

GRASP para o Problema do Caixeiro Viajante com Limite de Calado

Victor Mouffron Carvalho Machado,
Luiz Satoru Ochi

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos-Niterói - RJ
E-mail: {vmouffron, satoru}@ic.uff.br

Tiago Araújo Neves

Universidade Federal Fluminense
Av. dos Trabalhadores, 420, Vila Santa Cecília-Volta Redonda-RJ
E-mail: tneves@id.uff.br

Resumo—O Problema do Caixeiro Viajante com Limite de Calado é uma variação do Problema do Caixeiro Viajante que aparece no contexto do transporte marítimo de cargas. Este trabalho apresenta uma meta-heurística híbrida GRASP-VND para sua resolução. Os experimentos computacionais reportados indicam que a meta-heurística proposta apresenta bons resultados tanto em tempo como na qualidade da solução.

Palavras-chave— Inteligência computacional, meta-heurística, GRASP.

I. INTRODUÇÃO

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é um dos problemas mais estudados em otimização combinatória e possui aplicação em várias áreas, como logística e eletrônica. Diversas variações do PCV foram propostas nas últimas décadas e têm recebido grande atenção na literatura, como o PCV com janelas de tempo [1][2] e o PCV com entregas e coletas [3][4]. Mais recentemente, em 2012, foi proposta em [5] uma nova variante do PCV no contexto do transporte marítimo de cargas, o Problema do Caixeiro Viajante com Limite de Calado (PCVLC).

O calado de um navio é a distância da base inferior do navio até a linha da água. O PCVLC surge quando alguns portos a serem visitados por um navio cargueiro possuem um limite de calado menor do que o calado máximo do navio. Nesta situação o navio encalharia ao tentar atracar neste porto.

Quando o navio parte com a carga completa seu calado é máximo, ao entregar produtos o calado é reduzido devido a redução no peso da carga. Por isso, alguns portos devem ser visitados após o navio realizar algumas entregas. A Figura 1 mostra o comportamento do calado de um navio sem carga e de um navio carregado.

Formalmente, este problema pode ser definido como um grafo não direcionado $G(V, A)$ em que os vértices $V = \{0, 1, \dots, n\}$ representam o conjunto de portos, iniciando pela origem que é denotada por 0, cada aresta (i, j) possui um custo c_{ij} associado [6]. Cada porto, exceto a origem, possui um limite de calado, l_i , e uma demanda, d_i . O objetivo do PCVLC é determinar o ciclo Hamiltoniano de menor custo que respeita os limites de calado.

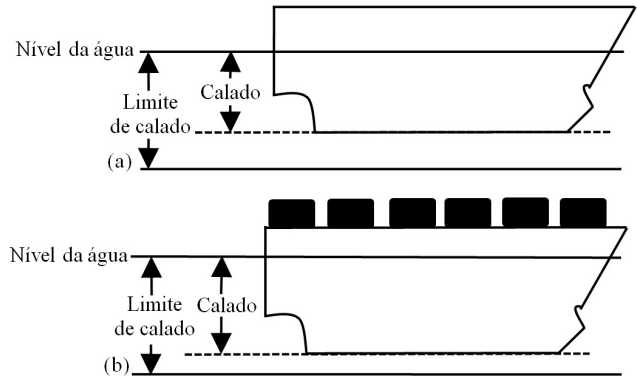


Figura 1. Ilustração do calado e do limite de calado (a) Navio sem carga; (b) Navio com carga. Fonte: [5].

O PCVLC é um problema \mathcal{NP} -difícil [5], por isso não é conhecido nenhum algoritmo de tempo polinomial para sua resolução exata. Métodos meta-heurísticos vêm sendo propostos para problemas de otimização combinatória e, apesar de não garantirem otimalidade, têm apresentado soluções de boa qualidade em baixo tempo de execução. Um destes métodos é o *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) proposto em [7] [8] que tem sido aplicado extensivamente na literatura em problemas de diversas áreas [9][10][11]. Entretanto, de acordo com o conhecimento dos autores, o GRASP nunca foi aplicado ao PCVLC.

Após a publicação de [5], que gerou as instâncias e utilizou duas formulações matemáticas para sua resolução, em [12] foram elaboradas três novas formulações para PCVLC. Mais recentemente, em [6], foi proposta uma meta-heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) que mostrou bons resultados e reduziu o tempo computacional para a resolução do problema.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma. A Seção II apresenta uma formulação matemática para o problema. Na Seção III o algoritmo proposto neste trabalho é detalhado. A Seção IV explicita a calibração dos parâmetros do algoritmo e apresenta os resultados encontrados. Por último, a Seção V conclui o trabalho e apresenta sugestões para futuros trabalhos sobre o PCVLC.

II. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática a seguir, proposta em [6], modela o PCVLM através das variáveis x_{ij} e y_{ij} que representam,

respectivamente, se o arco (i, j) é usado na solução e a carga do navio no arco (i, j) .

