

ALGORITMO GENÉTICO APLICADO NA OBTENÇÃO DE CONSTELAÇÕES DE SINAIS PARA TRANSMISSÃO DIGITAL COM CODIFICAÇÃO WAVELET EM CANAIS COM DESVANECIMENTO RAYLEIGH

LUIZ F. Q. SILVEIRA*, LUIZ G. Q. SILVEIRA JÚNIOR†, FRANCISCO M. ASSIS†, ERNESTO L. PINTO‡

* *Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio Grande do Norte.
Av. Sen. Salgado Filho 1559, Tirol, Natal - RN, Brasil*

† *Universidade Federal de Campina Grande. Departamento de Engenharia Elétrica
Rua Aprígio Veloso 882, Bodocongó, Campina Grande - PB, Brasil*

‡ *Instituto Militar de Engenharia. Departamento de Engenharia Elétrica
Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha, Rio de Janeiro - RJ, Brasil*

Emails: lfelipe@cefetrn.br, junior@dee.ufcg.edu.br, fmarcos@dee.ufcg.edu.br,
ernesto@ime.eb.br

Abstract— This paper addresses the use of a genetic algorithm for searching signal constellations suited for mapping the encoder output of wavelet-coded communications systems. This search is based on a previous analysis of the decoder error probability. The numerical results here presented show that the use of genetic algorithm is an effective tool for performance improvement of wireless communications based on the wavelet coding technique.

Keywords— Fading, wavelet encoding, genetic algorithm, signals constellation

Resumo— Este artigo discute o uso de um algoritmo genético na pesquisa de constelações de sinais adequados ao mapeamento da saída do codificador de um sistema de comunicações com codificação wavelet. Esta busca é baseada em uma análise feita anteriormente sobre a probabilidade de erro do decodificador. Os resultados obtidos revelam que o uso do algoritmo genético é uma ferramenta eficiente para melhoria de desempenho dos sistemas de comunicações móveis baseados na técnica de codificação wavelet.

Keywords— Desvanecimento, codificação wavelet, algoritmo genético, constelação de sinais.

1 Introdução

Nos sistemas de comunicações móveis, o sinal trafega do transmissor ao receptor através de múltiplos percursos, o que resulta numa grande variação da amplitude do sinal, mesmo que exista uma pequena variação na distância, ou na orientação entre o transmissor e o receptor, ou mesmo no caso de serem observadas pequenas alterações entre as posições dos obstáculos presentes no percurso. Este efeito do multipercurso é chamado de desvanecimento e pode comprometer de forma severa a confiabilidade da transmissão (Proakis, 1989).

A codificação wavelet foi proposta em (Tzannes and Tzannes., 1992) como uma nova alternativa para combater os efeitos destrutivos do desvanecimento. Esta técnica explora as propriedades de ortogonalidade das linhas da matriz de coeficientes wavelet (MCW), denominadas de palavras-código wavelet, para codificar os bits da fonte de informação.

Assim, o codificador wavelet multiplica, de forma sucessiva, os bits da fonte pelas linhas da matriz wavelet, espalhando a informação de cada bit sobre diversos intervalos de sinalização. Os símbolos formados pelo codificador, denominados de *símbolos wavelet*, são não-equiprováveis e multiníveis, sendo formados por diversos bits de informação.

Devido as propriedades de ortogonalidade das linhas da MCW, a informação espalhada de cada bit pode ser recuperada no decodificador através de uma correlação adequada com os coeficientes da matriz wavelet utilizada para codificação. Este mecanismo de espalhamento da informação no tempo, antes da transmissão, e recolhimento dela no receptor, contribui para melhorar a robustez do sistema de comunicação frente a combinação de efeitos do desvanecimento plano variante no tempo e ruído localizado.

Como a técnica de codificação wavelet gera símbolos não-equiprováveis, o desempenho dos sistemas baseados na codificação com MCWs é bastante influenciado pela escolha da constelação de sinais utilizada no esquema de modulação adotado para transmissão.

Dessa forma, a escolha adequada da constelação de sinais, visando um bom projeto do esquema de modulação, deve ser o primeiro ponto a ser analisado na concepção dos sistemas de comunicações móveis baseados na codificação com matrizes wavelets.

