

## Detecção de Falha por Redes Neurais em uma Viga Flexível

Marco Antonio O. Alves Jr., Eurípedes G. Nóbrega, Renato Pavanello  
Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica  
Rua: Mendeleiev - Cidade Universitária "Zeferino Vaz" CP: 6122,  
CEP 13083-970, Campinas-SP, Brasil.

E-mails: marcoant@fem.unicamp.br, egon@fem.unicamp.br, pava@fem.unicamp.br

### Abstract

*The main goal of this work is to present a neural network configuration able to detect faults in an active controlled mechanical plant. Because it was built as an output estimator, the developed method is here called a neural observer fault detector. The neural observer results for fault detection are compared to the results of an observer-based known method. Concentrated mass variation on a flexible beam is the fault considered for simulated and experimental cases. Their effects were analyzed by abrupt addition of a mass on three different positions on the beam, causing variation on the vibration signals. A finite element model was developed for the simulation of the fault, and PZT actuators and sensors were used in the experimental setup. The results demonstrate the applicability of the method, when the plant vibration is free of control and also for the controlled case. The advantages of this approach are that a mathematical model for the plant is not necessary and that the method may be applied to nonlinear systems as well.*

### 1 Introdução

Atualmente a necessidade de uma rápida identificação das falhas que ocorrem nos sistemas tem aumentado rapidamente. A possibilidade de uma rápida tomada de decisão acarreta um ganho em produtividade, sendo que esta rápida decisão só pode ser feita com um correto diagnóstico de falha. Diante desta necessidade, vários trabalhos foram feitos a partir da década de 70. Alguns dos métodos usados neste período foram: detecção e identificação de falhas (FDI, do inglês "fault detection and isolation") em sistemas dinâmicos [1], detecção de falhas por filtragem [2], e generalização da razão de verossimilhança (GLR) [3].

No início da década de 80 foram publicados trabalhos sobre detecção e isolamento de falhas, *FDI*, que provavam matematicamente que uma falha pode ser alarmada e isolada. Entretanto, ainda necessitava-se de investigações sobre tipos de falhas mais fáceis de serem detectadas e isoladas. Em Edward [4], a detecção e o isolamento das falhas era feito por métodos conhecidos por geração de resíduo e uma abordagem chamada de *relação de paridade*. No início da década de 90, Paul Frank fez uma revisão dos métodos de detecção de falha [5]. Esta revisão consistiu nos métodos de estimação de esta-

do e identificação de parâmetros para uso de modelos na geração de resíduo.

Ainda em 1990 foi publicado um trabalho por Ding e Frank [6] onde mostra-se que a resposta da planta pode ser estimada usando técnicas robustas. Foi visto que a resposta de uma planta pode ser estimada através de técnicas de fatorização de matrizes pertencentes ao espaço  $RH_\infty$ , ou seja, matrizes realizáveis em um plano linear estável, sendo estas adicionadas às matrizes de distribuição do vetor de falhas e de perturbações.

Em 1997 Frank [7] publicou um trabalho fazendo uma revisão dos métodos de detecção de falha com abordagem de robustez. Os métodos revistos foram: geração de resíduo, modelagem da planta, modelagem das incertezas da planta e escolha do limiar. Neste artigo é apresentada a abordagem de limiar adaptativo, onde o objetivo é achar um patamar mais confiável. O limiar varia juntamente com o resíduo, visando acompanhar somente as perturbações normais do sistema, como por exemplo, nível de ruído, vibrações normais da planta, etc.

Baseado nestas idéias, este trabalho investiga algumas variações que poderiam ocorrer em uma viga flexível, estando ou não submetidas a um sistema de controle de vibração. O objetivo aqui, então, é mostrar o uso de redes neurais para a detecção de falhas, com a viga submetida a um controle polinomial, sendo também testada a viga livre de controle, para efeito de comparação. Para tanto introduz-se uma falha na viga, representado por uma variação de massa. Com esta planta, implementou-se um método baseado em observadores de saída para detecção de falha e comparativamente usou-se uma rede neural de processamento temporal para execução da mesma tarefa. Esta rede neural foi aqui chamada de *observador neural*, uma vez que é realizada uma estimação da resposta da viga flexível.