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} y_{ij} - \sum_{i \in V} y_{ji} = d_j \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V} y_{0i} = \sum_{i \in V \setminus \{0\}} d_i \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V} y_{i0} = 0 \quad (6)$$

$$0 \leq y_{ij} \leq l_j x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (8)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo da rota. Restrições (2) e (3) garantem que cada porto será visitado exatamente uma vez. Restrições (4) garantem que a demanda de cada porto será satisfeita e impedem a criação de subciclos. Restrições (5) e (6) asseguram que o navio partirá com a carga completa e voltará vazio a origem. Por último, as restrições (7) garantem que os limites de calado serão respeitados.

III. GRASP

O algoritmo proposto neste trabalho utiliza o procedimento construtivo guloso-aleatório do GRASP para gerar a solução inicial. Posteriormente, a solução é refinada utilizando um algoritmo *Variable Neighborhood Descent* (VND) que realiza exploração em múltiplas vizinhanças. Estas duas etapas são repetidas até que o critério de parada seja atendido. O Algoritmo 1 mostra o pseudocódigo da meta-heurística utilizada.

Algoritmo 1: *GRASP(tMax)*

```

1 início
2   repita
3      $s_0 \leftarrow \text{construtivoGRASP}(\alpha)$ ;
4      $s' \leftarrow \text{VND}(s_0)$ ;
5     se  $f(s') < f(s^*)$  então
6        $s^* \leftarrow s'$ ;
7     fim
8   até  $t > tMax$ ;
9   Retornar  $s^*$ ;
10 fim
```

A. Construtivo

A heurística construtiva proposta neste trabalho está descrita no Algoritmo 2. A Lista de Candidatos (*LC*) armazena os portos ainda não visitados. A cada iteração uma Lista de Candidatos Restrita (*LCR*) é formada com os $\lceil \alpha \cdot |LC| \rceil$ elementos da *LC* com menor distância do último porto inserido. Elementos que tornariam a solução inviável não são adicionados a *LCR*. Finalmente, um porto é escolhido aleatoriamente da *LCR* para compor a solução.

Algoritmo 2: *construtivoGRASP*(α)

```

1 início
2   Inicialize a LC;
3   repita
4     Inicialize a LCR;
5      $i \leftarrow \text{aleatorio}(LCR)$ ;
6      $s' \leftarrow s' \cup \{i\}$ ;
7      $LC \leftarrow LC \setminus \{i\}$ ;
8   até  $LC = \emptyset$ ;
9   Retornar  $s'$ ;
10 fim
```

B. VND

O VND consiste em uma busca local que explora múltiplas vizinhanças de uma forma determinística e é usualmente aplicada no VNS [13]. Entretanto, há vários exemplos bem sucedidos na literatura com a aplicação desse mecanismo de busca local ao GRASP [14]. O VND proposto neste trabalho é semelhante ao utilizado em [6] e utiliza oito estruturas de vizinhança extensivamente aplicadas em problemas de roteamento de veículos na literatura: *2-opt*, *backward OR-opt-3*, *forward OR-opt-3*, *backward OR-opt-2*, *forward OR-opt-2*, *backward OR-opt-1*, *forward OR-opt-1* e *swap*. Estas vizinhanças foram aplicadas nessa ordem e a melhor solução, dentre todas as possíveis, foi selecionada como resultado.

As estruturas *OR-opt-k* realizam a remoção e reinserção em outro local da rota de k portos, a reinserção pode ser executada para frente (*forward*) ou para trás (*backward*). A Figura 2 exemplifica um *OR-opt-2*. Já o *2-opt* remove dois arcos e liga outros dois arcos de forma a construir uma nova rota, para isso é necessário inverter arcos intermediários, conforme a Figura 3. Por último, o *swap* troca a posição de dois portos na rota, como na Figura 4.

O VND utilizado inicia com a primeira estrutura de vizinhança e, independentemente, se houver melhora nessa busca local passa para a próxima estrutura de vizinhança. O procedimento é repetido até que não haja nenhum movimento de melhora disponível. O Algoritmo 3 sumariza o procedimento.

IV. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

O algoritmo proposto neste trabalho foi executado para as 240 instâncias de teste propostas em [5]. Essas instâncias foram geradas através de mudanças em oito instâncias clássicas do PCV e possuem entre 14 e 48 portos. Para cada instância do PCV foram criadas 30 instâncias para o PCVLC que diferem

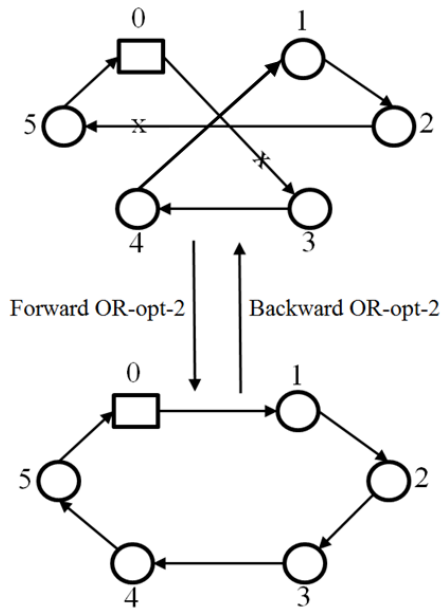


Figura 2. Funcionamento do movimento *Or-opt*: elementos 3 e 4 foram reinsertidos. Fonte:[6].

