pi''$ , têm seu tamanho modificado significativamente. Em seu trabalho seguinte, Prazdny [11], [12] conclui a inadequação de filtros de frequências espaciais na formação da percepção de PG com havia hipotetizado Caelli *et. al.* [13], e ainda sugere que, apesar dos PG serem detectados em menos 200 ms (o que não possibilita o movimento dos olhos), a percepção dos PG não seja pré-atencional<sup>4</sup>.

Em 1991, Brookese Stevens [14] analisamos dois principais modelos em agrupamento de padrões de pontos<sup>5</sup>: um, no qual os pontos individuais são tratados como elementos discretos com seu conjunto de características, que será base do processo de agrupamento; e outro modelo que faz uso do conceito de soma de energia de campos receptivos de células simples para explicar o emparelhamento dos pontos (agrupamento) em tais padrões. Estes autores, depois das descobertas neurofisiológicas da época, colocam em evidência o modelo de células simples como um ator principal na explicação do mecanismo de agrupamento em padrões de pontos.

Em 1998, Neumann *et. al.* [15] estudaram o efeito do contraste nos PG via sua proposta de um modelo para medida de contraste visual, verificaram que variações de contraste têm pouca influência na percepção global dos PG.

### 2.1. Os detalhes da solução de Stevens

Sendo nosso trabalho uma proposta de uma alternativa ao trabalho de Stevens, não temos como prescindir à apresentação detalhada do trabalho de Stevens. Este por sua vez tem sua base teórica no pensamento de David Marr em visão.

Baseando-se na abordagem do processo de visão sugerida por Marr [16], Stevens [3] propõe um modelo para o agrupamento em PG com base, apenas, em informações da geometria local do padrão, o que foi de encontro às idéias de Glass [7]. Nos termos da abordagem de Glass, Stevens [3] busca computar uma representação para a estrutura do PG.

#### O procedimento

Stevens entende que uma “representação natural” para o emparelhamento local são as “linhas virtuais”. Cada linha virtual representaria a separação e a orientação entre pares de pontos. O resultado disto é representar a estrutura local do padrão como um “arranjo espacial de linhas virtuais” [3, p. 23].

O passo inicial na construção das linhas virtuais é, com base numa vizinhança definida previamente, construir, para cada ponto, linhas virtuais partindo destes até seus vizinhos.

<sup>2</sup> No “movimento aparente” o padrão parece girar apesar de não haver qualquer movimento neste. Em um trabalho anterior nosso [21], o qual este resume em parte, apresentamos maiores detalhes deste fenômeno.

<sup>3</sup> A operação inversão na imagem ocorre no valor de cor de cada ponto. Estabelecida uma ordem no conjunto de cores da imagem, a operação de inversão troca a cor do ponto por uma cor de ordem inversa no conjunto de cores.

<sup>4</sup> Coloca-se sob o rótulo de pré-atencional todo o processamento, resultante da percepção visual que ocorre antes da definição da atenção, o que normalmente é identificado pelo movimento dos olhos.

<sup>5</sup> Entendemos padrões de pontos uma imagem onde os seus elementos principais são pontos.

Obtidas as possíveis linhas virtuais para todo o padrão, é necessário verificar quais destas são localmente paralelas. Para um dado ponto no padrão, é construído um histograma das orientações das linhas virtuais encontradas na vizinhança, fazendo ainda, uma ponderação: linhas virtuais têm maior peso a escolha, favorecendo os vizinhos mais próximos. A Figura 2 ilustra a idéia a comum de um pequeno conjunto de pontos.

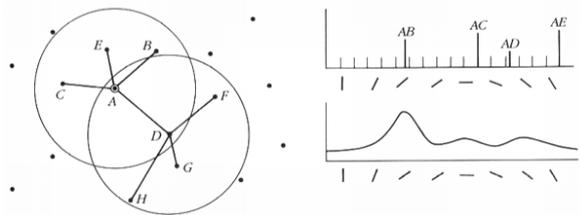


Figura 2: Ilustração da técnica utilizada pelo algoritmo proposto por Stevens [3]. Deseja-se escolher das linhas virtuais atuais saindo do ponto A, qual delas é a mais provável para representar a linha virtual que parte do ponto A para algum dos seus vizinhos. Para tal é construído um histograma com as orientações existentes na vizinhança do ponto A, de posse do histograma escolhe-se a linha virtual partindo do ponto A que tem orientação mais próxima da orientação que dá maior valor no histograma.