Por outro lado, o projeto de constelações de sinais para sistemas com codificação wavelet pode ser visto como um problema típico de otimização, em que se busca minimizar uma função que calcula a probabilidade de erro do sistema, tendo-se como argumento a constelação do sistema.

Este artigo trata do projeto de constelações de

sinais para uso em sistemas de transmissão baseados na codificação com matrizes wavelets. Especificamente, essas constelações são projetadas por meio de um algoritmo genético guiado por algumas ferramentas analíticas apresentadas em (Silveira, 2006).

O restante deste artigo está organizado como segue. A Seção 2 é dedicada a uma revisão do processo de codificação com matrizes wavelets. Na Seção 3 é apresentado o modelo do sistema de comunicações cujo projeto de constelações é avaliado neste trabalho. A Seção 4 apresenta os detalhes no projeto de constelações para sistemas baseados na codificação com MCWs. A Seção 5 apresenta as soluções dos projetos (constelações) obtidas com o algoritmo genético. Além disso, alguns resultados de desempenho obtidos para os sistemas wavelets simulados com essas novas constelações também são apresentados, e comparados com aqueles que foram obtidos através do uso de constelações projetadas por um algoritmo exaustivo (com enumeração completa do espaço de busca discretizado), presente em (Silveira, 2006). Por fim, a Seção 6 apresenta as conclusões obtidas com este trabalho.

2 Fundamentos da Codificação Wavelet

A codificação wavelet utiliza as linhas da matriz de coeficientes wavelets (MCW) com o objetivo de codificar os bits de informação. Como mostrado em (Resnikoff and Jr., 1998), uma MCW de ordem m e gênero g tem dimensão $m \times mg$, denotada por

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_0^0 & \dots & a_{mg-1}^0 \\ a_0^1 & \dots & a_{mg-1}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_0^{m-1} & \dots & a_{mg-1}^{m-1} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

cujas as entradas podem pertencer ao conjunto dos números inteiros, reais, ou complexos.

Em particular, uma matriz MCW é denominada inteira e plana, quando seus coeficientes são números inteiros escolhidos no conjunto $\{1, -1\}$, e satisfazem as condições de escala wavelet:

$$\sum_{k=0}^{mg-1} a_k^j = m\sqrt{g}\delta_{0,j}, \quad 0 \leq j \leq m-1 \quad (2)$$

$$\sum_k a_{k+ml}^j a_{k+m'l'}^{j'} = mg\delta_{j,j'}\delta_{l,l'}, \quad 0 \leq j, j' \leq m-1 \\ 0 \leq l, l' \leq g-1 \quad (3)$$

sendo $\delta_{j,j'}$ o delta de Kronecker.

A propriedade fundamental de MCWs para a codificação de canal é dada pela Equação 3. Esta equação afirma que as linhas de uma MCW de ordem m são mutuamente ortogonais sobre deslocamentos de comprimento lm , sendo $0 \leq l \leq g-1$.

Esta também afirma que cada linha é ortogonal a uma cópia de si mesma, quando deslocada por lm , sendo $0 < l \leq g-1$. Na teoria de bancos de filtros digitais, as linhas $\{a^j\}$ representam filtros passa-faixa de um banco de filtros com m -bandas.

Sendo assim, o símbolo wavelet gerado no intervalo de tempo $n = pm + q$, é dado por

$$y_{pm+q} = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{g-1} a_{lm+q}^j x_{(p-l)m+j}, \quad (4)$$

e assume valores no alfabeto de símbolos wavelets definidos no conjunto $\mathcal{Y} = \{-mg, -mg+2, \dots, -2k, \dots, 0, \dots, 2k, \dots, mg\}$, com cardinalidade, $\|\mathcal{Y}\|$, igual a $mg+1$. Consequentemente, os símbolos wavelets são multiníveis e dependem de diversos bits de informação.

3 Modelo do Sistema

A Figura 1 apresenta o modelo do sistema de comunicações móveis avaliado neste trabalho, onde bits independentes e equiprováveis oriundos da fonte, $\{x_n\}$, são codificados em símbolos wavelets não-equiprováveis e correlacionados, $\{y_n\}$, utilizando-se para isto de uma MCW inteira e plana de dimensão $m \times mg$.