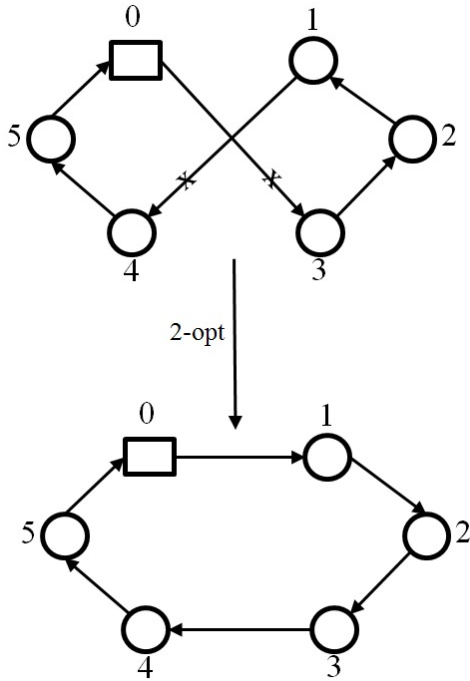


Figura 3. Funcionamento do movimento *2-opt*: arcos (0,3) e (1,4) foram removidos. Fonte:[6].

apenas no limite de calado dos portos. Em [5] podem ser encontrados mais detalhes sobre a geração das instâncias. A arquitetura utilizada para os testes possui Intel® Core™ i7-3610QM, 2.30 GHZ e 12 GB de RAM. Os algoritmos foram implementados em C++ (g++ 4.8.1) e o *GRASP* foi executado 10 vezes para cada instância.

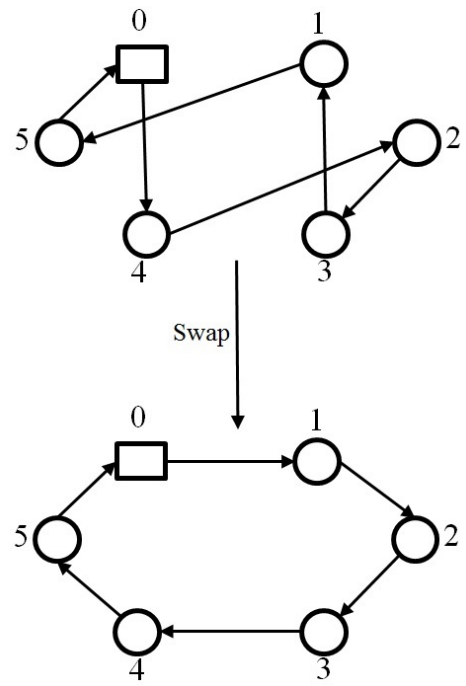


Figura 4. Funcionamento do movimento *swap*: elementos 1 e 4 foram trocados.

Algoritmo 3: $VND(s')$

```

1 início
2   repita
3      $k \leftarrow 1$ ;
4     repita
5        $s \leftarrow melhorVizinho(s', k)$ ;
6       se  $f(s) < f(s')$  então
7          $s' \leftarrow s$ ;
8       fim
9      $k \leftarrow k + 1$ ;
10    até  $k > 8$ ;
11  até não haver melhora;
12  Retornar  $s'$ ;
13 fim
```

A. Calibração de Parâmetros

Para a execução dos testes foi necessário definir o tempo de parada do algoritmo e o parâmetro α . O tempo foi definido da mesma forma que em [6]: 100 s. O mesmo valor foi utilizado para permitir uma comparação mais justa dos dois algoritmos. O parâmetro α determina a aleatoriedade do procedimento construtivo: valores excessivamente baixos não permitem a diversificação necessária para escapar de ótimos locais e valores excessivamente altos podem gerar soluções de qualidade muito baixa [14]. Por isso, é importante definir o valor mais adequado para este parâmetro.