Um exemplo do resultado da aplicação do algoritmo de Stevens é apresentada na Figura 3.

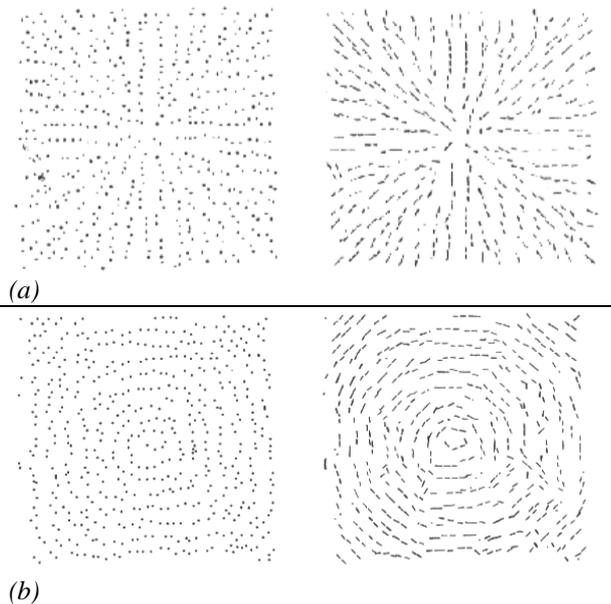


Figura 3: Exemplo de resultados de alguns padrões de Glass processados com o algoritmo de Stevens [3]. Temos duas amostras da aplicação: (a) padrão radial; (b) padrão circular. (Imagem encontrada em [3, Figura 3] e reproduzida com a permissão de Kent Stevens).

## As Limitações do Algoritmo de Stevens

Stevens aponta como principais limitações do seu algoritmo três aspectos. Primeiro, para grandes números de pontos os picos do histograma têm pouca significância. Segundo, o tamanho da vizinhança é ponto sensível do algoritmo. Por último, se, por conta do deslocamento provocado pela transformação, o ponto correspondente ficar mais afastado que outros pontos a ponderação contribuirá para uma associação errônea a orientação da linha virtual escolhida.

## 3. Metodologia

Estamos interessados em apresentar uma aplicação de mapas auto-organizáveis introduzidos por Kohonen [17]. Neste conceito eles sintetizam o seu modelo em duas características básicas: resposta localizada do mapeamento, e, o mapeamento mantém a ordem topológica do conjunto de entrada. Acrescentamos a isto um conjunto que denominamos *princípio da sintonia*. Este princípio determina que somente os elementos da rede que estiverem em sintonia com o processo corrente devem ser considerados.

A frequência da ativação de cada neurônio é a sua resposta a um estímulo de entrada [18]; sendo esta frequência proporcional a sintonia do neurônio ao estímulo. Esta característica fica patente quando observados os mapas corticais: cada estímulo tem sua resposta vista somente em determinadas partes do córtex [19]. Se considerarmos que há uma relação proporcional entre o nível de ativação do neurônio e o seu gasto de energia podemos concluir: *só gasta energia o elemento que está envolvido no processo*<sup>6</sup>. Isto nos leva a sugerir, então, o conceito de *nível de atividade* como a medida do envolvimento, ou a *sintonia*, de um dado neurônio com o processo em andamento. Nono caso, o processo corrente é ajustado ao estado interno do sistema<sup>7</sup>, de forma que este realize corretamente o mapeamento do espaço de entrada.

O nosso objetivo, agora, é ampliar o modelo de Kohonen para mapas auto-organizáveis, acrescentando a este modelo o conceito de nível de atividade de um neurônio em um dado processo corrente; resultando desta ampliação o modelo que estamos denominando *Redes de Kohonen Ativas* (RKA).

