

Investigação de Estratégias de Controle empregando-se Redes Neurais para Implementação no Robô Móvel Magellan™

Juliano Cesar Pimentel, Elder Moreira Hemerly

Divisão de Engenharia Eletrônica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

12228-900, São José dos Campos – SP – Brasil

E-mails: julianop@ele.ita.cta.br, hemerly@ele.ita.cta.br

Abstract

This paper investigates the implementation of control laws in a real mobile robot. Such laws were tuned to make possible for the robot to start up smoothly and accelerate to the nominal speed, both in straight trajectories and closed ones. The complete dynamic model of the mobile robot is used, including unmodelled bounded disturbances and unstructured unmodelled dynamics. For such model, a control strategy is used applying artificial neural networks, whose weights guarantee small tracking errors and bounded control signals. Simulation results with the Magellan™ parameters show the good performance of the analyzed strategies.

1. Introdução

Os robôs móveis pertencem à classe de sistemas não-holonômicos [1], isto é, sistemas cujas restrições impostas ao movimento não podem ser escritas como derivadas temporais de funções em coordenadas generalizadas. O robô móvel em estudo é o *Magellan™* [2] da *IS Robotics*. Este robô apresenta acionamento através de rodas, que é o mais comum, além de ser de fácil construção e adaptar-se bem às condições de operação em ambientes *indoor* e ambientes externos. Com respeito à classe, o *Magellan™* pertence à classe (2,0) [3], pois possui duas rodas fixas em um eixo comum, operando em modo diferencial.

Neste trabalho investiga-se estratégias de controle empregando-se redes neurais artificiais (*RNA's*) para implementação no robô móvel descrito acima. São considerados os modelos cinemático e dinâmicos do robô. Os modelos cinemáticos descrevem o robô em função da velocidade e orientação das rodas, enquanto que os modelos dinâmicos descrevem o robô em função das forças generalizadas aplicadas pelos atuadores, como os torques nas rodas [4].

Muitos trabalhos recentes investigam estratégias de controle para os robôs móveis não-holonômicos (*RMNH*) que proporcionam estabilidade e bom desempenho.

Em [5] apresenta-se uma lei de controle em malha fechada para o guiamento e rastreamento de uma

trajetória pré-definida. Com o auxílio de uma candidata a função de Lyapunov e utilizando apenas o modelo cinemático para o robô, é proposta uma lei de controle suave e efetiva em coordenadas polares. Resultados de simulação são reportados e a estabilidade é garantida através do segundo método de Lyapunov.

Em [6] e [7], considera-se, o modelo dinâmico além do cinemático. O algoritmo de controle é aplicado para as mesmas situações que em [5], porém em coordenadas cartesianas, com o adicional de se considerar o modelo mais completo do robô móvel, levando-se em conta perturbações desconhecidas e a dinâmica não modelada do tipo não estruturada. Em [6] e [7] há a preocupação com a estrutura do controle, de forma a se integrar um controlador cinemático e uma rede neural para se obter uma lei de controle com estabilidade garantida. Em [8] também estuda-se a estabilidade para o controlador utilizando redes neurais e controle cinemático, incluindo a análise da situação na qual o ponto de guiagem não esteja localizado no ponto médio do eixo das rodas do robô.

Neste trabalho, considera-se leis de controle como as propostas em [6], [7] e [8], visando a implementação, ou seja, requerendo-se que as leis de controle gerem sinais suaves e que respeitem os limites de *hardware* do robô. As leis de controle foram sintonizadas para possibilitar, em trajetórias retilíneas ou do tipo circuito fechado, uma partida suave do robô, desenvolvendo um movimento uniformemente acelerado a partir do repouso até atingir sua velocidade nominal. É utilizado o modelo dinâmico completo do robô móvel, incluindo-se atrito de contato com a superfície e perturbações não modeladas que incluem a dinâmica não modelada do tipo não estruturada, de modo a se elevar o realismo das simulações. Para tal modelo, utiliza-se uma estratégia de controle empregando redes neurais artificiais (*RNA's*), cujos pesos e termos de *bias* são atualizados *on-line* por um algoritmo de sintonização que garante pequenos erros de rastreamento e sinais de controle limitados. Resultados de simulação com os parâmetros do robô *Magellan™* explicitam o bom desempenho das estratégias investigadas.