Para a calibração, testes foram realizados no conjunto de instâncias *gr48_50*, o grupo com maior número de portos e restrições de calado mais rigorosas. O valor do parâmetro foi variado entre 0,1 e 0,9 e a Figura 5 mostra os resultados deste teste. Valores de $\alpha = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,9\}$ não apresentaram bons resultados e, para facilitar a visualização, não foram apresenta-

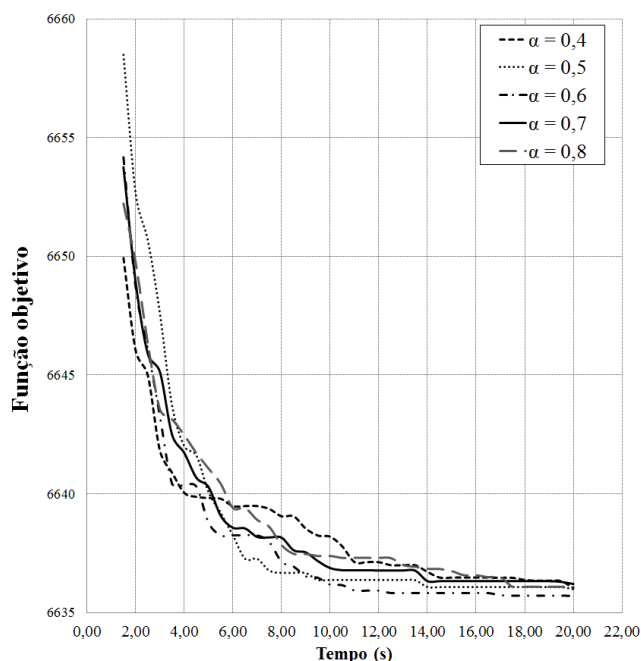


Figura 5. Calibração do parâmetro α .

dos na Figura 5. Pode-se perceber que quando $\alpha = 0,6$ ocorre melhor convergência do algoritmo. Vale ressaltar que este foi o único caso em que o valor ótimo foi alcançado para todas instâncias testadas no tempo limite de 20 s. Por este motivo, o valor utilizado nos experimentos computacionais foi $\alpha = 0,6$.

B. Resultados

As tabelas de I a VIII mostram os resultados obtidos para cada grupo de instâncias e os compara com o *Branch-Cut-and-Price (BCP)* de [12] e com o *VNS* de [6], pois são o estado da arte, respectivamente, em algoritmos exatos e heurísticos. Como em [12] foram propostas três formulações, a que obteve melhores resultados foi a escolhida para comparação. O mesmo foi feito com [6]: a melhor das duas meta-heurísticas *VNS* foi a utilizada, segundo o critério de qualidade das soluções.

Na primeira coluna está o nome da instância do PCVLC e nas colunas seguintes são apresentadas a solução e o tempo de *CPU* consumido por cada método. O tempo reportado é o tempo médio em que a melhor solução foi encontrada. Não foi possível realizar uma conversão dos tempos para uma análise mais justa, pois a arquitetura utilizada em [6] não foi fornecida. O tempo para cada instância também não foi publicado em [6], apenas a média para cada grupo de instâncias.

A análise dos resultados mostra que a heurística proposta atingiu o valor ótimo encontrado pelo *BCP* em todas as instâncias e, como era esperado, possui tempo computacional muito inferior ao algoritmo exato. Na comparação das duas heurísticas, o *GRASP* se mostra substancialmente mais rápido que o *VNS* para a maior instância analisada, *gr_48*. Nos outros grupos de instâncias o tempo foi semelhante, com ligeira vantagem para o *VNS*.

Tabela I. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS BURMA14.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
burma14_10_1	3416	0,38	3416	-	3416	0,01
burma14_10_2	3323	0,72	3323	-	3323	0,01
burma14_10_3	3323	0,41	3323	-	3323	0,01
burma14_10_4	3751	0,66	3751	-	3751	0,01
burma14_10_5	3323	0,38	3323	-	3323	0,01
burma14_10_6	3323	0,65	3323	-	3323	0,00
burma14_10_7	3323	0,47	3323	-	3323	0,00
burma14_10_8	3346	0,37	3346	-	3346	0,00
burma14_10_9	3416	0,52	3416	-	3416	0,00
burma14_10_10	3323	0,66	3323	-	3323	0,00
burma14_25_1	4036	0,34	4036	-	4036	0,01
burma14_25_2	3465	0,37	3465	-	3465	0,01
burma14_25_3	3336	0,31	3336	-	3336	0,00
burma14_25_4	3696	0,36	3696	-	3696	0,01
burma14_25_5	3346	0,45	3346	-	3346	0,01
burma14_25_6	3610	0,32	3610	-	3610	0,00
burma14_25_7	3346	0,37	3346	-	3346	0,00
burma14_25_8	3371	0,45	3371	-	3371	0,00
burma14_25_9	3834	0,38	3834	-	3834	0,00
burma14_25_10	3928	0,35	3928	-	3928	0,00
burma14_50_1	4412	0,32	4412	-	4412	0,00
burma14_50_2	3748	0,33	3748	-	3748	0,01
burma14_50_3	3870	0,33	3870	-	3870	0,00
burma14_50_4	3323	0,31	3323	-	3323	0,00
burma14_50_5	3524	0,43	3524	-	3524	0,00
burma14_50_6	3846	0,32	3846	-	3846	0,00
burma14_50_7	3408	0,37	3408	-	3408	0,00
burma14_50_8	3506	0,38	3506	-	3506	0,00
burma14_50_9	4519	0,34	4519	-	4519	0,00
burma14_50_10	4467	0,32	4467	-	4467	0,00
Média	3615,27	0,41	3615,27	0,00	3615,27	0,00