Após o embaralhamento, os símbolos codificados y_n são modulados por sinais bi-dimensionais (PSK, de *Phase Shift-Keying*, ou APK, de *Amplitude-Phase Keying*), tendo energia média unitária, e transmitidos por uma única antena sobre um canal com desvanecimento de Rayleigh. O canal é assumido ser plano e essencialmente constante durante um intervalo de sinalização, apesar de ser variante no tempo.

A saída do canal, em tempo discreto, é modelada pela variável aleatória complexa $r_n = \alpha_n s_n + w_n$, sendo α_n a amostra de desvanecimento, s_n o símbolo transmitido, e w_n o ruído complexo Gaussiano branco, de média nula e partes real e imaginária de mesma variância $N_0/2$.

Após a demodulação e desentrelaçamento, as estimativas dos sinais recebidos são inversamente mapeadas nos símbolos \tilde{y}_n . A estimativa \tilde{y}_n é dada por $\tilde{y}_n = y_n + e_n$, em que e_n é uma variável aleatória *discreta*, denominada *ruído de demodulação*.

O sistema com codificação wavelet considerado aqui foi analisado, em termos de sua probabilidade de erro de bit (PEB), através do uso de funções geradoras de momentos em (Silveira, 2006). Especificamente, a probabilidade de erro de bit desse sistema foi analisada a partir do ruído de demodulação, e_n , que na recepção é decodificado pelo decodificador wavelet, junto com o símbolo wavelet efetivamente transmitido y_n . Neste contexto, a probabilidade de erro de bit do sistema

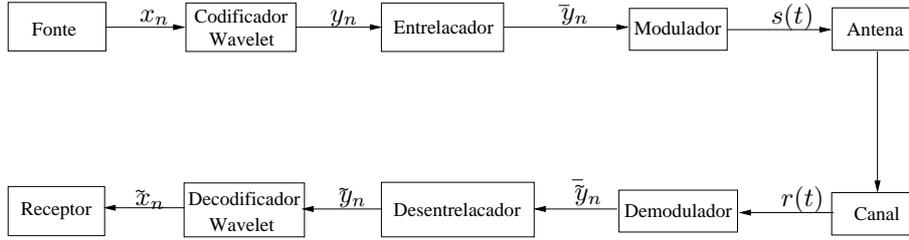


Figura 1: Modelo do sistema de comunicações baseado na codificação com matrizes wavelets

com codificação wavelet, pode ser expressa por

$$P_e = \sum_{k=1}^{\frac{mg(2mg-1)}{2}} \Pr(\nu_i = mg + 2k | x_{i-(mg-1)} = -1) + 0.5 \Pr(\nu_i = mg | x_{i-(mg-1)} = -1) \quad (5)$$

em que ν_i é uma variável aleatória *discreta*, denominada *ruído wavelet*, que modela a decodificação wavelet da parcela de distorção introduzida pelo canal (ruído de demodulação, e_n), m é o posto e g é o gênero da MCW utilizada no processo de codificação.

4 Projeto de Constelações de Sinais via Algoritmo Genético

Neste trabalho, dois tipos de esquemas de modulação foram avaliados quanto à viabilidade de uso em conjunto com a codificação wavelet: constelações PSK e constelações APK com duas amplitudes. O interesse sobre estes esquemas de modulação reside no fato de que a intensidade do desvanecimento variante no tempo e não-seletivo em frequência, produz atenuações sobre a amplitude dos sinais utilizados na transmissão, sendo assim, as modulações em fase são mais robustas a estes efeitos.

Por outro lado, a metodologia de projeto dessas constelações foi, até o momento, limitada a uma abordagem empírica, fundamentada na busca exaustiva de constelações que maximizem o desempenho dos sistemas codificados.

Em particular, os parâmetros de projeto destas constelações são os ângulos dos sinais no caso das constelações PSK, e os raios e ângulos das constelações APK, sob a restrição da energia média unitária. O objetivo é determinar o conjunto de parâmetros que minimiza a probabilidade de erro de bit dos sistemas wavelets.

No caso da busca exaustiva, este conjunto de parâmetros pertence a um espaço de busca discretizado. Assim, por exemplo, considerando uma discretização de 1º nos ângulos dos sinais, o tamanho do espaço de busca é 180^{mg+1} para um sistema PSK com codificação wavelet sem quantização do esquema de modulação¹.