2. Modelo Cinemático do *RMNH*

Assume-se que o robô seja constituído por um corpo rígido, cujas rodas não sofram deformação e que se movimente exclusivamente no plano horizontal. Considerando-se o robô móvel da Figura 1, pode-se definir um vetor de postura pela tripla $(x_c \ y_c \ \theta)$, onde x_c e y_c são as coordenadas do centro de massa P_c , e θ é o ângulo de orientação do robô.

A seguinte notação será usada:

P_c	centro de massa do robô móvel;
P_o	intersecção do eixo de simetria com o eixo das rodas;
d	distância entre P_o e P_c ;
$2R$	distância entre as rodas;
r	raio de cada roda;
m_c	massa do robô sem as rodas e os motores;
m_w	massa de cada conjunto roda e motor;
I_c	momento de inércia do robô sem as rodas e os motores em relação a um eixo vertical através de P_o ;
I_m	momento de inércia de cada conjunto roda e motor em relação ao eixo vertical através do diâmetro;
m	$m_c + 2m_w$ - massa total do robô;
I	$I_c + 2m_w R^2 + 2I_m$ - momento de inércia total do robô.

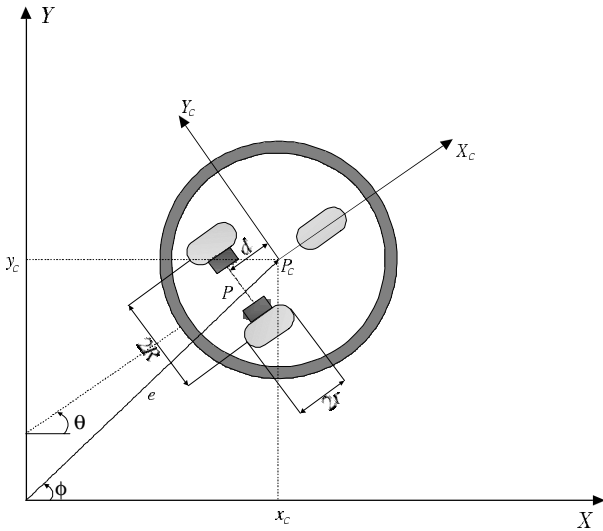


Figura 1: Sistema de coordenadas para o robô móvel.

Para o robô da Figura 1, as velocidades podem ser descritas por

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v \cos \theta - \omega d \sin \theta \\ \dot{y}_c = v \sin \theta + \omega d \cos \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

ou em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde v é a velocidade linear, e ω a velocidade angular de deslocamento do robô móvel.

3. Modelo Dinâmico do *RMNH*

Para se obter as equações dinâmicas do *RMNH* torna-se necessário considerar as restrições impostas ao movimento, conforme detalhado a seguir.

3.1. Equações de Restrições

Há três restrições para o *RMNH* [1]. A primeira é a de que o robô se move apenas na direção normal ao eixo que une as rodas, isto é, na direção do eixo de simetria. Portanto,

$$\dot{y}_c \cos \theta - \dot{x}_c \sin \theta - d\dot{\theta} = 0 \quad (3)$$

As outras duas restrições asseguram que as rodas do robô não deslizem, resultando

$$\dot{x}_c \cos \theta + \dot{y}_c \sin \theta + R\dot{\theta} = r\dot{\phi}_r \quad (4)$$

e

$$\dot{x}_c \cos \theta + \dot{y}_c \sin \theta - R\dot{\theta} = r\dot{\phi}_l \quad (5)$$

onde ϕ_r e ϕ_l são o deslocamento angular das rodas direita e esquerda, respectivamente.

