# Simulação de um Modelo Matemático para o Problema Dinâmico de Cobertura e Conectividade em Redes de Sensores sem Fio

Rafael de Sousa O. Martins Janniele A. Soares Departamento de Computação e Sistemas Universidade Federal do Ouro Preto (UFOP) João Monlevade, MG, Brasil Emails: martinsrso@gmail.com janniele@decsi.ufop.br Flávio V. Cruzeiro Martins Rafaela Priscila Cruz Moreira Laboratório de Algoritmos Metaheurísticas e Otimização Departamento de Computação Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais Belo Horizonte, MG, Brasil Email: flaviocruzeiro@decom.cefetmg.br rafaufop@gmail.com

*Resumo*—Este artigo propõe uma abordagem para a solução do Problema Dinâmico de Cobertura e Conectividade em Redes de Sensores Sem Fio (PDCC-RSSFs). Com intuito de prolongar o tempo de vida de uma RSSF, garantindo a cobertura desejável e a conectividade da rede, várias propostas na literatura buscam minimizar o consumo de energia destas redes a cada unidade de tempo. A proposta aqui apresentada segue a mesma linha, e se baseia em um modelo de programação linear inteira (PLI) apresentado na literatura. A abordagem desenvolvida é uma versão híbrida que faz uso de PLI e algoritmos de caminho mínimo para conectar sensores ativos ao sorvedouro. Os resultados atingidos por esta versão são comparados com os resultados do modelo de PLI e de outras heurísticas da literatura que resolvem o mesmo problema.

# I. INTRODUÇÃO

Uma aplicação em Redes de Sensores sem Fio (RSSFs) pode ser definida como o monitoramento de um fenômeno por nós sensores com o objetivo de disseminar os dados coletados a um observador. O nó sensor é o dispositivo que realiza o sensoriamento em um ambiente e dissemina estes dados. O observador é o usuário que solicita os dados aos nós sensores. O fenômeno é a entidade de interesse do usuário. [1]

Na literatura, existem vários trabalhos que mostram a importância de RSSF e suas aplicações para o monitoramento de: vida animal [2], saúde estrutural [3], [4], mine túneis [5], compostos orgânicos tóxicos no ambiente [6], entre outros.

# II. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Considere A como a área de monitoramento, discretizada em um conjunto de pontos de demanda, os quais devem ser monitorados. S um conjunto de nós sensores, M um conjunto de nós sorvedouros e D um conjunto de pontos de demanda, o Problema de Cobertura e Conectividade em Redes de Sensores sem Fio (PCCD-RSSFs) consiste em garantir que um conjunto de nós sensores  $s \in S$  cubra uma fração C dos pontos de demanda  $d \in D$  na área A e que exista uma rota entre cada nó sensor ativo  $s \in S$  e o nó sorvedouro  $m \in M$ , neste trabalho é considerado somente um nó sorvedouro. Um ponto de demanda  $d_i$  pode ser coberto por algum nó sensor  $s_j$  se a distância entre eles é menor ou igual a r que representa o raio de um círculo.[7] [8]

Os nós sensores das RSSFs são posicionados em uma área que contém pontos de demanda a serem cobertos. Os dados são disseminados através da comunicação sem fio *multihop*, desde o evento de interesse até um nó de saída denominado sorvedouro.

A tese [7] mostra dois modelos matemáticos de Programação Linear Inteira (PLI) para o para o Problema Dinâmico de Cobertura e Conectividade em Redes de Sensores sem Fio e o resolve com o pacote de otimização comercial CPLEX (ILOG CPLEX. Source:, 2006). O objetivo é prover uma solução que assegure a melhor cobertura e conectividade possíveis em todos os períodos de tempo, respeitando a capacidade de energia dos nós. O trabalho apresentado em [9] faz uso de algoritmos genéticos junto a algoritmos em grafos para tratar a cobertura em uma RSSF de forma estática, no entanto a partir desta rede a aplicação é estendida para uma solução online no tempo. O trabalho apresentado em [8] propõe através de uma abordagem multi objetivo para o PDCC-RSSF e faz um controle de demanda na cobertura. É mostrado que relaxando um pouco a cobertura da rede é possível conseguir resultados satisfatórios fazendo a rede prolongar por mais tempo.