### 2 Formulação do Problema

O método de detecção de falha foi empregado em uma viga flexível perturbada com uma carga dinâmica. Esta viga pode ser representada pela equação de Bernoulli-Euler [8], dada por,

$$EI \frac{d^4 V}{dx^4} + \rho A \ddot{V} - p(x) = 0, \quad (1)$$

onde  $V$  é o deslocamento transversal da viga flexível,  $\rho$  a densidade volumétrica,  $A$  a área da seção transversal,  $I$  o

momento de inércia da seção transversal,  $E$  o módulo de elasticidade e  $p(x)$  o peso por unidade de comprimento da viga. O material da viga é alumínio, sendo o comprimento  $l$  de 800 m, e a seção transversal de dimensão  $16 \times 6$  mm. A solução da equação diferencial foi baseada no métodos de elementos finitos, *MEF*, que possibilitou o cálculo das matrizes globais de massa  $M$  e rigidez  $K$ .

Dessa forma a viga flexível foi discretizada por elementos unidimensionais, com dois nós por elemento, possuindo dois graus de liberdade cada nó. Como resultado as matrizes locais de rigidez e massa são.

$$K^e = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$M^e = \frac{ml}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22 & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Com as matrizes 2 e 3 calcula-se as matrizes globais  $K$  e  $M$  de modo a estabelecer um modelo na forma polinomial. Este modelo polinomial é dado abaixo [9].

$$\frac{V}{f} = \sum_{s=1}^n \frac{1}{\omega_{0s}^2 - \omega^2 + 2i\varepsilon_s \omega \omega_{0s}} \frac{X_s X_s^T}{\mu_s}, \quad (4)$$

onde  $\omega$  é a frequência de excitação,  $\omega_{0s}$  a frequência natural de cada modo,  $\mu_s$  é a massa generalizada que é calculada por  $X_s^T M X_s$ , sendo  $X_s$  os modos de vibração, e  $\varepsilon_s$  o amortecimento modal. No caso de um amortecimento proporcional o parâmetro  $\varepsilon_s$  pode ser calculado por  $\frac{1}{2} \left( \alpha \omega_{0s} + \frac{\beta}{\omega_{0s}} \right)$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes a serem definidas.

São definidos desta forma quatro modelos distintos, onde o primeiro representa um sistema sem falha e outros três modelos com um mesmo tipo de falha mas ocorrendo em diferentes posições da viga flexível.

A falha estudada é representada por uma variação de massa pontual de 0.4 kg, que foi simulada com a modificação da matriz de massa global nos seus respectivos graus de liberdade e posições da viga. A viga foi discretizada com oito elementos, sendo os nós 5, 7 e 8 o local da ocorrência da variação de massa. A dimensão de cada elemento está dada na tabela 1.

Tabela 1: Descrição da Malha da Viga

Elemento	1	2	3	4	5	6	7	8
Tamanho (cm)	6	6	6	7	10	10	30	5

Na tabela 1, vê-se que os elementos possuem comprimentos diferentes. Esta configuração foi baseada no posicionamento dos sensores e atuadores da viga flexível, que podem ser vistos na Figura 1.

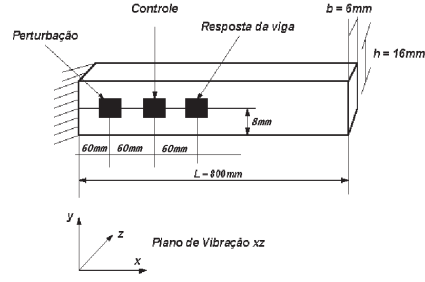


Figura 1: Sensores e Atuadores na Viga

A perturbação da viga foi feita a 60 mm do engaste, o sinal de controle atribuído à viga foi a 120 mm do engaste e a medição da resposta a 180 mm do engaste. Para o caso experimental, a medição dos sinais foi realizado com a massa colocada nas posições a 250 mm, 450 mm, e 750 mm do engaste da viga. Esta distância é a mesma dos nós 5, 7 e 8.