Seja o vetor $q = (x_c \ y_c \ \theta \ \phi_r \ \phi_l)$. Portanto, as três restrições podem ser escritas na forma matricial

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (6)$$

onde

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & -d & 0 & 0 \\ -\cos \theta & -\sin \theta & -R & r & 0 \\ -\cos \theta & -\sin \theta & R & 0 & r \end{bmatrix} \quad (7)$$

3.2. Equações Dinâmicas

Obtém-se agora as equações dinâmicas para o *RMNH*. As equações de Lagrange do movimento do robô, com os multiplicadores de Lagrange, são dados, conforme [1], por

$$\begin{cases} m\ddot{x}_c - m_c d(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) - \lambda_1 \sin \theta \\ -(\lambda_2 + \lambda_3) \cos \theta = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$m\ddot{y}_c + m_c d(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) + \lambda_1 \cos \theta - (\lambda_2 + \lambda_3) \sin \theta = 0 \quad (9)$$

$$-m_c d(\ddot{x}_c \sin \theta - \ddot{y}_c \cos \theta) + I\ddot{\theta} - d\lambda_1 + R(\lambda_3 - \lambda_2) = 0 \quad (10)$$

$$I_\omega \ddot{\phi}_r + \lambda_2 r = \tau_r \quad (11)$$

$$I_\omega \ddot{\phi}_l + \lambda_3 r = \tau_l \quad (12)$$

onde τ_r e τ_l são os torques no eixo das rodas gerados pelos motores direito e esquerdo, respectivamente. As Equações (8)-(12) podem ser reescritas na forma vetorial como

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} = E(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (13)$$

sendo $A(q)$ conforme (7) e M, V e E dadas por

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & -m_c d \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & m & m_c d \cos \theta & 0 & 0 \\ -m_c d \sin \theta & m_c d \cos \theta & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_\omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_\omega \end{bmatrix}$$

$$V(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{bmatrix} -m_c d \dot{\theta}^2 \cos \theta \\ -m_c d \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad E(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Defina-se ainda uma matriz $S(q)$ tal que $S(q) \in \mathfrak{R}^{5 \times 2}$, de forma a se representar a equação de movimento (13) e a equação de restrições (6) na forma de espaço de estados, tal que

$$A(q)S(q) = 0 \quad (14)$$

cuja solução é dada por

$$S(q) = \begin{bmatrix} c(R \cos \theta - d \sin \theta) & c(R \cos \theta + d \sin \theta) \\ c(R \sin \theta + d \cos \theta) & c(R \sin \theta - d \cos \theta) \\ c & -c \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde a constante $c = r/2R$.

De (6) tem-se que \dot{q} está no espaço nulo de $A(q)$, e como as duas colunas de $S(q)$ também estão no espaço nulo de $A(q)$, além de serem linearmente

independentes, torna-se possível expressar \dot{q} como uma combinação linear das duas colunas de $S(q)$, conforme

$$\dot{q} = S(q)v \quad (16)$$

onde

$$v = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} \quad (17)$$

A Equação (16) representa o modelo cinemático de configuração. Agora, derivando-a e substituindo-se o resultado em (13) e pré-multiplicando por S^T , resulta

$$S^T M S \dot{v} + (S^T M \dot{S} + S^T V S)v = \tau \quad (18)$$

e fazendo-se $\bar{M} = S^T M S$ e $\bar{V} = S^T M \dot{S} + S^T V S$ onde $\bar{M} \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$ e $\bar{V} \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$, tem-se

$$\bar{M}\dot{v} + \bar{V}v = \tau \quad (19)$$

A Equação (19) representa a equação do movimento para o *RMNH* (13) e a equação das restrições (6) na forma de espaço de estados, considerando-se os estados como os deslocamentos angulares das rodas do robô. A Equação (19) não considera o atrito de superfície e perturbações não modeladas no sistema, que serão tratados na seção a seguir.

