

Operações de Volatilidade utilizando Redes Neurais*[†]

Luiz Otavio M. Calôba¹, Luiz Pereira Calôba², Cláudio R. Contador³

¹Banco BBM S.A., Rio de Janeiro, Brazil

²COPPE / Escola de Engenharia – UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil

³COPPEAD– UFRJ, Rio de Janeiro, Brazil

E-mails: caloba@bbmbank.com.br, caloba@lps.ufrj.br, contador@coppead.ufrj.br

Abstract

In this paper we propose a technique to forecast the daily changes of the market volatility (ISD) using neural networks. We define the input variables based on specific literature but using lag and horizon of the training set calculated so that we guarantee the significancy of its correlation with the output variable through time. We use this technique on data from Telebrás PN Stock options from August 1994 through November 1996. Then, based on out-of-sample projections of the model we simulate a trading volatility strategy, creating Delta-hedged portfolios that result in abnormal returns in the market.

1. Introdução

Desde 1973, quando Fisher Black e Myron Scholes (1973) desenvolveram uma fórmula fechada para o cálculo teórico do valor de uma opção sobre um ativo financeiro, o mercado de opções sofreu uma enorme transformação, não parando mais de crescer.

De acordo com essa fórmula o valor teórico de uma opção (prêmio - c) é função do valor do ativo financeiro (S) a que ela se relaciona, do preço de exercício (X), do tempo para o vencimento da opção (t), da taxa de juros (r) e da volatilidade do ativo (σ).

$$c = c(S, X, t, \sigma, r) \quad (1)$$

Podemos observar todos esses valores no mercado excetuando a volatilidade do ativo. Entretanto é possível calcular implicitamente o valor da volatilidade para a qual o valor do preço teórico, segundo o modelo de Black & Scholes (1973), é equivalente ao prêmio de mercado. Denominamos esse valor volatilidade implícita.

As operações envolvendo previsões sobre o comportamento futuro dessa variável, ou operações de volatilidade, conforme são conhecidas, ocupam um papel fundamental no dia a dia das mesas de operações dos bancos de investimento. Esse comportamento,

entretanto, é rapidamente variante no tempo e extremamente não linear, o que torna sua previsão uma tarefa bastante complexa, justificando a aplicação de redes neurais com esse propósito.

O objetivo desse trabalho é tentar prever o comportamento dessa variável para opções sobre Telebrás PN (negociadas na BOPVESP) através da aplicação de uma rede neural e tentar mostrar que, a partir dessa previsão é possível obter lucros no mercado. Estaremos, assim, abordando o problema de maneira semelhante a Harvey e Whaley (1992) e Malliaris e Salchenberger (1994) que aplicaram um modelo auto regressivo (GARCH) e uma rede neural do tipo *feed-forward* com esse propósito.

Esse trabalho se divide em cinco partes, sendo a primeira esta introdução. Na segunda parte apresentamos as variáveis que serão utilizadas para fazer a previsão da variação da volatilidade implícita das opções, explicando a origem do conjunto de dados utilizado. Mostramos como foi feita uma pré-seleção dessas variáveis através de uma análise qualitativa e como definimos, usando uma análise quantitativa, o número de séries a serem utilizadas no treinamento da rede bem como a defasagem de cada variável.

Na terceira parte apresentamos a rede neural utilizada, do tipo *feed-forward* de duas camadas, definindo sua metodologia de treinamento, os tipos de neurônios utilizados na camada intermediária e na camada de saída, e como foi feita a definição do número de neurônios na camada intermediária.

Na quarta parte apresentamos os resultados numéricos obtidos, explicando inicialmente como é feita a seleção da rede a ser usada para a previsão. Em seguida comparamos os resultados da previsão de volatilidade com os valores de mercado, discutindo a qualidade da previsão da rede. Por fim, apresentamos como são feitas operações de volatilidade e testamos a capacidade de utilizar os resultados da previsão para gerar retornos no mercado significativamente superiores a zero, incluindo custos de corretagem.

Finalmente na quinta parte fazemos um levantamento geral do trabalho realizado e apresentamos algumas sugestões para extensões da pesquisa realizada.

* Esse trabalho é baseado na tese de mestrado Previsão de volatilidade implícita utilizando Redes Neurais (Calôba, L. O. (2000)).

[†] Agradecemos a Franklin de O. Gonçalves pelas discussões proveitosas. Erros remanescentes são de inteira responsabilidade dos autores.