Este artigo propõe a solução do Problema Dinâmico de Cobertura e Conectividade em Redes de Sensores Sem Fio (PDCC-RSSFs), baseando nos modelos matemáticos apresentados em [7]. A versão híbrida é composta pelo modelo matemático aplicado a um simulador proposto por [10]. A cada execução do modelo matemático feita pelo simulador é encontrado um subconjunto de nós sensores que devem estar ativos para garantir a cobertura da rede e a conectividade entre eles. Então o simulador faz a conexão dos sensores através de caminho mínimo em direção ao sorvedouro. A função objetivo do modelo minimiza o consumo de energia da rede em um determinado instante de tempo de forma estática, levando em conta o estado atual dos nós em relação a disponibilidade e a energia residual. Na função objetivo também há uma penalização por pontos de demanda não cobertos. Neste trabalho a abordagem proposta suporta encontrar uma solução ótima para a cobertura parcial da rede, condicionando-se que toda

execução feita após encontrar uma falha na rede de sensores atinja um resultado determinístico.

## III. ABORDAGENS PROPOSTAS

No trabalho [7] foram propostos dois modelos matemáticos, um periódico e outro multi período, o modelo matemático aqui apresentado é a união da função objetivo do modelo periódico e as restrições do modelo multi período, modificando somente a não utilização de variáveis em relação ao tempo. A seguir são apresentados os dados de entrada:

- S, M, D: conjunto de nós sensores, nós sorvedouros e pontos de demanda, respectivamente;
- B<sub>lj</sub>: matriz de conectividade: tem o valor 1 na posição (l, j) se o nó l cobre o ponto de demanda j, 0 caso contrário;
- A<sup>s</sup>, A<sup>m</sup>: conjunto de arcos que fazem a conexão entre os nós sensores, e arcos que fazem a conexão entre nós sensores e o nó sorvedouro;
- E<sup>l</sup>, S<sup>l</sup>: conjunto de arcos que entram (E<sup>l</sup>) e saem (S<sup>l</sup>) do nó sensor l ∈ S e pertencem ao conjunto A;
- q, n: respectivamente, indica o número mínimo de nós sensores que devem cobrir um ponto de demanda e o número mínimo de nós sensores que devem estar ativos em cada unidade de tempo (u.t.);
- *EB<sub>l</sub>*, *EA<sub>l</sub>*, *EM<sub>l</sub>* : respectivamente, capacidade da bateria, energia de ativação, energia de manutenção consumida pelo nó *l* ∈ S;
- ET<sub>li</sub>, ER<sub>l</sub>, EH<sub>j</sub>: respectivamente, energia consumida pelo nó l ∈ S na transmissão de pacotes para o nó i, energia consumida pelo nó l ∈ S na recepção de pacotes, penalidade aplicada para a não cobertura do ponto de demanda j ∈ D;

A seguir são definidas as variáveis de decisão do modelo:

- x<sub>lj</sub>: variável binária: 1 se o nó l cobre o ponto de demanda j, 0 caso contrário;
- *z*<sub>*lki*</sub>: variável binária: 1 se o arco *ki* faz parte da rota entre o nó *l* e o nó sorvedouro, 0 caso contrário;
- w<sub>l</sub>, y<sub>l</sub>: variáveis binárias: 1 se o nó l é ativado, 0 caso contrário;
- *h<sub>j</sub>*: variável binária: 1 se o ponto de demanda *j* não está coberto, 0 caso contrário;

A função objetivo 1 é responsável por minimizar a energia consumida no período corrente e por penalizar os pontos de demanda não cobertos. O modelo está adaptado para trabalhar tanto com a cobertura parcial da rede como total.