3.3. Equações Dinâmicas com Perturbações e Dinâmica não Modelada

De modo a se considerar uma descrição mais realista para o robô móvel, incorpora-se ao modelo o atrito de contato do robô com a superfície além de perturbações no sistema que não são modeladas. Desta forma, a equação dinâmica para o *RMNH* dada em (13) é reescrita como

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q})\dot{q} + F(\dot{q}) + \tau_d = E(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (20)$$

onde os termos adicionais em (20), em relação a (13), são $F(\dot{q})$, atrito de contato com a superfície, e τ_d , perturbações desconhecidas que incluem a dinâmica não modelada do tipo não estruturada. A Equação (20), na forma de espaço de estados, por sua vez, pode ser escrita como

$$\bar{M}\dot{v} + \bar{V}v + \bar{\mu} = \tau \quad (21)$$

onde $\bar{\mu}$ representa a soma de $F(\dot{q})$ e τ_d . Defina-se, agora, o erro da velocidade de rastreamento como

$$e_c = \Gamma v_c - v \quad (22)$$

onde $v_c \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$ é o sinal de controle para velocidade aplicada ao robô, $v \in \mathfrak{R}^{2 \times 1}$ é o vetor em (17), e $\Gamma \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$ é a matriz que relaciona as velocidades de deslocamento angular das rodas com as velocidades linear e angular do robô. Esta relação é dada por

$$v = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\phi}_l \end{bmatrix} = \Gamma \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}, \text{ onde } \Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{R}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{R}{r} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Portanto, pode-se reescrever (21) em função do erro da velocidade de rastreamento, conforme [7],

$$\overline{M}\dot{e}_c = -\overline{V}e_c + f(x) - \overline{\mu} - \tau \quad (24)$$

onde

$$f(x) = \overline{M}\Gamma\dot{v}_c + \overline{V}v \quad (25)$$

A função $f(x)$ contém os parâmetros do robô móvel, como massas, momentos de inércia, coeficientes de atrito, que são grandezas difíceis de se determinar. Portanto, a rede neural será usada para estimar esta quantidade.

4. Projeto do Controlador de Rastreamento

Seja uma trajetória gerada por um conjunto de posturas $p_r = (x_r \ y_r \ \theta_r)$ e velocidades linear e angular $v_r = (v_r \ \omega_r)$ de referência. O objetivo do controlador de rastreamento é gerar uma lei de controle suave, $v_c(t) = f_c(e_p, v_r, K)$, tal que $\lim_{t \rightarrow \infty} (p_r - p) = 0$,

onde e_p, v_r e K são o erro de rastreamento, o vetor de velocidade de referência e o vetor de ganho do controlador, respectivamente, e p denota a postura atual do robô.

Considerando-se primeiramente apenas o modelo cinemático em coordenadas cartesianas, dado por (2), o erro de postura e_p , ou erro de rastreamento, é dado pela diferença entre a postura de referência e a postura atual do robô, com a devida transformação de coordenadas (vide Figura 1). Assim, tem-se

$$e_p = T_e(p_r - p), \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}$$

onde T_e é a matriz de rotação entre o sistema de coordenada inercial $(X \ Y \ Z)$ e o sistema de coordenadas localizado em um ponto do robô $(X_c \ Y_c \ Z_c)$.

A lei de controle proposta originariamente por [9], para o rastreamento de veículos não-holonômicos, é dada por

$$v_c = \begin{bmatrix} v(e_p, p_r) \\ \omega(e_p, p_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_3 + k_1 e_1 \\ \omega_r + k_2 v_r e_2 + k_3 v_r \sin e_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

com $v_c(t) = f_c(e_p, v_r, K)$, $K = (k_1 \ k_2 \ k_3)^T$, onde os parâmetros de projeto k_i 's são todos positivos. A lei de controle em (27) apresenta estabilidade assintótica em torno de $e_p = 0$. Em [9] apresenta-se a prova através do segundo método de Lyapunov.