2. Seleção das variáveis de entrada

Nessa seção apresentamos as variáveis que serão usadas para fazer a previsão da variação da volatilidade implícita das opções. Primeiro apresentaremos o conjunto de dados que será utilizado nesse trabalho. Depois como pré selecionamos as variáveis a serem usadas em uma *fase qualitativa* de seleção de variáveis. Finalmente, em uma *fase quantitativa* de seleção de variáveis descreveremos como definimos o horizonte de tempo do conjunto de treino e a defasagem de cada variável.

2.1 O Conjunto de dados

Os dados básicos utilizados em nossa análise são os preços de fechamento diários das opções e da ação (Telebrás) no período entre Agosto de 1994 e Outubro de 1996. Nesse período Telebrás PN era a ação mais líquida do Mercado, sendo responsável, sozinha, por cerca de 35% do volume financeiro de negócios do Mercado Acionário Brasileiro.

Assim como as ações, as opções sobre Telebrás PN eram negociadas na BOVESPA (Bolsa de Valores São Paulo) e tinham como data de exercício a terceira segunda feira dos meses de Fevereiro, Abril, Junho, Agosto, Outubro e Dezembro. Embora todas esses prazos fossem listados, normalmente apenas os contratos de prazo mais curto são negociados, sendo apenas opções de compra, com cerca de 6 ou 7 preços de exercício diferentes. Usualmente apenas três desses contratos possuem liquidez.

Para evitar a sobreposição das séries e distorções causadas por problemas de liquidez em períodos muito longe ou perto da data de exercício, normalizamos o tamanho das séries. Dessa forma, estaremos analisando apenas opções entre 34 e 5 dias úteis para o vencimento. Esse procedimento facilita, também, o manuseio das séries.

Decidimos tentar prever apenas o comportamento da volatilidade implícita da opção mais líquida (opção mais *at-the-money*). Essa escolha justifica-se uma vez que, nesse trabalho, vamos verificar a possibilidade de gerar ganhos através de operações de volatilidade, essa opção é a mais recomendável pois é a que apresenta a maior sensibilidade à volatilidade (maior Vega).

Durante o período analisado ocorreram 13 vencimentos de opções. Dessa forma temos no total 390 dias para usar na nossa análise, distribuídos em 13 séries com 30 pontos cada. Essas séries estão apresentadas na figura 1 a seguir.

2.2 Seleção de variáveis – fase qualitativa

Nesse trabalho não estamos tentando fazer uma extensão das pesquisas realizadas no uso de redes neurais artificiais para precificar opções [Hutchinson,

Lo e Poggio, 1994; Anders, Korn e Schmitt, 1998; Geigle e Aranson, 1999] ou prever a volatilidade observada do ativo, de maneira semelhante a Lachtermacher e Gaspar (1995)¹.

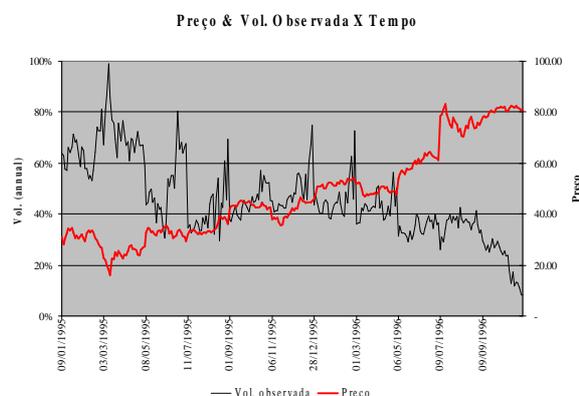


Figura 1: Preço e vol. implícita X tempo

Tentaremos manter o foco dessa pesquisa voltado exclusivamente para a previsão do comportamento da volatilidade implícita, abordando o problema de maneira semelhante a Harvey e Whaley (1992)² e Malliaris e Salchenberger (1994)³. Dessa forma, ao contrário dos trabalhos que visam apenas calcular o valor das opções utilizando apenas os valores de entrada da fórmula de Black & Scholes (1973), testamos a possibilidade de uso de outras variáveis. Para tal analisamos a literatura e definimos as variáveis a serem analisadas.

Inicialmente pré-selecionamos as variáveis envolvidas na fórmula de Black & Scholes (1973), especificamente: o valor do ativo, o preço de exercício, o tempo para o vencimento, a taxa de juros livre de risco, a volatilidade implícita e o prêmio da opção.