¹Para configurações com simetria em relação ao eixo das abscissas.

Considerando uma modulação APK, este espaço de busca é igual a $N_r \cdot 180^{mg+1}$, em que N_r é o número de valores investigados para o raio interno da constelação. Devido ao tamanho deste espaço, a metodologia de projeto baseada no cálculo de cada uma das soluções possíveis do espaço de busca (algoritmo exaustivo) tem um alto custo computacional, sendo portanto inadequada para esta aplicação.

De fato, o projeto de constelações é um problema típico de otimização combinatória que consiste em minimizar uma função custo que modela o desempenho do sistema codificado, e que tem por argumento, os parâmetros da constelação de sinais. Os algoritmos genéticos, quando aplicados na solução de problemas desse tipo, podem encontrar soluções de alta qualidade, ainda que sem garantia de solução ótima, em um tempo muito reduzido quando comparado ao tempo necessário para avaliar todas as soluções possíveis.

Em qualquer algoritmo genético, uma representação cromossômica é necessária para se descrever cada indivíduo da população de interesse. Especificamente, cada indivíduo da população (ou cromossomo) é formado por uma seqüência de genes definidos em um certo alfabeto.

O algoritmo genético desenvolvido por (Houck et al., 1995), e adotado neste trabalho, permite o uso de dois tipos de alfabeto: binário e em ponto-flutuante. Tomando-se por base os resultados de desempenho apresentados em (Michalewicz, 1994), optou-se por utilizar aqui o AG com representação cromossômica em ponto-flutuante, ou seja, cada indivíduo é representado por um vetor $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k) \in \mathbb{R}^k$.

Por outro lado, a população inicial é criada de forma aleatória, selecionando-se os genes de cada cromossomo (indivíduo) a partir de uma distribuição uniforme $U(a_i, b_i)$, em que a_i e b_i são os extremos inferiores e superiores, respectivamente, para os valores de cada gene x_i do cromossomo \mathbf{x} . Note que para uma população com cromossomos k -dimensionais, deve-se fornecer ao algoritmo um vetor de extremos $\mathbf{l} = (a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k)$, o qual irá definir o espaço de soluções válidas para o problema.

Os operadores genéticos usados aqui foram: seleção geométrica normalizada, cruzamento

heurístico e mutação não-uniforme multidimensional (Houck et al., 1995). Foi utilizado pelo algoritmo genético como critério de parada o número máximo de gerações do processo evolucionário, sendo igual a 200 nos projetos das constelações PSK e 70 nos projetos das constelações APK.

No projeto de constelações para sistemas de transmissão, a função objetivo é definida em termos da probabilidade de erro do sistema, e a meta do método de otimização é a minimização desta função objetivo. Especificamente, para o projeto das constelações dos sistemas com codificação wavelet considerados neste trabalho, a função objetivo que deve ser minimizada é dada por (5).

5 Resultados Numéricos

Esta seção apresenta novas constelações para sistemas com codificação wavelet, especialmente projetadas via AG para atender adequadamente as características desses sistemas, conforme discutido na seqüência.

Inicialmente, deve ser observado que a codificação wavelet gera símbolos wavelets, definidos por (4), que pertencem a um conjunto com $mg + 1$ elementos. Se cada símbolo codificado for mapeado em um sinal da constelação de sinais, uma codificação com MCW's de grandes dimensões pode resultar na degradação de desempenho do sistema, devido a uma aglomeração dos $mg + 1$ pontos na constelação. Para superar esse problema, foi proposto em (Tzannes and Tzannes., 1992) um esquema de modulação onde grupos de símbolos wavelets são mapeados em sinais da constelação. A Tabela 1 apresenta o mapeamento aqui adotado.

Tabela 1: Quantização para MCW 2×128 .

Conjunto Truncado	Símbolo Representativo
{0}	0
{2,4,6}	4
{-2,-4,-6}	-4
{8,10,12}	10
{-8,-10,-12}	-10
{14,16,18}	16
{-14,-16,-18}	-16
{20,22,24}	22
{-20,-22,-24}	-22
{26,28,30,...,128}	28
{-26,-28,-30,...,-128}	-28

Por outro lado, como os símbolos wavelets não são equi-prováveis, o desempenho dos sistemas baseados na codificação com MCWs é muito influenciado pela escolha da constelação de sinais utilizada no esquema de modulação adotado.