5. Projeto do Controlador de Rastreamento considerando-se o Modelo Dinâmico utilizando RNA's

A área de controle de sistemas não-lineares, tais como o *RMNH*, é uma das maiores responsáveis pela aplicação de *RNA*'s. Sua principal motivação está baseada na habilidade das *RNA*'s de aproximar qualquer mapeamento contínuo. Uma *RNA* com uma camada escondida, com um vetor de entrada $x \in \mathfrak{R}^n$ e um vetor de saída $y \in \mathfrak{R}^m$, pode ser modelada por

$$y_i = \sum_{j=1}^{N_h} w_{ij} \sigma \left(\sum_{k=1}^n v_{jk} x_k + \theta_{vj} \right) + \theta_{wi} \quad (28)$$

com $i = 1, \dots, m$, onde $\sigma(\cdot)$ é a função de ativação. N_h é o número de neurônios na camada escondida, v_{jk} são os pesos de conexão entre as entradas e a camada escondida, e ω_{ij} os pesos de conexão entre os neurônios da camada escondida e as saídas da rede. Os termos de *bias* são dados por θ_{vj} e θ_{wi} . O termo de *bias* é o valor de limiar que pode ser interpretado como sendo um outro peso vindo de uma unidade cuja saída é sempre "1". Agrupando-se os pesos v_{jk} e ω_{ij} da *RNA* em matrizes de pesos V^T e W^T , (28) pode ser reescrita na forma vetorial como

$$y = W^T \sigma(V^T x) \quad (29)$$

Uma função suficientemente suave pode ser aproximada por uma *RNA* convenientemente dimensionada. Portanto, uma função $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$ pode ser escrita como

$$f(x) = W^T \sigma(V^T x) + \varepsilon(x) \quad (30)$$

onde $\varepsilon(x)$ é o vetor reconstrução da *RNA*. Para qualquer valor de ε_N positivo, pode-se encontrar pesos

e *bias* de uma RNA tal que $\varepsilon < \varepsilon_N$ em um conjunto compacto. Portanto, uma estimativa de $f(x)$ pode ser obtida utilizando-se estimativas dos pesos da RNA, \hat{V} e \hat{W} , calculados *on-line* por algoritmos de sintonização.

5.1. Estrutura do Controlador para o RMNH via RNA's

A Figura 2 mostra a estrutura do controlador para o ajuste utilizando controle via redes neurais. Em aplicações práticas, a função não-linear $f(x)$ do robô, conforme (25) é, pelo menos, parcialmente conhecida. Portanto, pode-se aplicar um controlador para rastreamento de referência, baseado no cálculo do torque a ser aplicado nos motores [6], [7],

$$\tau = \hat{f} + k_4 I e_c - \gamma \quad (31)$$

onde $\hat{f}(x)$ é uma estimativa da função não-linear do robô, que nesta aplicação será obtida através de uma RNA, e $\gamma(t)$ representa um termo de robustecimento no sinal de controle necessário para compensar distúrbios não-estruturados e não-modelados. O termo $\gamma(t)$ pode ser obtido por várias técnicas, inclusive *sliding control*.

Substituindo-se (31) em (24), o sistema em malha fechada resultante é

$$\bar{M}\dot{e}_c = -(K_4 + \bar{V})e_c + \tilde{f}(x) - \bar{\mu} + \gamma \quad (32)$$

onde $\tilde{f}(x) = f(x) - \hat{f}(x)$ é o erro estimação de $f(x)$. Portanto, pode-se usar uma RNA para obtenção da estimativa da função $f(x)$. A maior vantagem em se usar RNA neste caso deve-se a sua propriedade de aproximação.

Teorema 1 Seja a equação dinâmica do RMNH descrita por (20), a lei de controle do modelo cinemático em coordenadas cartesianas em (27) e a equação do cálculo do torque em (31).