Para o caso de mapas auto-organizáveis de Kohonen, ou simplesmente Redes de Kohonen (RK), uma medida de sintonia do neurônio com o processo em andamento pode ser obtida pela quantidade de vezes que o neurônio participou do processamento. Esta associação imediata de nível de atividade com a participação do processo de treinamento, deve-se a maneira peculiar do treinamento nas RK, o que pode

<sup>6</sup> Apesar da ênfase dada às interações locais que formam a base do nosso argumento, não podemos esquecer as interações entre elementos distantes como um ponto importante no estado final do sistema em resposta a um estímulo [20].

<sup>7</sup> Ou seja, o ajuste do conjunto de pesos dos neurônios da rede de forma que este represente o mapeamento desejado.

não ser verdade para outras arquiteturas, onde, talvez a medida da sintonia do neurônio com o processo em curso devesse ser outra.

### 3.1. Descrição do Algoritmo Modificado

A modificação sugerida no modelo de Kohonen é uma extensão, e, portanto vêm acrescentar conceitos novos deixando intactos os já existentes. Assim no modelo atual, a rede,  $R$ , é par:

$$R = (N, r), \text{ onde:}$$

$N$  = conjunto de elementos de processamento – neurônios;

$r$  = reticulado no qual, em cada nó, encontra-se um elemento de  $N$ , sendo a associação entre o neurônio e o nó fixa.

Este elemento conceitual define qual o formato básico do qual o espaço de entrada deve ser reconstruído/mapeado pela rede.

Em termos práticos a modificação implementada implica que, no decorrer do treinamento, os neurônios que não estão em sintonia, ou seja, os neurônios que não estão participando da aprendizagem passam a ser desconsiderados, sendo denominados *neurônios inativos*. Os neurônios inativos são retirados do reticulado. No entanto, isto foi feito de forma a tornar esta retirada reversível: caso, no decorrer do processo de treinamento, em algum momento, um dado neurônio, antes considerado inativo, passar a ter um nível de atividade considerável, este neurônio volta ao reticulado na sua posição original. Sabendo que no caso das RK a medida de sintonia de um neurônio é a quantidade média de sua participação no processo de aprendizagem, sugerimos como medida de sintonia do neurônio com o processo em curso uma função proporcional à quantidade de vezes que o neurônio aprende. Assim, dado um conjunto de entrada,  $E$ , e uma rede,  $R$ , o algoritmo de treinamento sugerido é:

- 1 Inicializar os pesos dos neurônios de forma a cobrir regularmente a imagem;
- 2 Uma quantidade de passos de treinamento pré-determinada:
  - 2.1. Selecionar uma entrada (posição do ponto na cena) aleatoriamente;
  - 2.2. Achar o neurônio vencedor para esta entrada;
  - 2.3. Para, o neurônio vencedor, e seus vizinhos (obtidos da função de vizinhança deste neurônio vencedor):
    - 2.3.1. Aplicar a função de aprendizagem ao neurônio;
    - 2.3.2. Incrementar o seu nível de atividade de um certo valor;
  - 2.4. Decrementar de um certo valor o nível de atividade de todos os neurônios;

A descrição acima não tem o intuito de demonstrar na sua forma mais eficiente, e sim, apresentar os conceitos envolvidos da forma mais clara possível. Mais detalhes podem ser encontrados em

de Vasconcelos [21]. Assim as várias funções utilizadas devem ser implementadas segundo a conveniência do problema em questão, desde que seja seguido o conceito de cada uma.

### 3.2. A visualização

É bastante conhecida na literatura a utilização das RK aproximando uma nuvem de pontos. Para tal, é utilizada como entrada a posição do conjunto de pontos na imagem, levando a uma RK em que cada neurônio tem um vetor peso bi-dimensional, e, plota-se cada neurônio na imagem inicial utilizando como coordenadas o seu vetor peso, plotando, ainda, retas entre neurônios vizinhos no reticulado. Cria-se, assim, um mapeamento do reticulado da rede na imagem. Ao final de um certo número de passos de treinamento, o mapeamento do reticulado consegue aproximar o formato do conjunto de entrada: a nuvem de pontos.