Além das constelações obtidas via AG, também são apresentados aqui os resultados de desem-

penho obtidos a partir dos sistemas wavelets simulados com essas constelações, sobre um canal com desvanecimento Rayleigh perfeitamente estimado na recepção. Estes resultados são ainda comparados com os obtidos a partir de constelações projetadas por busca exaustiva (com enumeração completa do espaço de busca discretizado).

A Figura 2 apresenta as constelações obtidas via AG para os sistemas com codificação wavelet e esquemas de modulação APK e PSK, baseados respectivamente nas MCWs 2×8 e 2×128 . Essas constelações foram projetadas especificamente para sistemas wavelets com esquemas de demodulação por mínima distância euclidiana (MDE), embora também sejam apresentados neste trabalho, resultados de desempenho de sistemas wavelets com demodulação MAP, obtidos a partir dessas mesmas constelações.

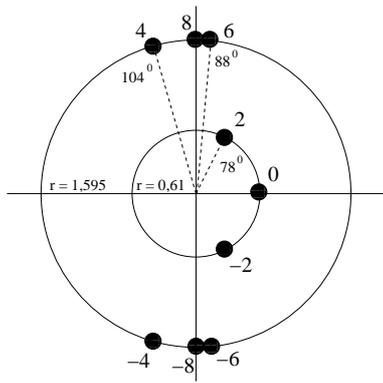
A Figura 3 apresenta as curvas de desempenho dos sistemas com MCWs 2×8 e 2×128 e demodulação euclidiana, utilizando as constelações ilustradas na Figura 2. Além disso, a Figura 3 também apresenta como referência, as curvas de desempenho desses mesmos sistemas, simulados agora com constelações obtidas por busca exaustiva sobre um espaço discretizado (com passo de discretização $\delta = 3^\circ$ entre os ângulos dos sinais). A partir dos resultados obtidos, verifica-se que os sistemas que utilizam as constelações projetadas via AG apresentam vantagens de desempenho, no caso das constelações APK, e desempenhos similares para as constelações PSK.

Este resultado mostra que o espaço de busca do algoritmo genético utilizado aqui tende a conter soluções de melhor qualidade que o espaço de busca do algoritmo exaustivo. A explicação para este fato decorre do processo de discretização do espaço investigado pelo algoritmo exaustivo. Note, contudo, que uma opção por refinar essa discretização pode levar a um tempo de processamento proibitivo².

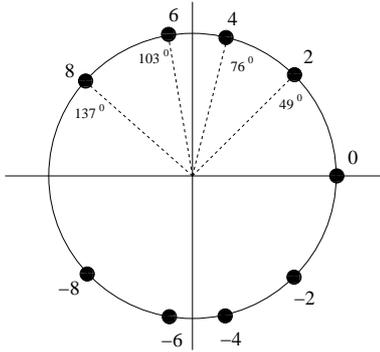
Por outro lado, uma análise cuidadosa da Figura 2(a) revela que a melhor constelação APK encontrada pelo AG para minimizar a probabilidade de erro de bit (BER, de *Bit Error Rate*) do sistema baseado na MCW 2×8 apresenta uma tendência implícita à quantização dos símbolos wavelets com valores ± 6 e ± 8 .

Este resultado indica que o AG pode ser uma ferramenta valiosa no projeto de esquemas de quantização de símbolos wavelets para sistemas com MCW de grandes dimensões. Nestes termos, por exemplo, ao invés de se projetar de forma empírica um esquema de quantização para o sistema com codificação wavelet baseado na MCW 2×128 , como aquele apresentado na Tabela 1, poderia-se

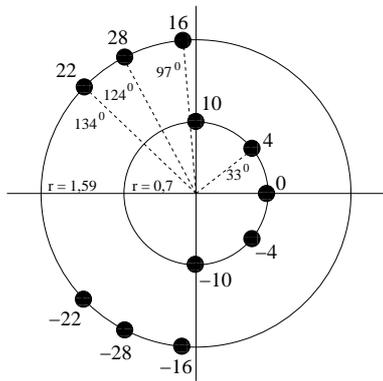
²Mesmo para o grau de discretização adotado neste trabalho, igual a $\delta = 3^\circ$, o tempo de processamento do algoritmo exaustivo já supera, em média, o tempo de processamento do AG em 500%.