Além disso, através do estudo de outros trabalhos [Mayhew, 1995, Harvey e Whaley 1992; Malliaris e Salchenberger, 1994] decidimos testar também outras variáveis, listadas a seguir: segunda-feira (dummy), sexta-feira (dummy), volume financeiro negociado da bolsa, variação do preço do ativo, variação da volatilidade, Vega e razão entre preço de exercício e futuro do ativo (*Moneyness function*).

¹ Essa foi a única referência que encontramos de aplicações de redes neurais para o mercado de opções no Brasil. Nesse trabalho, os autores desenvolveram, com sucesso, uma rede neural com a função de calcular os valores de mercado das opções sobre Telebrás PN.

² Nesse trabalho os autores abordam esse problema utilizando um autoregressivo do tipo GARCH, rejeitando a hipótese de não previsibilidade da volatilidade do S&P 100. Entretanto a possibilidade de gerar retornos anormais tomando como base essa previsão é também rejeitada.

³ Nesse trabalho, os autores desenvolvem uma rede neural com o objetivo de prever o valor da volatilidade implícita do dia seguinte da opção “mais no dinheiro”. O processo de seleção de variáveis de entrada foi de tentativa e erro até chegar a 13 variáveis finais. O coeficiente de correlação entre a volatilidade real e a prevista (R2) foi de 0,85. A média de acerto de direção de mudança foi de 0,794.

Na seção seguinte testamos essas variáveis verificando sua utilidade ou não na previsão da volatilidade.

2.3 Seleção de variáveis – fase quantitativa

Como o comportamento da volatilidade implícita de uma opção é um processo muito ruidoso e variante no tempo verificamos que um dos maiores problemas a enfrentar seria como definir corretamente um horizonte para treinamento da rede onde o processo possa ser considerado pseudo-estacionário⁴.

Especificamente existe um total de 13 séries que podem ser utilizadas no treinamento da rede neural. Para sermos coerentes com a realidade, utilizamos as primeiras N séries para treinar uma rede e, em seguida utilizamos essa rede na previsão da próxima série (N+1). A seguir, utilizaremos as segundas N séries (de 2 a N+1) para treinar uma outra rede, que utilizaremos na previsão da série seguinte (N+2) e assim por diante. Precisamos definir o horizonte de treinamento N de maneira a maximizar a eficiência de previsão da rede.

Se utilizarmos um horizonte muito longo não conseguiremos treinar, pois a variabilidade no tempo do sistema é muito grande e o comportamento da última série em relação a alguma variável poderá ser inteiramente diferente do da primeira. Por outro lado se utilizarmos um horizonte muito pequeno, poderemos não estar mapeando corretamente o problema (a rede não estará sendo treinada corretamente por falta de dados).

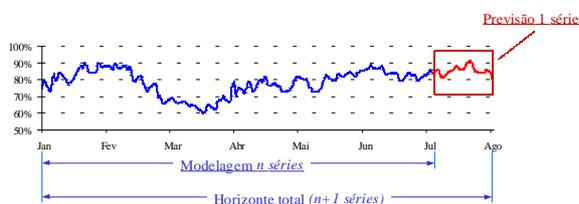


Figura 2: horizonte de treinamento

Outro ponto importante diz respeito a qual o atraso que devemos usar para cada uma das variáveis de entrada. Para responder essas questões elaboramos um método para verificar a significância das correlações entre as variáveis de entrada e a saída desejada, tanto em função do horizonte de series utilizadas como em função do atraso de cada variável.

O primeiro passo desse método foi calcular as correlações atrasadas entre todas as variáveis observadas e o retorno da volatilidade implícita, bem como a auto correlação dessa variável dentro de cada uma das séries sozinha, conforme mostrado na figura 3. Como produto dessa análise temos 13 matrizes de correlações (uma por série), com 17 colunas (número de variáveis) e 30 linhas (número de atrasos possíveis).



Figura 3: Matriz de correlação da série.

A partir disso selecionaremos as matrizes de correlação das N primeiras séries e calcularemos média e desvio padrão para cada uma das células da matriz. A seguir verificamos a significância dessa correlação (célula) média através de um teste de hipóteses com 95% de probabilidade (1.65 desvios) de que a correlação não mude de sinal. Caso essa correlação seja significativa atribuiremos a ela o valor de 1, caso não seja atribuiremos 0. Fazendo isso para todas as células teremos como resultado uma matriz de dimensões equivalentes à de correlação tendo, porem apenas valores nulos ou unitários denominamos essa matriz de matriz de significância.