Considerando-se o modelo da RNA descrita anteriormente, com as leis de atualização dos pesos conforme

$$\begin{cases} \dot{\hat{W}} = F \left[\hat{\sigma} e_c^T - \hat{\sigma} \hat{V}^T x e_c^T - (k \| e_c \| \hat{W})^T \right] \\ \dot{\hat{V}} = G (\hat{\sigma}^T W e_c x^T - k \| e_c \| \hat{V}) \end{cases} \quad (33)$$

onde F e G são matrizes positivas definidas e $k > 0$, para um k_4 suficientemente grande, os erros de velocidade de rastreamento $e_c(t)$, o erro de posição $e_p(t)$ e as estimativas dos pesos da RNA \hat{V} e \hat{W} são uniformemente localmente limitados. ♦

Prova: vide [7]. As simulações seguintes validam o procedimento para o controle do modelo dinâmico em coordenadas cartesianas via redes neurais. As redes neurais desempenham o papel do ajuste fino para o rastreamento da trajetória pré-definida. Os parâmetros usados na simulação foram do robô *Magellan*TM, com $m_c = 9.1 \text{ Kg}$, $I_c = 0.2234 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$, $R = 0.18 \text{ m}$, $r = 0.057 \text{ m}$, $v_{\max} = 2.5 \text{ m/s}$ e $\omega_{\max} = 270^\circ / \text{s}$.

Apresenta-se o resultado para o estudo da trajetória tipo circuito fechado. A trajetória considerada apresenta velocidade linear constante igual a $v_r = 1 \text{ m/s}$ durante todo o trajeto e velocidade angular diferente de zero nas curvas. A Figura 3 apresenta as trajetórias desejada e obtida para o robô. A trajetória de referência tem $p_r = (1 \ 1 \ 0)$ como postura inicial, e a postura de partida para o robô é $p = (0 \ 0 \ \pi/2)$. Os ganhos do controlador cinemático são ajustados experimentalmente como $K = (4 \ 3 \ 1)$, o ganho para o termo de robustecimento como $K_z = 0.001$; e $k_4 = 1.0$. A constante $k = 0.1$ é positiva e está incluída na lei de atualização dos pesos da RNA, $N_h = 9$ é o número de neurônios na camada escondida que apresentou os melhores resultados durante a implementação, $F = G = 0.5I_{10 \times 10}$ e $Z_M = 50$ é o limitante superior para a norma de Frobenius de Z .

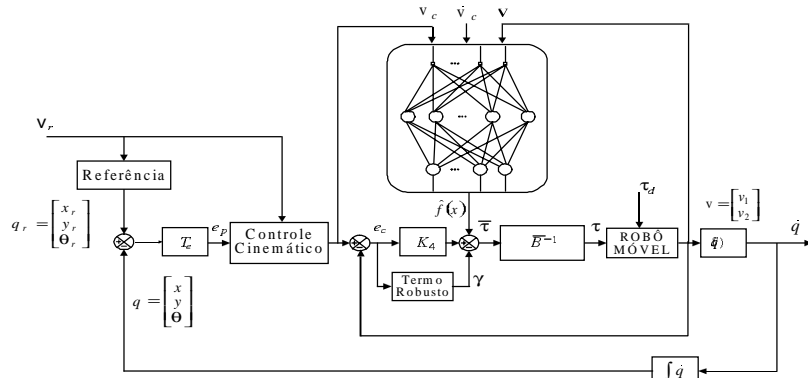


Figura 2: Estrutura do sistema de controle para rastreamento.

A Figura 4 mostra sinal de controle cinemático e a Figura 5 apresenta os sinais de erro. A Figura 6 mostra a evolução de alguns dos pesos da RNA durante o treinamento *on-line*.

6. Conclusões

Neste trabalho considerou-se aspectos dinâmicos do RMNH que se aproximam mais de seu comportamento real como o atrito de contato com a superfície e perturbações desconhecidas que incluem a dinâmica não modelada do tipo não estruturada. A aproximação utilizando redes neurais permite um controle mais eficiente pois trata circunstâncias que o controle cinemático não considera, dado suas simplificações como *tracking* perfeito de velocidade.

Adicionalmente, o controlador baseado em redes neurais tem um comportamento adaptativo bastante desejável. Algoritmos de atualização *on-line* dos pesos da RNA, que não requerem aprendizado *off-line*, garantem pequenos erros de rastreamento e sinais de controle limitados. Resultados de simulação com os parâmetros do robô *Magellan*TM mostram a validade do procedimento.