Tabela II. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS BAYG29.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
bayg29_10_1	1610	10,98	1610	-	1610	0,06
bayg29_10_2	1654	9,90	1654	-	1654	0,06
bayg29_10_3	1753	11,73	1753	-	1753	0,06
bayg29_10_4	1622	8,32	1622	-	1622	0,06
bayg29_10_5	1645	12,59	1645	-	1645	0,06
bayg29_10_6	1622	10,16	1622	-	1622	0,06
bayg29_10_7	1833	11,08	1833	-	1833	0,05
bayg29_10_8	2114	17,69	2114	-	2114	0,05
bayg29_10_9	1628	14,96	1628	-	1628	0,05
bayg29_10_10	1655	13,51	1655	-	1655	0,06
bayg29_25_1	2027	10,53	2027	-	2027	0,08
bayg29_25_2	1655	14,43	1655	-	1655	0,05
bayg29_25_3	1827	16,52	1827	-	1827	0,07
bayg29_25_4	1799	10,17	1799	-	1799	0,15
bayg29_25_5	1709	15,12	1709	-	1709	0,05
bayg29_25_6	1841	9,79	1841	-	1841	0,05
bayg29_25_7	1805	9,08	1805	-	1805	0,06
bayg29_25_8	1718	10,97	1718	-	1718	0,05
bayg29_25_9	1683	8,05	1683	-	1683	0,06
bayg29_25_10	1862	6,99	1862	-	1862	0,05
bayg29_50_1	1928	14,16	1928	-	1928	0,08
bayg29_50_2	2255	11,27	2255	-	2255	0,06
bayg29_50_3	2093	11,04	2093	-	2093	0,07
bayg29_50_4	2019	9,18	2019	-	2019	0,07
bayg29_50_5	1785	8,65	1785	-	1785	0,06
bayg29_50_6	2340	11,19	2340	-	2340	0,09
bayg29_50_7	2400	11,32	2400	-	2400	0,06
bayg29_50_8	2204	34,68	2204	-	2204	0,08
bayg29_50_9	1987	12,99	1987	-	1987	0,19
bayg29_50_10	1899	10,16	1899	-	1899	0,06
Média	1865,73	12,24	1865,73	0,05	1865,73	0,07

Tabela III. RESUMO PARA INSTÂNCIA FRI26

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
fri26_10_1	937	11,99	937	-	937	0,07
fri26_10_2	937	11,35	937	-	937	0,03
fri26_10_3	1009	14,54	1009	-	1009	0,03
fri26_10_4	955	12,61	955	-	955	0,04
fri26_10_5	997	21,95	997	-	997	0,05
fri26_10_6	937	8,54	937	-	937	0,05
fri26_10_7	1039	14,24	1039	-	1039	0,04
fri26_10_8	953	8,33	953	-	953	0,03
fri26_10_9	937	11,18	937	-	937	0,03
fri26_10_10	937	9,98	937	-	937	0,03
fri26_25_1	1055	14,7	1055	-	1055	0,04
fri26_25_2	1201	26,49	1201	-	1201	0,04
fri26_25_3	1139	24,34	1139	-	1139	0,04
fri26_25_4	1233	24,35	1233	-	1233	0,04
fri26_25_5	1017	14,96	1017	-	1017	0,05
fri26_25_6	1172	14,79	1172	-	1172	0,04
fri26_25_7	1101	19,01	1101	-	1101	0,03
fri26_25_8	955	6,46	955	-	955	0,04
fri26_25_9	1081	10,24	1081	-	1081	0,05
fri26_25_10	1093	9,22	1093	-	1093	0,04
fri26_50_1	1273	16,64	1273	-	1273	0,04
fri26_50_2	1045	22,21	1045	-	1045	0,05
fri26_50_3	1035	12,52	1035	-	1035	0,04
fri26_50_4	1185	12,13	1185	-	1185	0,04
fri26_50_5	1185	12,57	1185	-	1185	0,03
fri26_50_6	1158	9,9	1158	-	1158	0,04
fri26_50_7	1150	14,74	1150	-	1150	0,11
fri26_50_8	1441	22,36	1441	-	1441	0,03
fri26_50_9	1267	28,57	1267	-	1267	0,04
fri26_50_10	1048	11,96	1048	-	1048	0,04
Média	1082,40	15,10	1082,40	0,03	1082,40	0,04