## 2.1 Controle Polinomial

A abordagem de alocação de pólos (pole-placement) é usada para o cálculo de uma lei de controle  $u$  usando três polinômios que forneçam os pólos e zeros desejados. Esta lei de controle é relacionada pelo seguinte modelo SISO (entrada e saída únicas).

$$A(q)y(k) = B(q)u(k), \quad (5)$$

onde  $q$  é o operador avanço unitário,  $B(q)$  e  $A(q)$  são polinômios coprimos, tendo  $A(q)$  como mônico. O controlador é representado pela seguinte relação linear [10],

$$R(q)u(k) = T(q)r(k) - S(q)y(k), \quad (6)$$

onde  $R(q)$ ,  $S(q)$ , e  $T(q)$  são polinômios no operador avanço-unitário "q". É usual escolher o polinômio  $R(q)$  como mônico. Além disso, para se ter um controlador causal, é necessário que o grau de  $R(q)$  seja maior ou igual ao grau de  $S(q)$  e  $T(q)$ . A Figura 2 mostra o diagrama de blocos que representa o controle polinomial usado neste trabalho.

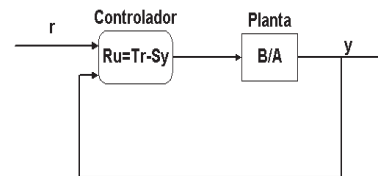


Figura 2: Diagrama de blocos do sistema de malha fechada

Foi aplicado à planta um controle polinomial discreto, tanto para estudos simulados quanto experimentais. O tempo de amostragem para a faixa de  $0 - 500 Hz$  foi de  $0.25 ms$ .

### 2.1.1 Solução da equação do controlador

A equação característica de malha fechada é determinada através de solução algébrica dos polinômios da equação 6. O polinômio característico é [10],

$$A_{cl} = A(q)R(q) + B(q)S(q). \quad (7)$$

sendo que  $A_{cl}$  pode ser representado pelo produto  $A_{cl} = A_m A_o$ . Por definição,  $A_m$  é o polinômio do controlador e  $A_o$  o polinômio do observador. O modelo de referência é definido pelos polinômios  $A_m$  e  $B_m$ , sendo este último o numerador de tal modelo. O polinômio  $B_m$  foi considerado igual ao polinômio  $B$  do modelo calculado. O polinômio  $A_m$  foi projetado de acordo com a equação 8.

$$A_m = [z^2 + 2 * \zeta * \omega_i + \omega_i^2] * [z^2 + 2 * \zeta * \omega_j + \omega_j^2], \quad (8)$$

onde  $\omega_i$  e  $\omega_j$  são as frequências naturais e  $\zeta = 0.707$ , o fator de amortecimento estabelecido via critério de projeto. O polinômio do observador foi projetado de acordo com a equação 9:

$$A_o = \det(zI - A + CL), \quad (9)$$

admitindo que o sistema seja observável, o ganho  $L$  é projetado de modo a levar os pólos aos lugares desejados. Para o cálculo de  $A_o$  usou-se o procedimento apresentado, sendo o ganho  $L$  obtido pela fórmula de Ackermann, (Aström [10]), definida por

$$L = P(\Phi)W_o^{-1} ( 0 \ 0 \ \dots \ 1 )^T. \quad (10)$$

Na equação 10, o termo  $P(\Phi)$  é definido pela equação  $P(\Phi) = \Phi^n + p_1\Phi^{n-1} + \dots + p_nI$ , onde os coeficientes dão os pólos desejados. O termo  $W_o$  representa a matriz de observabilidade. Por fim o termo  $( 0 \ 0 \ \dots \ 1 )^T$  garantirá que o observador seja do tipo “deadbeat”, ou seja, todos os autovalores de  $A - CL$  sejam zeros.

A equação 7 é conhecida como equação diofantina e representa um importante papel no controle polinomial. A solução da equação diofantina é dada abaixo.

$$\begin{bmatrix} a_0 & 0 & \dots & 0 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ a_1 & a_0 & \dots & 0 & b_1 & b_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-1} & \dots & a_0 & b_n & b_{n-1} & \dots & b_0 \\ 0 & 0 & \dots & \vdots & 0 & 0 & \dots & b_1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_n & 0 & 0 & \dots & b_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_0 \\ \vdots \\ r_n \\ s_0 \\ \vdots \\ s_{n-1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ c_{2n-1} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

A solução desta equação fornecerá os parâmetros dos polinômios  $R(q)$  e  $S(q)$ . O polinômio  $T(q)$  é calculado por  $T(q) = \frac{A_m}{B} A_o$ . Neste trabalho foi realizado um controle até a terceira frequência natural do sistema, sendo a viga, no entanto, perturbada na faixa de  $0 - 500Hz$ . Desta forma o modelo de referência é de  $6^a$  ordem, enquanto o modelo da viga é de  $10^a$  ordem.