Utilizando o princípio de sintonia, realizamos uma pequena modificação na visualização da nossa proposta: só seriam visualizadas as retas entre pares de neurônios ativos<sup>8</sup>. Isto torna a visualização do processo mais clara, mais objetiva, levando a considerações envolvendo apenas os elementos sintonizados com o conjunto de entrada.

### 3.3. O Treinamento

Para o treinamento das RKA utilizamos como conjunto de entrada as posições dos pontos constantes no padrão de Glass. Os pesos dos neurônios são inicializados de forma que o mapeamento do reticulado cubra regularmente a imagem.

Após a inicialização da rede, dada a distribuição regular dos pesos dos neurônios, ficamos bem mais próximos de um estado desejado nas RK, e, também nas RKA: a ordenação topológica das respostas com relação ao espaço de entrada. Isto certamente economiza passos de treinamento, deixando para este estágio apenas um refinamento dos pesos dos neurônios de forma a aproximá-los da posição dos pontos no padrão.

Definamos *densidade do mapeamento* como a quantidade de neurônios mapeados do reticulado por pixel da imagem, o que é proporcional à quantidade de neurônios no reticulado. Se a densidade do mapeamento for conveniente, cada ponto será acompanhado<sup>9</sup>, por pelo menos, um neurônio. Se como vimos da inicialização, as respostas já estão ordenadas topologicamente e, separadas por pontos, o ponto rotacionado não estiver à uma distância muito grande, existirão dois neurônios vizinhos acompanhando pontos vizinhos<sup>10</sup>. Traçando a aresta que liga estes neurônios teremos um agrupamento.

<sup>8</sup> São pares onde os dois neurônios estão ativos após a sequência de treinamento.

<sup>9</sup> Entendendo que um neurônio acompanha um ponto quando faz seu vetor peso aproximar-se do vetor posição do ponto.

<sup>10</sup> Pontos vizinhos ou pontos correspondentes: ponto inicial e ponto rotacional correspondente.

Quando a densidade do mapeamento é grande teremos muitos mais neurônios que pontos. Consideremos, então, dois aspectos: (a) o número de neurônios vencedores é, no máximo, a quantidade de pontos constantes no padrão; (b) por conta da função de vizinhança utilizada na função de aprendizagem teremos, no decorrer do processo de aprendizagem, apenas os neurônios vencedores junto com alguns de seus vizinhos participando do aprendizado. Podemos concluir que a partir de certo instante do processo de aprendizagem uma grande parcela dos neurônios da rede não estará participando do processo. Utilizando-se do princípio de sintonia em RKA, podemos desconsiderar esta grande parcela de neurônios que, a partir de um determinado ponto não estão em sintonia com o processo corrente. Implementamos o princípio via o conceito de nível de atividade de um neurônio no processo de aprendizagem. O nível de atividade do neurônio deve medir a frequência com que o neurônio participou do processo de aprendizagem.