Tabela V. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS GR21.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
gr21_10_1	2707	18,77	2707	-	2707	0,02
gr21_10_2	3002	8,58	3002	-	3002	0,02
gr21_10_3	2851	11,62	2851	-	2851	0,02
gr21_10_4	2760	10,25	2760	-	2760	0,02
gr21_10_5	2707	8,56	2707	-	2707	0,02
gr21_10_6	2760	7,76	2760	-	2760	0,02
gr21_10_7	3093	12,58	3093	-	3093	0,02
gr21_10_8	2962	15,88	2962	-	2962	0,03
gr21_10_9	2787	11,9	2787	-	2787	0,02
gr21_10_10	2707	11,32	2707	-	2707	0,02
gr21_25_1	2788	9,32	2788	-	2788	0,02
gr21_25_2	2946	7,43	2946	-	2946	0,02
gr21_25_3	3109	12,53	3109	-	3109	0,03
gr21_25_4	2707	6,01	2707	-	2707	0,02
gr21_25_5	3159	23,31	3159	-	3159	0,04
gr21_25_6	3159	15,72	3159	-	3159	0,02
gr21_25_7	2921	9,45	2921	-	2921	0,02
gr21_25_8	3421	21,77	3421	-	3421	0,02
gr21_25_9	2709	3,74	2709	-	2709	0,02
gr21_25_10	2707	6,26	2707	-	2707	0,02
gr21_50_1	3115	8,34	3115	-	3115	0,02
gr21_50_2	4041	30,7	4041	-	4041	0,02
gr21_50_3	3892	7,82	3892	-	3892	0,03
gr21_50_4	3570	10,64	3570	-	3570	0,02
gr21_50_5	4132	5,32	4132	-	4132	0,02
gr21_50_6	3417	7,43	3417	-	3417	0,03
gr21_50_7	4249	7,71	4249	-	4249	0,02
gr21_50_8	3296	5,85	3296	-	3296	0,02
gr21_50_9	4186	8,88	4186	-	4186	0,02
gr21_50_10	3483	11,47	3483	-	3483	0,02
Média	3178,10	11,23	3178,10	0,00	3178,10	0,02

Tabela IV. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS GR17.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
gr17_10_1	2153	21,86	2153	-	2153	0,02
gr17_10_2	2165	28,69	2165	-	2165	0,02
gr17_10_3	2085	34,6	2085	-	2085	0,02
gr17_10_4	2590	18,36	2590	-	2590	0,02
gr17_10_5	2085	23,95	2085	-	2085	0,02
gr17_10_6	2085	24,9	2085	-	2085	0,02
gr17_10_7	2085	26,33	2085	-	2085	0,02
gr17_10_8	2085	2,71	2085	-	2085	0,02
gr17_10_9	2085	25,06	2085	-	2085	0,02
gr17_10_10	2085	46,16	2085	-	2085	0,02
gr17_25_1	2265	3,18	2265	-	2265	0,02
gr17_25_2	2505	16,48	2505	-	2505	0,02
gr17_25_3	2270	4,3	2270	-	2270	0,02
gr17_25_4	2103	20,1	2103	-	2103	0,02
gr17_25_5	2088	22,16	2088	-	2088	0,02
gr17_25_6	2160	9,34	2160	-	2160	0,02
gr17_25_7	2085	15,93	2085	-	2085	0,02
gr17_25_8	2088	10,47	2088	-	2088	0,02
gr17_25_9	2138	1,96	2138	-	2138	0,02
gr17_25_10	2675	8,25	2675	-	2675	0,02
gr17_50_1	2743	9,46	2743	-	2743	0,02
gr17_50_2	2216	6,67	2216	-	2216	0,02
gr17_50_3	3000	1,77	3000	-	3000	0,02
gr17_50_4	2946	4,73	2946	-	2946	0,02
gr17_50_5	2205	19,37	2205	-	2205	0,02
gr17_50_6	2579	2,63	2579	-	2579	0,02
gr17_50_7	2812	2,01	2812	-	2812	0,02
gr17_50_8	3014	1,14	3014	-	3014	0,02
gr17_50_9	3454	1,73	3454	-	3454	0,02
gr17_50_10	2134	6,52	2134	-	2134	0,02
Média	2366,10	14,03	2366,10	0,00	2366,10	0,02