A tabela abaixo mostra as cinco primeiras frequências naturais calculadas pelo MEF.

Tabela 2: Frequências Naturais da Viga Flexível

Frequências Naturais da Viga Flexível	
$f_1$	7.71Hz
$f_2$	48.32Hz
$f_3$	135.35Hz
$f_4$	265.41Hz
$f_5$	439.43Hz

### 3 Observadores de Saída

Neste trabalho, foram usados observadores de saída para realizar detecção de falhas. A formulação apresentada mostra que o observador usado tem como função a reprodução dos sinais de saída da planta, tratando-se assim, de um observador de saída. Com essa formulação, conseguiu-se fazer uma comparação redundante entre os sinais medidos e simulados, gerando-se um resíduo quando da ocorrência de uma falha. Teoricamente o resíduo para um sistema sem falhas é nulo, mudando de valor quando ocorre uma variação na planta. Entretanto, na prática o resíduo nunca será zero devido aos ruídos de medição, erros de modelagem, etc. [7]. Em virtude disso, admitiu-se uma tolerância para o disparo do alarme de falha, representado por um limiar a ser ultrapassado. A escolha do tipo de limiar é fundamental, uma vez que este fato implicará no maior ou menor número de alarmes falsos.

Considera-se o modelo de estado para a planta,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (12)$$

onde  $\dot{x}$  é a derivada temporal dos estados  $x$ ,  $y$  é a saída e,  $A, B, C$  são matrizes admitidas conhecidas.

Pela teoria de observadores robustos, a saída da planta pode ser estimada da seguinte maneira (uma visão completa pode ser achada em Frank [5] e Abbas [11]):

$$y(s) = G(s)u(s) + \Delta y(s) + H(s)f(s), \quad (13)$$

sendo  $y(s)$  a transformada de Laplace da saída,  $u(s)$  o sinal de entrada da planta controlado,  $G(s)$  a função de transferência da planta,  $H(s)$  a função de transferência do vetor de falhas  $f(s)$ , e  $\Delta y(s)$  é a incerteza na resposta da planta.

O resíduo pode ser representado da seguinte forma,

$$r(s) = \hat{M}(s)(y(s) - G(s)u(s)), \quad (14)$$

onde  $G(s) = \hat{M}^{-1}(s)\hat{N}(s)$  é uma fatoração em polinômios coprimos (Ding [6]) da função de transferência da planta, incluindo um observador de Luenberger de ganho  $L$ , tal que

$$\begin{aligned} \hat{M} &= I - C(sI - A + LC)^{-1}L \\ \hat{N} &= C(sI - A + LC)^{-1}B. \end{aligned} \quad (15)$$

Com essas equações, o resíduo pode ser escrito como,

$$r(s) = \hat{M}(s)y(s) - \hat{N}(s)u(s), \quad (16)$$

sendo tal equação equivalente à formulação dada abaixo,

$$r(s) = y(s) - \hat{y}(s), \quad (17)$$

onde  $\hat{y}$  é a saída estimada pelo observador. Pode-se concluir que o resíduo corresponde a um erro de estimação.

Usou-se um limiar adaptativo, que tem a função de acompanhar o comportamento normal da planta, cuja característica é variar de acordo com as perturbações normais. Assim o limiar escolhido para o estudo foi

$$J = \|\delta \hat{M}u\|, \quad (18)$$

onde  $\delta$  é um limite estabelecido para a incerteza da planta e  $\|\cdot\|$  representa uma norma a ser adotada, no caso Euclidiana. A condição de alarme foi estabelecida pela seguinte condição,  $\|r(s)\| > \|J\|$ . Este limiar é definido como um limiar adaptativo linear, Frank [12].

## 4 Detecção Baseada em Redes Neurais

Neste trabalho, o objetivo da detecção de falha com redes neurais é efetuar uma detecção durante o processamento dinâmico da planta, para tanto, foi adotada uma configuração multi-camadas de perceptrons, incluindo atrasos na entrada e na saída. Dessa maneira foi possível a construção de uma rede neural que estimasse a saída da planta em tempo real, e por isso foi convencionado chamar tal rede de "observador neural". Com esta abordagem, as falhas são detectadas através de um método não paramétrico, o que possibilita a estimação da saída da planta sem formulações matemáticas complicadas. Além disso, o uso de redes neurais possibilita a manipulação de sistemas não-lineares, enquanto a abordagem convencional é dedicada apenas para os sistemas lineares.