7. Agradecimentos

O primeiro autor agradece a CAPES pela concessão da bolsa de mestrado, e o segundo autor a FAPESP pelo auxílio financeiro, sob processo 99/05772-2.

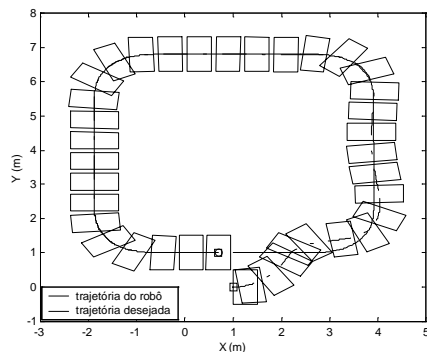


Figura 3: Trajetórias desejada e obtida para o robô.

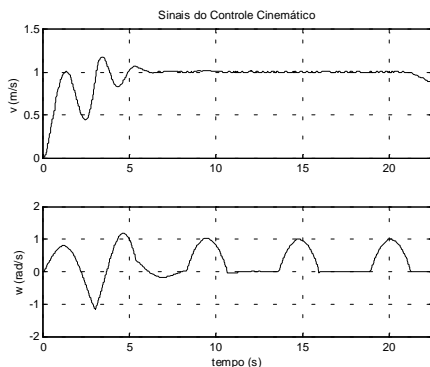


Figura 4: Sinais de controle cinemático.

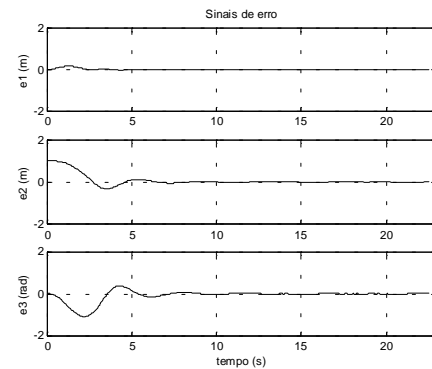


Figura 5: Sinais de erro resultantes da lei de controle.

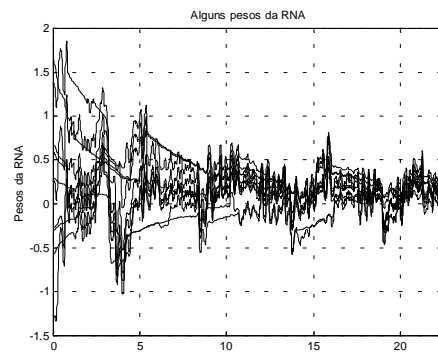


Figura 6: Evolução de alguns pesos da RNA.

8. Referências

- [1] Y. Yamamoto, X. Yun. Coordinating locomotion and manipulation of a mobile manipulator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 39, n. 6, p. 1326-1332, jun. 1994.
- [2] *Magellan*TM pro compact mobile robot user's guide. IS Robotics Inc, Real World Interface Division, New Hampshire: USA, 2000.
- [3] W. F. Lages. *Controle e estimação de posição e orientação de robôs móveis*. (Tese de Doutorado), São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA. 1998.
- [4] J. C. Pimentel. *Navegação e controle de robôs móveis*. (Tese de Mestrado), São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA. 2000.
- [5] M. Aicardi, M. Casalino, G. Bicchi, A. Balestrino. Closed loop steering of unicycle-like vehicles via Lyapunov techniques. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, v. 2, n. 1, p. 27-35, mar. 1995.
- [6] R. Fierro, F. L. Lewis. Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics. *Journal of Robotic Systems*, v. 14(3), p. 149-163, 1997.
- [7] R. Fierro, F. L. Lewis. Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 9, p. 589-600, jul. 1998.
- [8] C. Jr. Souza. *Controle Adaptativo de Robôs Móveis*. (Tese de Mestrado), São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA. 2000.
- [9] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, T. Noguchi. A stable tracking control method for an autonomous mobile robot. In *Proceedings of the International Conference of Robotics and Automation*, v. 39, p. 384-389, 1990.