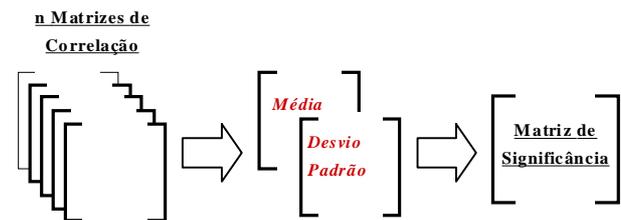


Figura 4: Matriz de significância.

Repetiremos então o mesmo procedimento para as matrizes de correlação entre a serie 2 e N+1 e assim por diante até as séries entre 13-N e N. Com isso teremos um total de 13-N matrizes resultantes.

Calculamos, então a média, ponto a ponto, das células das matrizes de significância, multiplicando pelo valor da probabilidade de corte usada (0.95). Fazendo isso, geramos uma matriz de significância média de um horizonte total n.

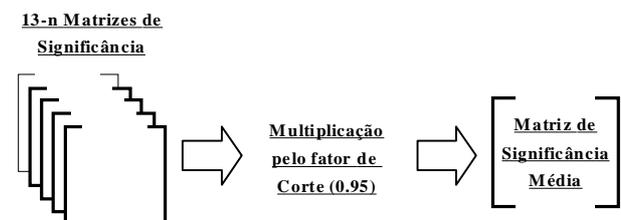


Figura 5: Matriz de significância média.

Repetimos então esse processo para todos os horizontes totais possíveis (de 2 até 13), tendo como

⁴ Um processo pseudo-estacionário consiste em um processo onde os parâmetros estatísticos das variáveis e suas relações variam ao longo do tempo, Sendo, porém, em um determinado período constantes.

produto final 12 matrizes de significância média, uma para cada horizonte total.

Separamos as linhas relativas a variável i em cada matriz de significância média, gerando uma única matriz de significância média para a variável, formada por 12 linhas (número de horizontes) e 30 colunas (número de atrasos possíveis). Assim, em cada ponto estará sendo mostrada a significância média da correlação da variável defasada com a variável de saída (vol. implícita) (em j dias), para um horizonte total n .

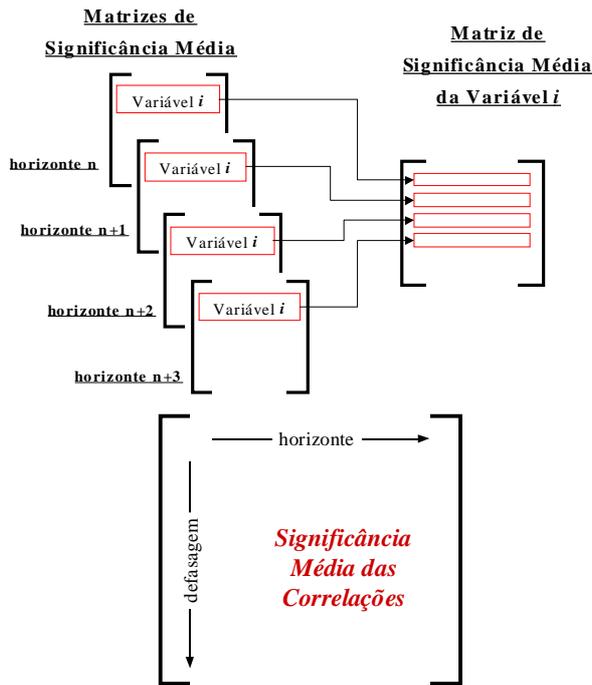


Figura 6: Matriz de significância média das correlações da variável i .

Analisando então os resultados e percebemos que a medida em que aumentamos o horizonte de análise, menos significativas tornam-se as médias (as correlações mudam mais de sinal dentro do horizonte). Percebemos que a partir de um horizonte total ($N+1$) de 3 o número é pequeno e que a partir de 4 praticamente já não existem correlações estáveis. Dessa forma adotamos um horizonte de treinamento de 2 séries para prever uma terceira, isto é, um horizonte total de 3 séries. Assim trabalharemos com um total de 11 conjuntos de 3 séries (2 de treino/teste e 1 para previsão).

Para escolher as variáveis usadas primeiro atribuímos um critério de corte segundo o qual eliminamos todas as variáveis cuja significância era menor que 50%, ou seja cortaremos todas as variáveis cuja chance de mudança de sinal da correlação entre séries é maior que 50%. Assim garantimos que o treinamento é mais estável.

Feito isso selecionamos as variáveis com mais significância e com atraso menor que sete dias (quanto

maior o atraso que usamos menos pontos teremos para treinar e, posteriormente, operar). Ao fim chegamos às oito variáveis listadas a seguir:

Tabela 1: Atraso e significância das variáveis de entrada.