A Figura 3 mostra o esquema de treinamento usado nas simulações e nos trabalhos experimentais.

Para o treinamento deste observador neural foram usados o sinal pseudo aleatório de Schroeder [13], e um sinal de resposta da viga atrasado apropriadamente. Este atraso foi da ordem de cinco vezes para saída e quatro para entrada, resultando assim em um estímulo, para rede neural, de nove pontos por amostragem, uma vez que a perturbação atual da viga também entra no vetor de entrada da rede neural. Com este treinamento, a rede neural

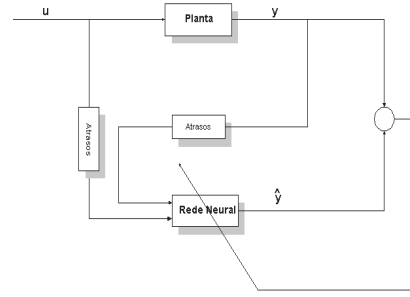


Figura 3: Diagrama de blocos usado no treinamento neural

mapeou o espaço de domínio em que a resposta da planta pode estar. Podendo assim, a planta ser excitado com qualquer frequência, entre 0 e 500Hz, que a rede neural estimará a resposta da planta.

A topologia usada para o treinamento é mostrada na Figura 4.

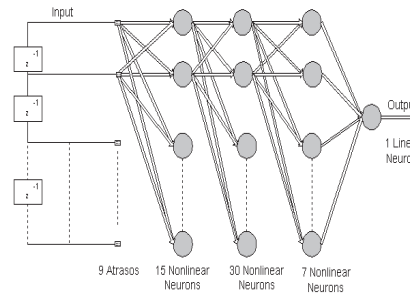


Figura 4: Arquitetura do treinamento neural

A Figura 5 mostra o resultado do treinamento da rede neural para reprodução da viga flexível em uma faixa de frequência entre 0 – 500Hz. A primeira figura mostra a resposta no tempo para toda faixa de frequência excitada, enquanto a segunda figura mostra a mesma resposta porém com escala ampliada. A configuração da rede neural foi estabelecida por tentativa e erro. A validação da rede neural foi feita com a planta sendo excitada em diversas faixas de frequência, de modo a rede neural estimar a resposta da planta dentro de uma faixa de tolerância.

Nota-se pela Figura 5 que o treinamento está aceitável, principalmente na zona mostrada pela segunda figura que representa as baixas frequências. Este treinamento foi realizado com uma taxa de aprendizado variável [14], sendo 0.1 o valor inicial, foi usado um momento fixo de valor 0.5, e os pesos foram inicializados randomicamente mas normalizados com a norma Euclidiana. O método da propagação reversa (backpropagation) foi usado para otimização dos pesos, sendo a atualização destes realizada por uma formulação de primeira ordem, conhecido por método do gradiente [15].

Com o treinamento realizado, a tarefa de detecção da

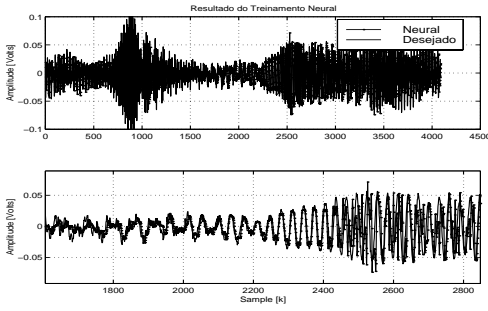


Figura 5: Resultado do treinamento neural

falha foi executada pela comparação entre o resíduo  $y - \hat{y}$  e o limiar adaptativo  $J = \|\delta Mu\|$ , conforme explicado anteriormente.

## 5 Resultados Simulados e Experimentais

Esta seção mostrará os resultados encontrados com os métodos descritos acima. Para mostrar a aplicação dos métodos foram realizados trabalhos simulados e experimentais.

### 5.1 Resultados Simulados

A Figura 6 mostra o sinal de perturbação no domínio do tempo e a sua densidade espectral, a qual possui espectro plano na faixa de frequência de interesse e uma queda retangular na frequência de corte.