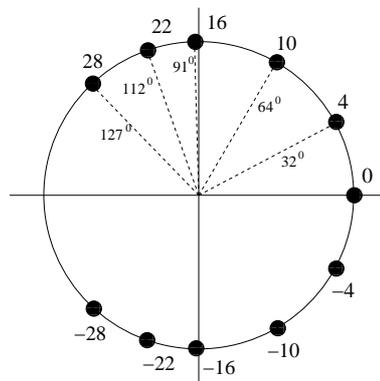
(a) MCW 2×8 — Constelação 9-APK.



(b) MCW 2×8 — Constelação 9-PSK.

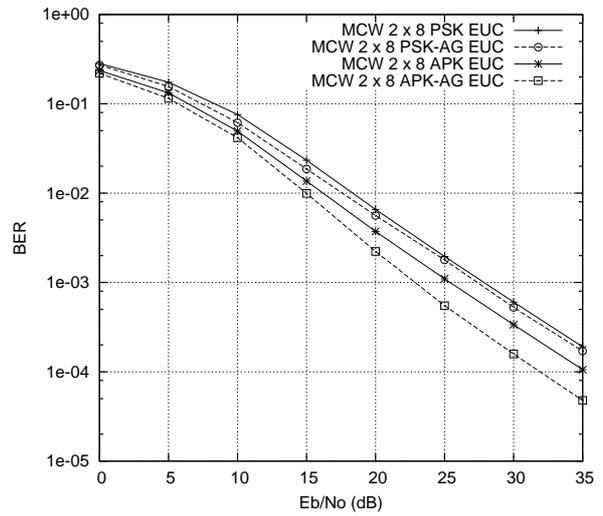


(c) MCW 2×128 — Constelação 11-APK.

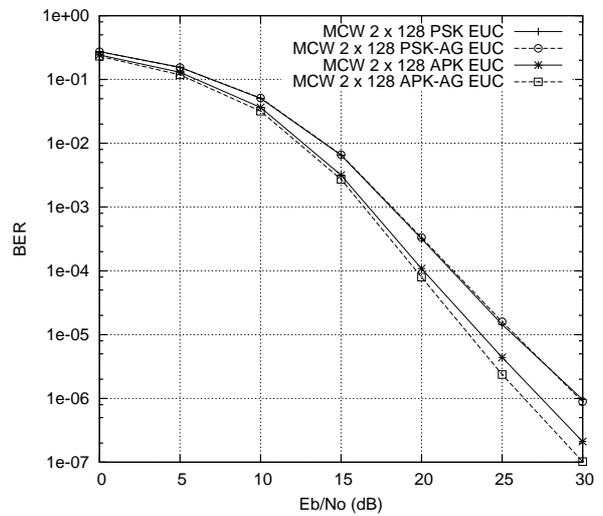


(d) MCW 2×128 — Constelação 11-PSK.

Figura 2: Constelações obtidas via AG para os sistemas com codificação wavelet.



(a) MCW 2×8 — Demodulação Euclidiana.



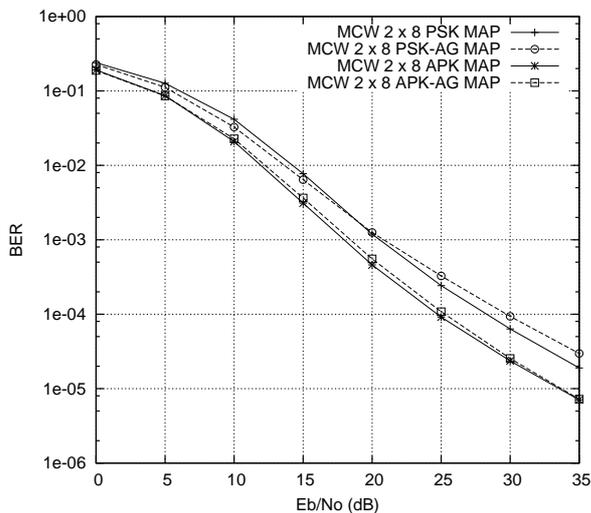
(b) MCW 2×128 — Demodulação Euclidiana.