Variável	Atraso	Significância
Retorno da Vol. Implícita	1	84%
<i>Moneyness Function</i> (razão entre o preço de exercício e o futuro do ativo)	5	76%
Valor do Ativo	2	76%
Valor do preço de Exercício	0	67%
Volatilidade Implícita	2	67%
Prêmio	1	59%
Tempo para o Vencimento	0	59%
segunda-feira (<i>Dummy</i>)	0	59%

Passamos então a parte de definição, treinamento e previsão através da rede neural.

3. A Rede Neural Utilizada

Redes Neurais artificiais são ferramentas poderosas essencialmente para processos multivariáveis e não lineares [e.g. Wasserman, 1989; Hecht-Nielsen, R., 1990; Cichocki e Unbehauen, 1993; Calôba, 1997; Haykin, 1999]. Nesse trabalho utilizamos uma rede neural do tipo feed-forward de duas camadas de n neurônios. Essa rede tem como vantagens a facilidade de manuseio e o fato de ser capaz, teoricamente, de aproximar qualquer função [Hecht-Nielsen, R., 1990]. Redes semelhantes foram utilizadas por Hutchinson, Lo e Poggio, 1994, por Anders, Korn e Schmitt, 1998 e por Geigle e Aranson, 1999.

A metodologia de treinamento utilizada foi do tipo *back-propagation*, utilizando uma técnica de treinamento por época, desenvolvida por Silva e Almeida (descrito por Cichocki e Unbehauen, 1993), modificada de forma a evitar *overtraining*. Especificamente, após o treinamento da rede é selecionado o conjunto de sinapses que apresentou, ao longo de todo o treinamento, o menor erro no conjunto de teste.

A rede utilizada na previsão possui como entradas as 8 variáveis definidas na seção anterior e tem como saída o retorno da volatilidade. Os neurônios da camada intermediária (camada escondida) possuem uma função de ativação do tipo sigmóide, enquanto o neurônio da camada de saída é do tipo linear.

Para definir o número de neurônios na camada intermediária, estudamos o comportamento do erro de validação (*out-of-sample*) em função do número de neurônios. Esse estudo foi feito tanto em função do erro médio quadrático como em função do erro de direção

(percentagem de erro de sinal do retorno da volatilidade). Para evitar problemas nessa análise em função de algum treinamento ruim, causado por pontos de partida de sinapses adversos, geramos inicialmente 10 redes para cada número de neurônios / conjunto de séries. Seleccionamos, então, por conjunto, aquela com o menor erro de teste, usando a hipótese de ser este o indicador disponível mais confiável para a série com menor erro de validação.

A seguir, calculamos então a média aritmética dos erros de treino, teste e validação para os 11 conjuntos de séries seleccionados, tanto para o Erro Médio Quadrático como para o Erro de Direção. Repetimos o processo para diversas quantidades diferentes de neurônios na camada intermediária.

Geramos, então os dois gráficos adiante que mostram as curvas de comportamento da média Erro Médio Quadrático e do Erro de Direção médios em função do nº de neurônios da camada intermediária:

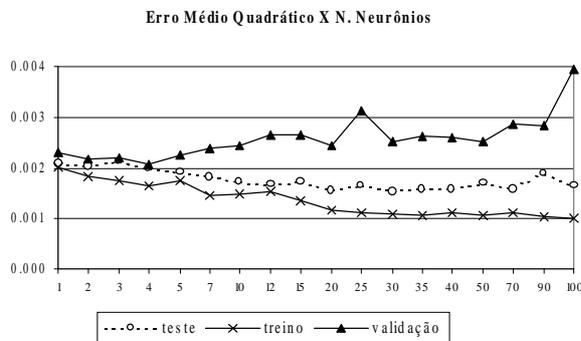


Figura 7: Média do EMQ observado em função do nº de neurônios na camada intermediária.

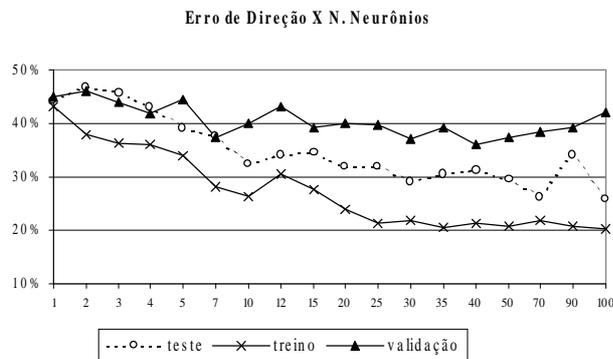


Figura 8: Erro de direção em função do número de neurônios na camada intermediária.