Tabela VI. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS GR48.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
gr48_10_1	5524	813,29	5524	-	5524	0,24
gr48_10_2	5895	341,27	5895	-	5895	0,68
gr48_10_3	5754	3314,02	5754	-	5754	0,29
gr48_10_4	5588	7057,36	5588	-	5588	1,77
gr48_10_5	6159	496,29	6159	-	6159	29,99
gr48_10_6	5760	41,04	5760	-	5760	8,49
gr48_10_7	5955	22,79	5955	-	5955	15,35
gr48_10_8	5562	188,77	5562	-	5562	2,35
gr48_10_9	5792	892,87	5792	-	5792	1,87
gr48_10_10	6014	359,47	6014	-	6014	2,73
gr48_25_1	5524	1073,43	5524	-	5524	0,24
gr48_25_2	5895	361,9	5895	-	5895	0,68
gr48_25_3	5754	47,85	5754	-	5754	0,29
gr48_25_4	5588	126,05	5588	-	5588	1,77
gr48_25_5	6159	1793,96	6159	-	6159	29,99
gr48_25_6	5760	3053,47	5760	-	5760	8,49
gr48_25_7	5955	172,08	5955	-	5955	15,35
gr48_25_8	5562	1070,86	5562	-	5562	2,35
gr48_25_9	5792	184,24	5792	-	5792	1,87
gr48_25_10	6014	730,82	6014	-	6014	2,73
gr48_50_1	6096	157,47	6096	-	6096	1,24
gr48_50_2	6629	21,44	6629	-	6629	1,89
gr48_50_3	5896	132,45	5896	-	5896	4,94
gr48_50_4	6404	20,75	6404	-	6404	0,51
gr48_50_5	6617	19,41	6617	-	6617	0,23
gr48_50_6	8533	66,09	8533	-	8533	1,14
gr48_50_7	6166	1520,1	6166	-	6166	1,33
gr48_50_8	6535	20,93	6535	-	6535	9,73
gr48_50_9	7150	42,73	7150	-	7150	6,36
gr48_50_10	6331	112,13	6331	-	6331	0,59
Média	6078,77	808,51	6078,77	8,45	6078,77	5,18

Tabela VII. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS ULYSSES16.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
ulyss16_10_1	6859	33,88	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_2	6859	46,83	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_3	6859	72,6	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_4	6859	33,04	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_5	6859	60,21	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_6	6951	32,58	6951	-	6951	0,02
ulyss16_10_7	6859	62,46	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_8	6859	40,66	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_9	6859	75,11	6859	-	6859	0,02
ulyss16_10_10	6859	48,59	6859	-	6859	0,02
ulyss16_25_1	6890	49,57	6890	-	6890	0,02
ulyss16_25_2	6859	3,98	6859	-	6859	0,02
ulyss16_25_3	6859	21,95	6859	-	6859	0,02
ulyss16_25_4	7401	3,52	7401	-	7401	0,02
ulyss16_25_5	7671	11,1	7671	-	7671	0,02
ulyss16_25_6	7029	10,16	7029	-	7029	0,02
ulyss16_25_7	7446	9,81	7446	-	7446	0,02
ulyss16_25_8	6859	43,05	6859	-	6859	0,02
ulyss16_25_9	6859	11,32	6859	-	6859	0,02
ulyss16_25_10	7781	21,31	7781	-	7781	0,02
ulyss16_50_1	7264	2,09	7264	-	7264	0,02
ulyss16_50_2	7715	2,6	7715	-	7715	0,02
ulyss16_50_3	9612	1,2	9612	-	9612	0,02
ulyss16_50_4	7313	1,26	7313	-	7313	0,02
ulyss16_50_5	6909	9,93	6909	-	6909	0,02
ulyss16_50_6	7301	3,66	7301	-	7301	0,02
ulyss16_50_7	8118	3,06	8118	-	8118	0,02
ulyss16_50_8	7065	2,4	7065	-	7065	0,02
ulyss16_50_9	6900	11,81	6900	-	6900	0,02
ulyss16_50_10	7706	7,97	7706	-	7706	0,02
Média	7207,97	24,59	7207,97	0,00	7207,97	0,02

Tabela VIII. RESULTADOS PARA INSTÂNCIAS ULYSSES22.

Instância	BCP		VNS		GRASP	
	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)	Sol.	T (s)
ulyss22_10_1	7013	35,76	7013	-	7013	0,03
ulyss22_10_2	7013	26,54	7013	-	7013	0,03
ulyss22_10_3	7013	28,06	7013	-	7013	0,03
ulyss22_10_4	7013	19,77	7013	-	7013	0,03
ulyss22_10_5	7013	39,26	7013	-	7013	0,03
ulyss22_10_6	7250	40,55	7250	-	7250	0,03
ulyss22_10_7	7246	40,2	7246	-	7246	0,03
ulyss22_10_8	7181	55,88	7181	-	7181	0,03
ulyss22_10_9	7047	18,25	7047	-	7047	0,03
ulyss22_10_10	7087	17,92	7087	-	7087	0,03
ulyss22_25_1	7083	30,63	7083	-	7083	0,03
ulyss22_25_2	7415	19,25	7415	-	7415	0,03
ulyss22_25_3	8177	21,95	8177	-	8177	0,03
ulyss22_25_4	7385	28,7	7385	-	7385	0,03
ulyss22_25_5	7449	23,58	7449	-	7449	0,03
ulyss22_25_6	7589	32,37	7589	-	7589	0,03
ulyss22_25_7	7729	23,91	7729	-	7729	0,03
ulyss22_25_8	7123	17,45	7123	-	7123	0,03
ulyss22_25_9	7176	27,08	7176	-	7176	0,03
ulyss22_25_10	7961	22,77	7961	-	7961	0,03
ulyss22_50_1	8290	24,18	8290	-	8290	0,03
ulyss22_50_2	7538	16,58	7538	-	7538	0,03
ulyss22_50_3	8833	21,75	8833	-	8833	0,03
ulyss22_50_4	9324	38,53	9324	-	9324	0,03
ulyss22_50_5	8284	46,11	8284	-	8284	0,03
ulyss22_50_6	7570	10,6	7570	-	7570	0,03
ulyss22_50_7	7897	25,41	7897	-	7897	0,04
ulyss22_50_8	9558	20,68	9558	-	9558	0,03
ulyss22_50_9	9021	48,15	9021	-	9021	0,03
ulyss22_50_10	7941	15,13	7941	-	7941	0,03
Média	7673,97	27,90	7673,97	0,03	7673,97	0,03