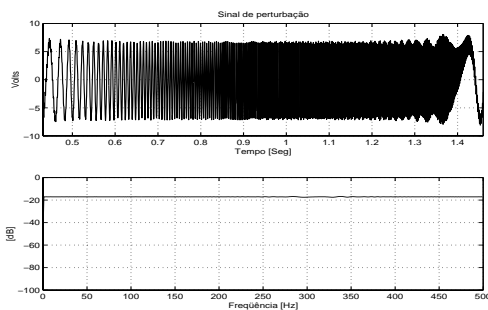


Figura 6: O sinal de Schroeder usado como entrada de perturbação

O sinal visto na Figura 6 foi gerado com 4096 pontos na faixa de frequência de 0 – 500Hz. Assim para a faixa de análise, o tempo de amostragem usado foi de 0.25ms.

A Figura 7 mostra a simulação da detecção de falha usando o observador neural, para as respostas ao controle polinomial da viga na faixa de 0 – 500Hz.

Nota-se na Figura 7 que a adição de massa causa modificações nos resíduos. Percebe-se que houve detecção apenas para as falhas 1 e 2, e que os resíduos variam de amplitude para cada tipo de defeito, sendo a falha 1 aquela que possui a maior amplitude e a falha 3 a menor. Dessa maneira, dois fatos podem ser comentados. Primeiro, as falhas foram detectadas de forma equivalente

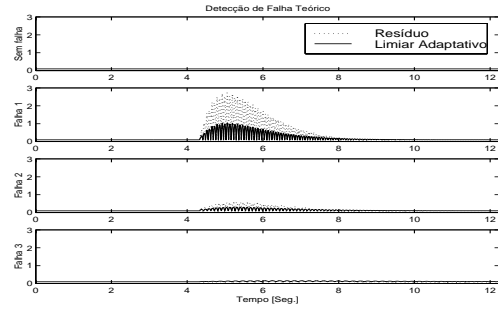


Figura 7: Simulação da detecção de falha na faixa de 0-500Hz, usando redes neurais

somente para as falhas 1 e 2, mas isto não ocorreu com a falha 3.

### 5.2 Resultados Experimentais

A Figura 8 mostra a detecção de falha experimental usando o método do observador de saída.

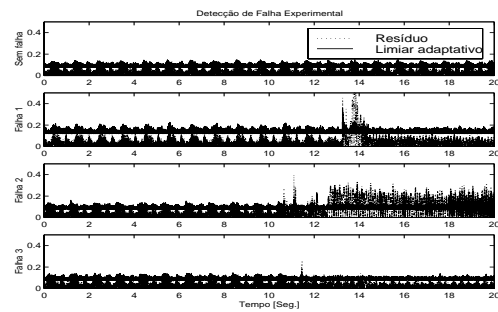


Figura 8: Detecção experimental de falha, para viga com controle polinomial, na faixa de 0-500Hz

Na Figura 8, a falha 2 mostra-se com o resíduo acima do limiar durante todo o restante da medição. Além disso a falha 2 não mostra uma tendência de queda deste resíduo, o que caracterizaria um sistema sem falha. Assim, acredita-se que este alarme visto na falha 2 tenha sido gerado, além da adição da massa, por uma instabilidade do controlador, que nesta posição não teve a capacidade de atenuar as vibrações para uma viga tendo uma massa na posição 2.

A Figura 9 mostra as detecções de falha nas respostas da viga sem controle, na faixa de 0 – 500Hz, usando observador neural.

Na Figura 9 as modificações dos sinais não conseguem ultrapassar os limiares. No caso da falha 3, por exemplo, as modificações causadas pela massa não foram suficientes para grandes mudanças, o que poderia levar a uma falsa interpretação de sistema normal. Com relação às falhas 1 e 2, pode-se dizer que foi realizada a detecção.

A Figura 10 mostra as detecções de falha para as respostas da viga ao controle polinomial na faixa de 0 – 500Hz, usando redes neurais.