Figura 3: Desempenho do sistema com codificação wavelet com demodulação baseada na regra de mínima distância euclidiana e esquemas de modulação projetados via AG.

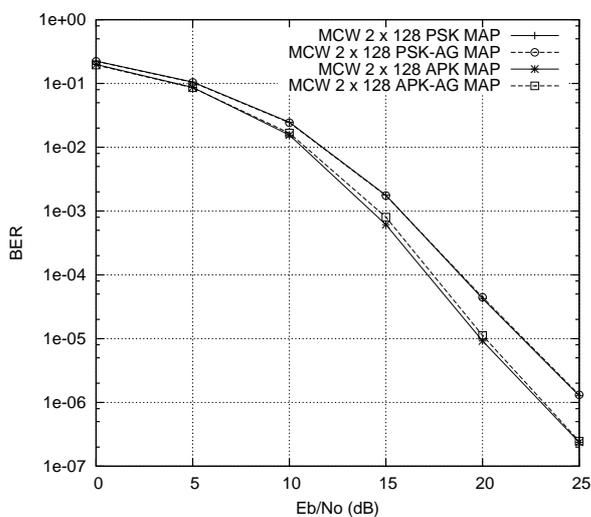
aplicar o AG para se projetar diretamente uma constelação com $mg + 1$ pontos para o sistema.

Assim, a melhor constelação encontrada pelo AG teria provavelmente uma configuração com sinais sobrepostos, que poderia ser utilizada então para se definir o esquema de quantização de símbolos wavelets. De fato, este ponto ainda não sofreu uma investigação criteriosa, e deve ser abordado posteriormente, em trabalhos futuros.

As constelações projetadas pelo AG para os sistemas com codificação wavelet e demodulação euclidiana foram ainda aplicadas a sistemas com demodulação MAP. A Figura 4 apresenta as curvas de desempenho obtidas a partir da simulação desses sistemas. Esta Figura também apresenta, como referência, curvas para esses mesmos sistemas simulados com constelações projetadas por



(a) MCW 2×8 — Demodulação MAP.



(b) MCW 2×128 — Demodulação MAP.

Figura 4: Desempenho do sistema com codificação wavelet com demodulação baseada na regra MAP e esquemas de modulação projetados via AG.

busca exaustiva. Verifica-se a partir da figura que, em ambos os casos, os resultados de desempenho são similares (a exceção do sistema com MCW 2×8 e constelação PSK-AG, que apresentou uma pequena desvantagem de desempenho).

6 Conclusão

Este artigo abordou o problema do projeto de constelações para sistemas de transmissão baseados na codificação com matrizes wavelets, sujeitos ao desvanecimento Rayleigh não-seletivo em frequência.

A partir dos resultados de desempenho obtidos, pôde-se constatar que o algoritmo genético utilizado neste trabalho se mostrou eficiente quanto ao projeto de constelações de boa qualidade.

Por outro lado, de posse da constelação de sinais associadas a esquemas de codificação com MCW de grandes dimensões, pode-se estabelecer esquemas sub-ótimos de quantização de símbolos wavelets. Este ponto deverá ser investigado posteriormente, pelos autores, em trabalhos futuros.

Agradecimentos

Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos à CAPES e ao CNPQ pelo apoio financeiro ao trabalho.

Referências

- Houck, C., Joines, J. A. and Kay, M. G. (1995). “Genetic Algorithm for Function Optimization: A Matlab Implementation”, <http://www.ie.ncsu.edu/mirage/GAToolBox/>.
- Michalewicz, Z. (1994). *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, AI Series. Springer-Verlag, New York, USA.
- Proakis, J. G. (1989). *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, 1989.
- Resnikoff, H. L. and Jr., R. O. W. (1998). *Wavelet Analysis: The Scalable Structure of Information*, Springer-Verlag, New York, 1998.
- Silveira, L. F. Q. (2006). Wavelet-coded system analysis over time-varying flat fading channels (in portuguese), *Ph.D. Thesis/DEE-UFMG*.
- Tzannes, M. A. and Tzannes., M. C. (1992). Bit-by-bit channel coding using wavelets, *Proceedings of IEEE GLOBECOM'92*, IEEE GLOBECOM, Orlando, Florida, USA, pp. 684–688.