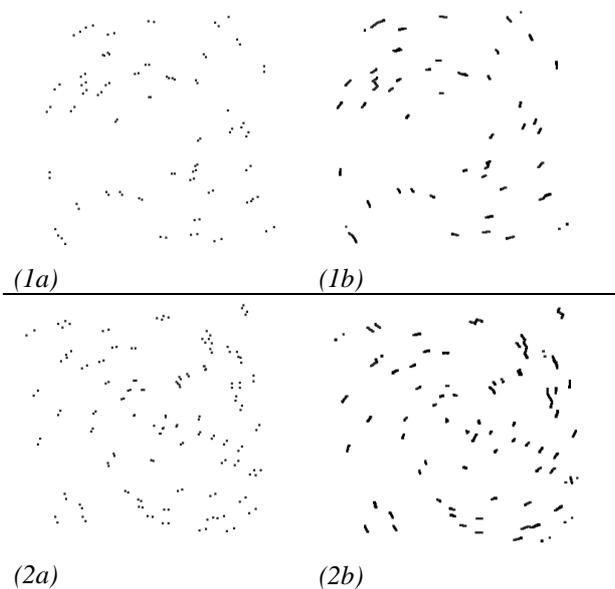


Figura 4: Exemplo de resultados do processamento de padrões de Glass, com poucos pontos, utilizando o algoritmo sugerido. Na Figura temos o padrão à esquerda ( 1a,2a) e o processamento correspondente à direita ( 1b,2b). Para o primeiro padrão ( 1a) foram utilizados 50 pontos iniciais; para o segundo ( 2a) foram utilizados 80 pontos iniciais. Todas as simulações foram de 1000 iterações, tendo como parâmetro do padrão gerado:  $a=1.05$ ;  $b=1.01$ ;  $\theta=0.05rad$ . Em cada iteração é apresentada uma seqüência de amostras das posições de pontos constantes no padrão, escolhidos aleatoriamente.

#### 4. Resultados

Alguns resultados encontrados estão resumidos na Figura 4. Como já foi discutido anteriormente para um bom resultado é necessário uma alta densidade do mapeamento, o que leva, em padrões com um número maior de pontos a necessidade de uma grande

quantidade de neurônios no reticulado. Isto tem alto custo computacional, que pode ser reduzido drasticamente com otimizações no algoritmo de treinamento. Por conta do custo de computação tratamos apenas com padrões com uma quantidade de pontos reduzida<sup>11</sup>. Assim, para as comparações é bastante razoável ter em mente esta diferença na formação dos padrões.

#### 5. Conclusões

O princípio de sintonia pode ser aplicado, não somente aos casos das RK. Torna-se plausível pensar na sua implementação em outras arquiteturas de redes, o que levaria a extensões dos modelos já existentes. No entanto, um estudo com tal amplitude foge ao escopo deste trabalho, o que não o inviabiliza em trabalhos futuros.

Deixamos para um trabalho futuro a otimização do conceito de nível de atividade.

De uma maneira geral os nossos resultados no agrupamento em PG são bastante semelhantes aos encontrados por Stevens, como pode ser verificado comparando as Figuras 3 e 4. Podem ser encontrados nos resultados os agrupamentos de pontos existentes no padrão. Neste processamento encontramos também agrupamentos envolvendo figuras que não são necessariamente linhas (representando linhas virtuais), mas aglomerados entre 3 ou 4 pontos muito próximos, pois não podemos considerar estes elementos como componentes existentes na geometria local.

Apontamos como pontos negativos principais:

- O alto custo computacional no momento do treinamento. No entanto não podemos fazer comparações com o trabalho de Stevens por não constar este tipo de estudo nos seus resultados. No nosso caso o custo computacional cresce proporcionalmente com a quantidade de pontos existentes no padrão.
- A definição da densidade adequada do mapeamento – com baixas densidades de mapeamentos não se consegue determinar as estruturas locais; com altas densidades temos problemas como o custo de computação.

Antagonicamente, a característica de tratar melhor padrões pouco densos pode ser colocada como uma característica positiva quando comparamos com o trabalho de Stevens, pois a eficiência do seu algoritmo é função de informações das orientações de vizinhança. Quando o padrão é pouco denso essa informação inexistente ou é escassa, apesar de em nada prejudicar a percepção do padrão<sup>12</sup>.

<sup>11</sup> Pois nos trabalhos de Stevens temos padrões com a quantidade de pontos em torno de 900 pontos.

<sup>12</sup> A percepção não é prejudicada em baixas densidades quando o deslocamento causado pela transformação geradora (Eq. 1) é pequeno.