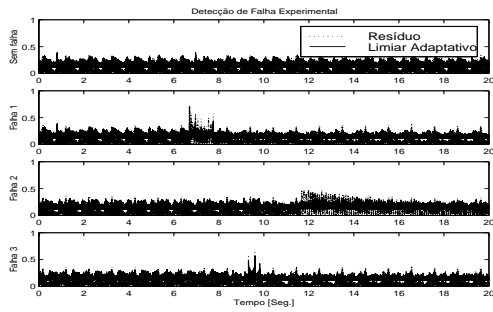


Figura 9: Detecção de falha da resposta da viga na faixa de 0-500Hz, usando redes neurais

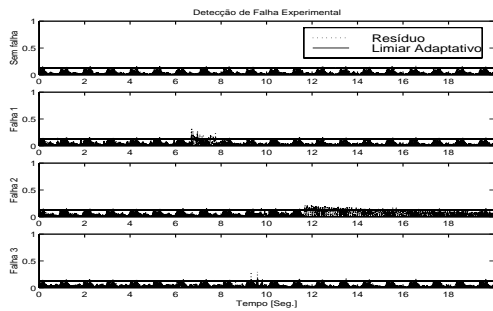


Figura 10: Detecção neural de falha da resposta da viga ao controle polinomial na faixa de 0-500Hz

A Figura 10 mostra que não houve uma boa detecção de falha. Percebe-se que os resíduos de todas as falhas não ultrapassam os limiares, indicando a falsa conclusão de que a adição de massa não causou alterações no sistema.

## 6 Conclusão

Com as simulações numéricas e experimentais realizou-se detecção de falha por métodos baseados em observador de saída e em observador neural. Os resultados obtidos foram similares para ambos os métodos, para todos os casos estudados. Devido à simplicidade da instrumentação adotada, a baixa relação sinal/ruído, o desempenho dos detectores foi afetado. Pode-se afirmar que os PZTs foram satisfatórios como sensores, porém como atuadores faz-se necessário um melhor projeto para aumentar a sua amplitude. A má detecção das falhas na posição 3 pode ser melhorada com a inclusão de sensores em outros pontos da viga.

Pode-se afirmar que as características verificadas para os observadores neurais foram satisfatórias. A aplicação do método na detecção de falhas em estruturas mecânicas obteve bons resultados. Com o treinamento, a partir de dados de entrada e saída, os observadores neurais evitaram a necessidade de modelos matemáticos, e possibilitou o tratamento de sistemas não-lineares.

Por fim, gostaria de agradecer à FAPESP pelo apoio financeiro. Sem o qual não seria possível a realização deste trabalho.

## Referências

- [1] A. S. Willsky. A survey of design methods for failure detection in dynamics systems. *Automatica*, 12:601–611, 1976.
- [2] H. L. Jones. *Failure Detection in Linear Systems*. PhD thesis, Dep. Aero. and Astro., Mass. Inst. Technol., Cambridge, 1973.
- [3] A. S. Willsky and H. L. Jones. A generalized likelihood ration approach to the detection and estimation of jumps in linear systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, AC-21:108–112, February 1976.
- [4] E. Y. Chow and A. S. Willsky. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions On Automatic Control*, AC-29(7):603–614, JULY 1984.
- [5] P. M. Frank. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey and some new results. *Automatica*, 26(3):459–474, 1990.
- [6] X. Ding and P. M. Frank. Fault detection via factorization approach. *Systems Control Letters*, 14:431–436, 1990.
- [7] P. M. Frank and X. Ding. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Elsevier Science*, pages 403–424, 1997.
- [8] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. *Defined Element Method*. Mc Graw Hill, fourth edition, 1994.
- [9] M. Géradin and D. Rixen. *Mechanical Vibrations*. John Wiley & Sons, second edition, 1997.
- [10] K. J. Aström and B. Wittenmark. *Computer-Controlled Systems. Theory and Design*. Prentice Hall, third edition, 1997.
- [11] A. Emami-Naeini, M. M. Akhter, and S. M. Rock. Effect of model uncertainty on failure detection: The threshold selector. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 33(12):1106–1115, December 1988.
- [12] P. M. Frank. Enhancement of robustness in observer-based fault detection. *INT. J. Control*, 59(4):955–981, 1994.
- [13] M. R. Schroeder. Synthesis of low-peak-factor signals and binary sequences with low autocorrelation. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 85–89, January 1970.
- [14] T. P. Vogl, R. M. J. K. A. K., W. T. Zink, and D. L. Alkon. Accelerating the convergence of the back-propagation method. *Biological Cybernetics*, 59(4):257–263, 1998.
- [15] S. Haykin. *Neural Networks A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, second edition, 1999.