$$Z = \sum_{l \in \mathcal{S}} (EA_l \cdot w_l + EM_l \cdot y_l + \sum_{k \in \mathcal{S}} \sum_{il \in \mathcal{E}^l} ER_l \cdot z_{kil} + \sum_{k \in \mathcal{S}} \sum_{li \in \mathcal{S}^l} ET_{li} \cdot z_{kli} ) + \sum_{j \in \mathcal{D}} EH_j \cdot h_j$$
(1)

O modelo está sujeito a um conjunto de restrições de cobertura 2, 3, 4 e 5, essas restrições garantem que cada ponto da área de cobertura é coberto por pelo menos q nós ativos.

$$\sum_{l \in \mathcal{S}} \mathcal{B}_{lj} \cdot x_{lj} + h_j \ge q, \ \forall j \in \mathcal{D}$$
(2)  
$$h_j \ge 0, \ \forall j \in \mathcal{D}$$
(3)  
$$\mathcal{B}_{lj} \cdot x_{lj} \le y_l, \ \forall l \in \mathcal{S}, \ \forall j \in \mathcal{D}$$
(4)

$$0 \le \mathcal{B}_{lj} \cdot x_{lj} \le 1, \ \forall l \in \mathcal{S}, \ \forall j \in \mathcal{D}$$
 (5)

O modelo também está sujeito a um conjunto de restrições de conectividade 6, 7, 8 e 9, que garantem a conectividade entre cada nó ativo até o nó sorvedouro.

$$\sum_{ip\in\mathcal{S}^{p}(\mathcal{A}^{s})} z_{lip} - \sum_{pk\in\mathcal{S}^{p}(\mathcal{A}^{s}\cup\mathcal{A}^{m})} z_{lpk} = 0, \ \forall p\in(\mathcal{S}-l), \ \forall l\in\mathcal{S} \quad (6)$$
$$-\sum_{pk\in\mathcal{S}^{p}(\mathcal{A}^{s}\cup\mathcal{A}^{m})} z_{lpk} = -y_{l}, \ p = l, \ \forall l\in\mathcal{S} \quad (7)$$

$$z_{lip} \le y_i, \ \forall i \in \mathcal{S}, \ \forall l \in (\mathcal{S} - p), \ \forall ip \in (\mathcal{A}^s \cup \mathcal{A}^m)$$
(8)

$$z_{lip} \le y_p, \ \forall p \in \mathcal{S}, \ \forall l \in (\mathcal{S} - p), \ \forall ip \in (\mathcal{A}^s \cup \mathcal{A}^m)$$
(9)

A seguir é apresentado o conjunto de restrições de ativação 10, 11, 12, 13 e 14, que garantem a relação entre as variáveis w e y, além das relações com os nós ativos no período anterior através de yb.

$$w_{l} - y_{l} \ge 0, \forall l \in \mathcal{S}$$
(10)  
$$w_{l} - y_{l} + yb_{l} \ge 0, \forall l \in \mathcal{S}$$
(11)  
$$y_{l} \ge n, \forall l \in \mathcal{S}$$
(12)  
$$y, z, w \in 0, 1$$
(13)

 $x \in \mathcal{R} \tag{14}$ 

Foi feita sobre o modelo aqui apresentado, uma simulação híbrida (HMM), onde o simulador faz a reestruturação da rede utilizando o modelo matemático assim o modelo matemático é utilizado para resolver o problema total dado que ocorre uma falha na rede, similar à abordagem de otimização global da rede mostrada por [10]. A escolha do nós que serão substituídos é feita baseada no modelo matemático que encontra a melhor solução para aquela rede no momento, desconsiderando os nós que falharam. A simulação encerra-se quando não é mais possível atender os requisitos de cobertura e conectividade. O Algoritmo 1 apresenta como a simulação é executada para a abordagem híbrida.