Como é possível notar, a rede que apresentou o menor erro quadrático de validação foi a com apenas 4 neurônios na camada intermediária. Por outro lado, a rede de menor erro de direção foi a com 40 neurônios na camada intermediária. Uma vez que, ao operar volatilidade, a precisão numérica da previsão é mais importante que a direção, decidimos utilizar a rede de apenas 4 neurônios na camada intermediária.

4. Resultados Numéricos

Uma vez definida a rede que seria utilizada, foi feito o treinamento de 50 redes para cada uma das séries. Seleccionamos então, para cada série, dentre as 50 redes, a com o menor erro de teste acumulado. Através dessas redes fizemos, então, a previsão do retorno da volatilidade. A seguir temos um exemplo do erro de previsão (validação) acumulado das 50 séries com a serie escolhida em destaque. Como é possível perceber o método de escolha através do erro de teste é bastante eficiente (o erro de teste é um bom indicador do erro de previsão da rede).

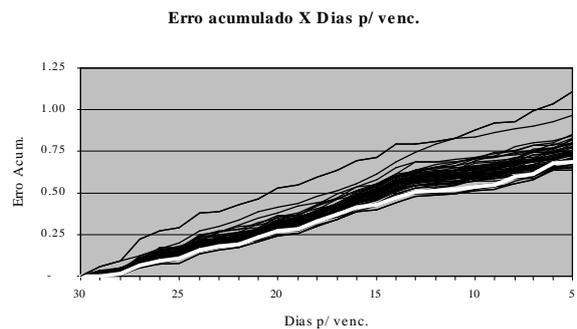


Figura 9: Erro absoluto acumulado de previsão da série seleccionada (em branco) comparado aos das outras.

4.1 Previsão o retorno da volatilidade

Após terem sido seleccionadas as melhores redes calculamos a partir das variáveis observadas em D0, qual o valor do retorno previsto para a volatilidade implícita entre D0 e D+1. Calculamos então o valor estimado da volatilidade implícita no dia seguinte. Comparamos esse valor com o da volatilidade implícita observada no dia seguinte. A seguir temos um gráfico mostrando a evolução desses valores:

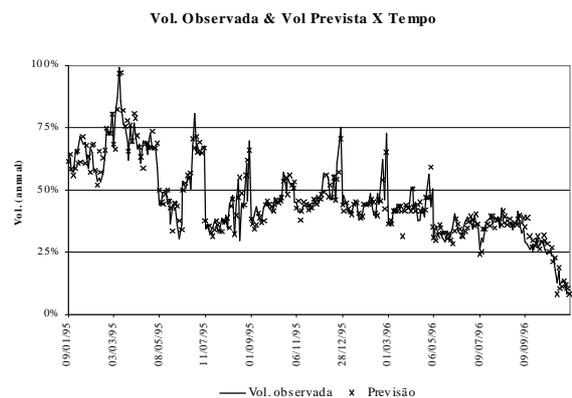


Figura 10: Previsão de volatilidade implícita contra volatilidade implícita observada (out-of-sample).

Como é possível perceber, a previsão, excluindo alguns pontos, encontra-se bastante próxima do valor real observado no mercado. Na tabela 2 mostramos as estatísticas de comparação entre os resultados previstos

e observados. Fizemos duas análises, uma com todas as séries e a outra excluindo o período de influência mais forte da Crise do México.

Comparando os resultados com os obtidos por Malliaris e Salchenberger (1994), obtivemos um coeficiente de correlação entre a volatilidade real e a prevista (R2) superior (0.90 contra 0,85), porém a média de direção correta foi bem menor (58% contra 79%). Essas comparações, entretanto, são pouco significativas, pois os ambientes de previsão são bastante diferentes, especificamente porque nossas previsões são feitas para um derivativo em um país emergente (Brasil), enquanto no caso de Malliaris e Salchenberger (1994) trata-se de uma economia já desenvolvida.

Tabela 2: Análise estatística da previsão.

	11 Séries	10 Séries ⁵
R2	0.8996	0.9035
Erro de Direção	41.82%	42.00%
Erro Médio Absoluto	3.42%	3.34%
Erro Médio Quadrático	0.0023	0.0023

Calculamos também o comportamento do erro médio absoluto em função do tempo para vencimento da opção. Verificou-se, que o erro aumenta a medida que nos aproximamos do vencimento, o que indicar a possibilidade de utilizar redes para períodos menores (por exemplo, treinar a rede a cada 12 dias ou menos, ao invés de 25) para melhorar os resultados.