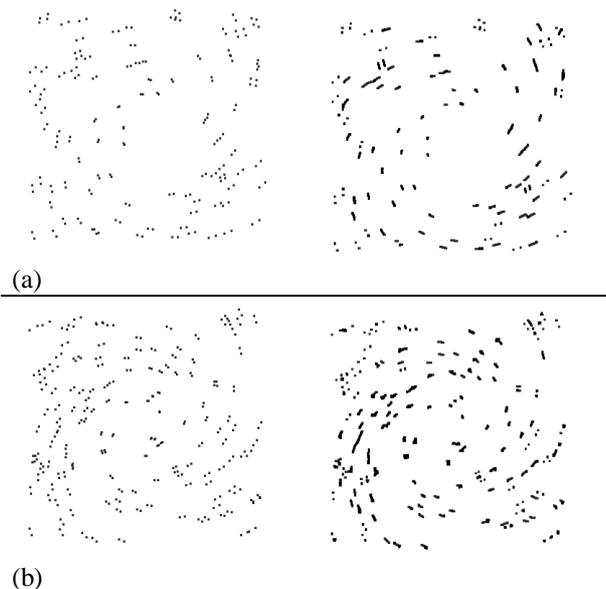


Figura 5: Exemplo de resultados do processamento de PG com uma quantidade maior de pontos: (a) 120 pontos; (b) 150 pontos. Os parâmetros de geração são os mesmos utilizados na Figura 4.

Ainda podemos apontar como pontos positivos da nossa abordagem:

- Ser uma solução que prescinde a abordagem simbólica idealizada por Marr, mostrando uma alternativa para a estética do problema;
- Sua plausibilidade biológica, visto que os modelos de neurônios não se apresentam tão distantes de modelos mais precisos para estes casos.

## Referências

- [1] T. Kohonen. *Competition and Cooperation in Neural Nets*. Springer-Verlag, 1982.
- [2] S. Kaski, J. Kangas, T. Kohonen. Bibliography of self-organizing map (som) papers: 1981-1997. *Neural Computing Surveys*, 1:102-350, 1998.
- [3] K. Stevens. Computation of locally parallel structure. 29:19-28, 1978.
- [4] L. Glass. Moiré effect from random dots. *Nature*, 223:576-580, 1969.
- [5] D. Hubel & T. Wiesel. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in cat's visual cortex. *J. Physiol.*, 160:106-154, 1962.
- [6] T. Hubel & T. Wiesel. *J. Physiol.* 28, 1965.
- [7] L. Glass & R. Pérez. Perception of random dot interference patterns. *Nature*, 246:360-362, 1973.
- [8] L. Glass & E. Switkes. Pattern recognition in humans: correlations which cannot be perceived. *Perception*, 5:67-72, 1976.
- [9] D. Marr. *Vision*. Freeman, 1980.
- [10] K. Pradny. On the perception of glass patterns. *Perception*, 13:469-478, 1984.
- [11] K. Pradny. Some new phenomena in the perception of glass patterns. *Biological Cybernetics*, 53:153-158, 1986.
- [12] K. Pradny. Psychophysical and computational studies of random-dot moiré patterns. *Spatial Vision*, 1(3):231-242, 1986.
- [13] T. Caelli, G. Preston, E. Horwell. Implications of spatial summation models for processes of contour perception: a geometric perspective. *Vision Research*, 18:723-734, 1978.
- [14] A. Brookes & K. Stevens. Symbolic grouping versus simple cell models. 65:375-378, 1991.
- [15] H. Neumann, T. Hansen, L. Pessoa. Interaction of on and off pathways of visual contrast measurement. Technical Report Nr. 98-07, Ulmer Informatik-Berichte, 1998.]
- [16] D. Marr. Early processing of visual information. *Phil. Trans. R. Soc. London*, B.225:483-519, 1976.
- [17] T. Kohonen, *Self-Organizing Maps*. Springer Series in Information Sciences. Springer, 2<sup>nd</sup>. Edition, 1997.
- [18] A. C. Bernstein
- [19] S. M. O. O. Kosslyn. *Fundamental Neuroscience*, chapter Hemispheric Specialization, pages 1521-1541. Academic Press, 1999.
- [20] L. Spillmann & J. S. Werner. Long-range interactions in visual perception. *TINS*, 10(10):429-434, 1996.
- [21] N. A. P. de Vasconcelos. Mapas Auto-Organizativos e Aplicações. Dissertação de Mestrado. PESC/COPPE/UFRJ, 2000.