O algoritmo 1 recebe como parâmetros de entrada um objeto do tipo Rede Sensor, uma String com o caminho que é utilizado para escrever o arquivo de saída e uma String com o caminho do arquivo de entrada recebido pelo modelo matemático.

O simulador começa a execução a partir de um estado inicial que está no arquivo e assim é executado o modelo matemático para esse estado inicial da rede de sensores sem fio. Na linha 3 temos uma estrutura que recebe quais nós sensores foram ativados a partir do estado inicial, logo após Algoritmo 1: Simulador HMM

1: SimularRede( RedeSensor, CaminhoSaida,
CaminhoEntrada );
2: executa MM a partir do arquivo solução inicial;
3: vetSensoresAtv = leitura do arquivo escrito pelo MM;
4: Construir Rede Inicial;
5: Inicia Simulacao;
6: enquanto ( cobertura atual da rede $r \ge fator de$
cobertura) <b>faça</b>
7: evento = simula um periodo();
8: se (evento) então
9: escreve a solução do simulador;
10: executa modelo matemático com essa
solução;
11: vetSensoresAtv = leitura do arquivo escrito
pelo MM;
12: Conecta os Nós Sensores Selecionados;
fim
fim

será preparada a rede, criando os sensores com as energias, pontos de demanda e sorvedouro. Na linha 4 serão criados os caminhos entre os nós sensores até o sorvedouro.

Com a rede construída e preparada, inicia-se a simulação, onde a cada período de tempo o evento trata, se houve a necessidade da chamada do modelo matemático para reestruturação da rede, caso ocorrer alguma falha. Na linha 6 começa o processo de simulação que verifica se a cobertura atual da rede é maior ou igual a cobertura exigida nos parâmetros da execução do simulador. Assim o evento recebe o resultado de simulação de um período, caso tenha ocorrido alguma falha na rede, o retorno será falso e caso contrário verdadeiro. A abordagem aqui apresentada para o problema cobertura e conectividade das RSSFs funciona em um nível mais abstrato dos nós sensores, não se preocupando com as características inerentes de suas camadas (física, enlace, rede, transporte e aplicação). Problemas como perda e colisão pacotes, pacotes de controle (overhead), latência, confiabilidade dos dados, entre outros, não foram tratados neste trabalho.

#### IV. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Nos experimentos explicitados abaixo foi possível comparar e avaliar as abordagens aqui apresentadas, identificando as vantagens e desvantagens de cada uma, avaliando o tempo de vida útil da rede, a energia residual e a energia consumida por períodos de tempo.

Os algoritmos foram codificados em C++ e JAVA, o modelo PI foi resolvido usando Gurobi Optimizer 6.0.0 [11]. O código foi compilado com GNU gcc 4.9 usando flag -O3, todos os testes rodaram em um computador OS X 10.10, processador Intel Core i5 com 4GB de memória RAM.

As instâncias utilizadas foram geradas por [7], o posicionamento dos nós sensores na área de monitoramento foi gerado aleatoriamente com distribuição uniforme. Seja u.d. a unidade para quantificar distância, u.t. a unidade para quantificar tempo, u.e. a unidade utilizada para quantificar o consumo de energia de uma determinada operação do nó sensor por unidade de tempo e u.e\*t a unidade para quantificar a energia armazenada na bateria ou a energia consumida pelo nó.

Os parâmetros de entrada para os experimentos realizados nas instâncias de 36, 49, 64 e 81 sensores são os mesmos utilizados na tese de [7] e são apresentados na Tabela 1, os demais valores podem ser encontrados na tese de [7].