4.2 Operando volatilidade

Uma vez selecionada a rede e gerada a previsão de retorno de volatilidade implícita passamos então à análise das operações de volatilidade baseada nas previsões.

Para tal, verificamos o valor de mercado da opção (c). Calculamos a quantidade de ativo necessária para neutralizar o delta da opção, montando uma carteira formada por opção, ativo e caixa (Fin) (dinheiro advindo da venda do ativo e compra da opção), ou seja:

$$portfolio_0 = Opção(S, K, t, r, \sigma_{implícito}) - \Delta \times S + Fin(\Delta \times S - C) \quad (2)$$

Calculamos então a previsão de valor para a carteira em D+1, considerando a volatilidade prevista, o preço do ativo equivalente ao dia anterior e o custo (juros) sobre o caixa. Especificamente, temos:

$$portfolio_1 = Opção(S, K, t - 1, r, \sigma_{previsto}) - \Delta \times S + Fin(\Delta \times S - C) \times (1 + \text{juros})$$

⁵ Excluindo a série situada entre 03/03/1995 e 06/04/1995 onde se concentraram os efeitos da crise do México.

Caso esse valor previsto da carteira no dia seguinte seja positivo, executaremos essa operação (compra de volatilidade), caso seja negativo faremos o contrário (venda de volatilidade).

A seguir apresentamos um gráfico com o resultado gerado pela aplicação dessa metodologia ao longo das 11 séries previstas. Consideramos uma exposição máxima (comprada ou vendida) de USD 10 milhões. Esse gráfico desconsidera os custos de corretagem.

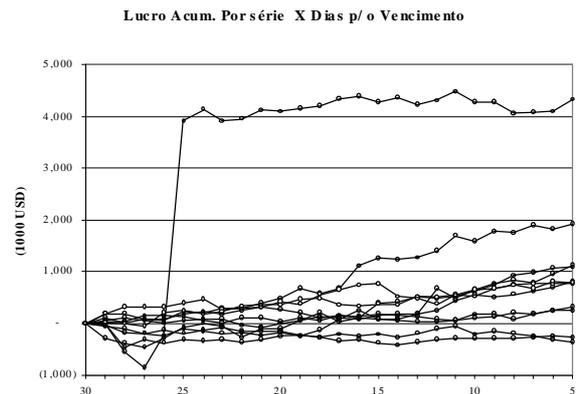


Figura 11: Evolução do lucro acumulado de cada série em função do número de dias para o vencimento. A série em destaque é o período da Crise do México.

Na tabela a seguir podemos ver os resultados acumulados de cada uma das séries gerado através da aplicação dessa metodologia. Em itálico mostramos o período da Crise do México.

Tabela 3: Início e término de cada série e lucro acumulado no período sem e com custos de corretagem.

Início da Série	Término da Série	Res. Acum. s/ Custos (1000 USD)	Res. Acum. c/ Custos ⁶ (1000 USD)
09/01/1995	13/02/1995	1092	1030
<i>03/03/1995</i>	<i>06/04/1995</i>	<i>4336</i>	<i>4291</i>
08/05/1995	09/06/1995	1929	1868
11/07/1995	14/08/1995	1138	1109
01/09/1995	06/10/1995	828	800
06/11/1995	11/12/1995	781	714
28/12/1995	05/02/1996	-345	-374
01/03/1996	08/04/1996	799	749
06/05/1996	10/06/1996	322	266
09/07/1996	12/08/1996	246	185
09/09/1996	14/10/1996	-268	-302

⁶ Os custos de corretagem são de 1% do financeiro, porém existe uma restituição, no caso de instituições financeiras operando em corretoras próprias de entre 99% e 95% desse valor. Utilizamos 97% de devolução.

Calculamos então as estatísticas básicas desses resultados, mostradas na tabela a seguir, mostrando que o lucro médio diário é significativamente positivo, mesmo desconsiderando o período da Crise do México, onde ocorreu a série de maior resultado.

Tabela 4: Análise estatística dos lucros obtidos.