V. CONCLUSÕES

Este trabalho abordou o Problema do Caixeiro Viajante com Limite de Calado através de uma meta-heurística *GRASP* que usa um *VND* como busca local. A eficiência deste algoritmo foi avaliada em instâncias de teste disponíveis na literatura do PCVLC. O algoritmo se mostrou capaz de encontrar soluções ótimas para todas instâncias em um baixo tempo computacional. Para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação do método de reconexão por caminhos ao *GRASP* proposto para melhorar sua convergência, como vem sendo feito em outros problemas de otimização combinatória.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer o apoio da CAPES, CNPq e da FAPERJ.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Baldacci, A. Mingozzi, and R. Roberti, "New state-space relaxations for solving the traveling salesman problem with time windows," *INFORMS Journal on Computing*, vol. 24, no. 3, pp. 356–371, 2012.
- [2] K. E. Nygard and C.-H. Yang, "Traveling salesman problem with time windows," *Computer Science and Operations Research: New Developments in their Interfaces*, p. 411, 2014.
- [3] G. Erdogan, M. Battarra, G. Laporte, and D. Vigo, "Metaheuristics for the traveling salesman problem with pickups, deliveries and handling costs," *Computers & Operations Research*, vol. 39, no. 5, pp. 1074–1086, 2012.
- [4] N. Mladenović, D. Urošević, A. Ilić *et al.*, "A general variable neighborhood search for the one-commodity pickup-and-delivery travelling salesman problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 220, no. 1, pp. 270–285, 2012.
- [5] J. G. Rakke, M. Christiansen, K. Fagerholt, and G. Laporte, "The traveling salesman problem with draft limits," *Computers & Operations Research*, vol. 39, no. 9, pp. 2161–2167, 2012.
- [6] R. Todosijević, A. Mjirda, M. Mladenović, S. Hanafi, and B. Gendron, "A general variable neighborhood search variants for the travelling salesman problem with draft limits," *Optimization Letters*, pp. 1–10, 2014.
- [7] T. A. Feo and M. G. C. Resende, "A probabilistic heuristic for a computational difficult set covering problem," *Operations Research Letters*, vol. 8, pp. 67–71, 1989.
- [8] T. A. Feo and M. G. Resende, "Greedy randomized adaptive search procedures," *Journal of global optimization*, vol. 6, no. 2, pp. 109–133, 1995.
- [9] S. Binato, W. Hery, D. Loewenstern, and M. Resende, "A grasp for job shop scheduling," in *Essays and surveys in metaheuristics*. Springer, 2002, pp. 59–79.
- [10] A. J. Robertson, "A set of greedy randomized adaptive local search procedure (grasp) implementations for the multidimensional assignment problem," *Computational Optimization and Applications*, vol. 19, no. 2, pp. 145–164, 2001.
- [11] X. Delorme, X. Gandibleux, and J. Rodriguez, "Grasp for set packing problems," *European Journal of Operational Research*, vol. 153, no. 3, pp. 564–580, 2004.
- [12] M. Battarra, A. A. Pessoa, A. Subramanian, and E. Uchoa, "Exact algorithms for the traveling salesman problem with draft limits," *European Journal of Operational Research*, vol. 235, no. 1, pp. 115–128, 2014.
- [13] J. B. Pierre Hansen, Nenad Mladenovic and J. A. M. Perez, "Variable neighborhood search," in *Handbook of Metaheuristics*, ser. International Series in Operations Research & Management Science, M. Gendreau and J.-Y. Potvin, Eds. Springer US, 2010, vol. 146, pp. 61–87.
- [14] M. G. C. Resende and C. C. Ribeiro, "Greedy randomized adaptive search procedures," in *Handbook of Metaheuristics*, ser. International Series in Operations Research & Management Science, M. Gendreau and J.-Y. Potvin, Eds. Springer US, 2010, vol. 146, pp. 283–319.