Tabela I. PARÂMETROS DE ENTRADA

Parâmetros	Valores
Area monitorada	50 u.d.
Número de nós sensores	36, 49, 64 e 81
Raio de sensoriamento	15 u.d.
Raio Comunicação	25
Precisão de cobertura q	1
Localização do Sorvedouro	Coordenada (0,0)
Número de pontos de demanda	1 ponto por (u.d.)2
Energia da Bateria	1000 u.e*t.
Energia de Ativação	5 u.e.*t.
Energia de Manutenção/t	13 u.e.
Energia de Recepção/t	2 u.e.
Tempo de Transmissão/t	0.25 u.t

Os resultados obtidos são comparados com os resultados apresentados por [10], através de um simulador que apresenta uma abordagem multi objetivo evolucionária híbrida (MEH), que utiliza Algoritmos Genético para fazer a reestruturação da rede, já a abordagem utilizada neste trabalho é determínistica.

No primeiro experimento foram analisadas as energias consumidas por unidade de tempo (u.t.) pela simulação HMM e MEH. Através dos gráficos apresentados nas Figuras 1,2 para a instância de 36 e 81 sensores, pode-se perceber que a simulação do HMM consome menos energia no início da simulação em relação ao MEH. O comportamento foi o mesmo para as demais instâncias. É interessante analisar que a energia se mantém constante em algumas instantes, apresentando somente alguns picos de acréscimo no consumo da energia no decorrer da vida útil da rede.

No segundo experimento foram analisadas as energias residuais por unidade de tempo (u.t.) pelas simulaçÕes HMM e MEH. Através dos gráficos apresentados nas Figuras 3 e 4 para a instância de 36 e 81 sensores, pode-se perceber que a energia residual no HMM tem um decrescimento quase linear, gastando uma quantidade de energia por instante de tempo com valores sequentes muito próximos. As demais instâncias seguem o mesmo comportamento. O MEH com o decorrer do tempo aumenta o custo com um comportamento quase exponencial e com isso o HMM oferece maior vantagem de manter a rede por mais instantes de tempo, ao consumir menos energia por instante de tempo, ao consumir menos variável no decorrer do tempo, ao contrário do MEH.

No terceiro experimento foram analisadas as coberturas pelas simulações HMM e MEH. Através dos gráficos apresentados nas Figuras 5 e 6 para a instância de 36 e 81 sensores, pode-se perceber que a cobertura se mantém bem próxima da definida como parâmetro do simulador, sendo assim, não conseguindo manter uma cobertura maior nem menor que a definida pelo simulador, as demais instâncias seguem o mesmo comportamento.

No quarto experimento foi feita uma análise em relação ao tempo de vida útil da rede (u.t.), comparando a simulação HMM e os valores encontrados na literatura através da MEH. Pode-se perceber que a simulação HMM conseguiu prolongar



Figura 1. Energia Consumida 36 Sensores com 70% e 95% de cobertura, respectivamente

muito mais o tempo de vida útil da rede em todos os casos apresentados, tanto para a cobertura de 70% quando para a de 95%, estes forneceram resultados melhores que na simulação MEH. Ao se comparar o tempo computacional, pode-se perceber que o simulador que trabalha com o modelo matemático consome muito mais tempo, devido ao fato de modelos exatos procuraremm pelos resultados sub-ótimos, assim temos apenas uma aproximação do ótimo a cada período.

Na Tabela IV é levada em consideração a cobertura parcial da rede em 70%.

Tabela II. TEMPO DE VIDA ÚTIL PARA 70% DE COBERTURA

	HMM		MEH	
	u.t.	Tempo(s)	u.t.	Tempo(s)
t3650	143	862.42	126	4.05
t4950	231	3552.80	224	3.85
t6450	296	12589.78	276	3.74
t8150	385	28039.27	321	4.36

Na Tabela IV é levada em consideração a cobertura parcial da rede em 95%.