	11 Séries		10 Séries ⁷	
	s/ custos	c/ custos	s/ custos	c/ custos
Lucro Total (1000 USD)	10858	10335	6522	6034
Desv. Pad. do Lucro Diário	275	275	104	104
Lucro Médio Diário (1000 USD)	39	38	26	24
Desv. Pad. do Lucro Méd. Diário	17	17	7	7
Estatística <i>t</i>	2.38	2.27	3.98	3.68

5. Conclusões

Esse trabalho foi uma primeira tentativa de aplicar redes neurais à previsão de volatilidade implícita em um mercado emergente (Brasil). Encontramos algumas dificuldades em comparação com outros trabalhos semelhantes realizados em mercados financeiros de países desenvolvidos.

Especificamente, no caso brasileiro as opções são negociadas em geral para um único prazo, dispomos apenas de um mercado com opções de compra e o número de opções com liquidez é muito pequeno (entre 3 e 4 por série). Apesar dessas dificuldades acreditamos ter obtido alguns resultados bastante promissores.

A previsão da volatilidade do dia seguinte apresenta melhor correlação com a real, mas um erro em termos de direção pior que o do trabalho de Malliaris e Salchenberger (1994). Acreditamos que este erro pior se deva principalmente ao fato de estarmos tentando fazer previsões em um sistema mais complexo e instável, o mercado de derivativos de um país emergente. Um indicador forte disso é o fato de podermos utilizar apenas 2 séries para treinamento de cada vez.

Foi possível notar que a medida que nos aproximamos da data de vencimento da opção o erro da previsão aumenta, mostrando que talvez fosse possível melhorar a qualidade da previsão fazendo previsões para séries menores (por exemplo, de semana em semana).

Mostramos também que é possível realizar ganhos significativos através das previsões feitas com a rede neural aplicando uma técnica de delta-hedging. Mesmo retirando a série centrada no período da Crise do México, que tinha apresentado o melhor resultado, o resultado continua sendo significativamente positivo.

Em termos de futuro, acreditamos que além de segmentar melhor a previsão, fazendo treinamentos de rede a cada semana Outra linha de trabalho interessante seria não tentar prever apenas o comportamento da opção mais at-the-money, mais de todas as opções liquidas, capturando assim o movimento do Smile, bem como tentar fazer previsões intraday.

Referências

- [1] Anders, U, Korn, O., Schmitt, C. Improving the Pricing of Options: A Neural Network Approach. *Journal of Forecasting*, v. 17, p. 369-388, 1998.
- [2] Black, F., Scholes, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, v. 81, n. 3, p. 637-654, May/June 1973.
- [3] Calôba, L. O., Previsão de volatilidade implícita utilizando Redes Neurais, Tese de Mestrado, Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2000, Original datilografado.
- [4] Cichocki, A.; Unbehauen, R. Neural Networks for Optimization and Signal Processing. Stuttgart: J. Wiley, 1993.
- [5] Geigle, D. S., Aronson, J. E. An Artificial Neural Network Approach to the Valuation of Options and Forecasting of Volatility. *The Journal of Computational Intelligence in Finance*, v. 7, n. 6, p. 19-25, 1999.
- [6] Harvey, C. R., Whaley, R. E. Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S&P 100 Index Option Market. *Journal of Financial Economics*, v. 31, n. 1, p. 43-73, 1992.
- [7] Haykin, S. Neural networks: a Comprehensive Foundation. 2.ed. S.I.: Prentice Hall, 1999.
- [8] Hecht-Nielsen, R. Neurocomputing. Massachusetts: Addison-Wesley, 1990.
- [9] Hutchinson, J. M., Lo, A.W., Poggio, T. A Nonparametric Approach to pricing and Hedging Derivative Securities via Learning Networks. *The Journal of Finance*, v. 49, n. 3, p. 851-889, July 1994.
- [10] Lachtermacher, G., Gaspar, L. A. R. Neural Networks in Derivatives Securities Pricing Forecasting in Brazilian Capital Markets. In: *Proceedings in the Third International Conference on Neural Networks in the Capital Market*. New Jersey: World Scientific, 1995. p. 92-97.
- [11] Malliaris, M., Salchenberger, L. Neural Networks for Predicting Options Volatility In: *Proceedings of the 1994 WCNN*. San Diego: s.n., 1994. p. II-290-295;
- [12] Maythew, S. Implied Volatility. *Financial Analysts Journal*; p. 8-20; July/Aug. 1995.
- [13] Wasserman, P. D. Neural Computing, Theory and Praticce. New York: Van Nostrand Reinhold, 1989

⁷ Excluindo a série situada entre 03/03/1995 e 06/04/1995 onde ocorreu um lucro anormal devido aos efeitos da crise do México.