Figura 2. Energia Consumida 81 Sensores com 70% e 95% de cobertura, respectivamente

Tabela III. TEMPO DE VIDA ÚTIL PARA 95% DE COBERTURA

	HMM		MEH	
	u.t.	Tempo(s)	u.t.	Tempo(s)
t3650	96	295.75	87	3.25
t4950	161	1124.62	147	5.10
t6450	203	2568.65	180	4.99
t8150	253	3906.43	226	5.02

# V. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Os resultados das abordagens propostas foram bemsucedidos comparando-os com os resultados conhecidos na literatura. Pode-se concluir que a abordagem de simulação HMM foi mais eficiente em relação ao tempo de vida útil da rede. Como já se previa, o tempo computacional foi elevado, contudo em um patamar aceitável, uma vez que o mesmo poderia ser executado por um computador de alto desempenho. Dá-se tal resultado também pela existência de aplicações em que é mais interessante manter a rede funcionando por um longo período de tempo, independente de os tempos de respostas para reestruturação demonstrarem-se altos.

Embora os resultados iniciais sejam promissores, estas abordagens têm espaço para melhorias, fazendo uso de abor-



Figura 3. Energia Residual 36 Sensores com 70% e 95% de cobertura, respectivamente

dagens híbridas com o modelo matemático.

Os trabalhos futuros compreendem, além de melhorias do modelo matemático, a realização de experimentos mais complexos em relação aos números de variáveis do modelo matemático, e sua junção no simulador, sendo que neste trabalho o modelo matemático está sendo executado externamente ao simulador, feito por chamadas do próprio simulador.

## VI. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a UFOP e ao CEFET-MG pela infraestrutura oferecida para realização deste trabalho e as agências de fomento Capes, CNPq e Fapemig pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- S. Tilak, N. B. Abu-Ghazaleh, and W. Heinzelman, "Infrastructure tradeoffs for sensor networks," in *Proc. ACM International Workshop* on Wireless Sensor Networks and Application, 2002.
- [2] A. Mainwaring, D. Culler, J. Polastre, R. Szewczyk, and J. Anderson, "Wireless sensor networks for habitat monitoring," in proc. acm int. work. wireless sensor networks and applications (wsna'02)," 2002.



Figura 4. Energia Residual 81 Sensores com 70% e 95% de cobertura, respectivamente

- [3] D. Mascarenas, E. Flynn, C. Farrar, G. Park, and M. Todd, "Powering and interrogation of structural health monitoring sensor networks," *IEEE Sensors J*, vol. 9, 2009.
- [4] Q. Ling, Z. Tian, Y. Yin, and Y. Li, "Localized structural health monitoring using energy-efficient wireless sensor networks," *IEEE Sensors J.*, vol. 9, 2009.
- [5] H. Jiang, L. Chen, J. Wu, S. Chen, and H. Leung, "A reliable and high-bandwidth multihop wireless sensor network for mine tunnel monitoring," *IEEE Sensors J.*, vol. 9, 2009.
- [6] F. Tsow, E. Forzani, A. Rai, R. Wang, R. Tsui, S. Mastroianni, C. Knobbe, A. J. Gandolfi, and N. J. Tao, "A wearable and wireless sensor system for real-time monitoring of toxic environmental volatile organic compounds," *IEEE Sensors J.*, vol. 9, 2009.
- [7] F. G. Nakamura, "Algoritmos para controle de densidade em redes de sensores sem fio," Ph.D. dissertation, Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.
- [8] F. V. C. Martins, E. G. Carrano, E. F. Wanner, R. H. C. Takahashi, and G. R. Mateus, "An evolutionary dynamic approach for designing wireless sensor networks for real time monitoring," in *Proc. IEEE/ACM* 14th International Symposium on Distributed Simulation and Real Time Applications, 2010.
- [9] F. V. C. Martins, F. G. Nakamura, F. P. Quintao, and G. R. Mateus, "Model and algorithms for the density, coverage and connectivity control problem in flat WSNs," in *Proc. International Network Optimization Conference*, 2007.



Figura 5. Taxa de Cobertura 36 Sensores com 70% e 95% de cobertura, respectivamente

- [10] F. V. C. Martins, E. G. Carrano, E. F. Wanner, R. H. C. Takahashi, and G. R. Mateus, "A hybrid multiobjective evolutionary approach for improving the performance of wireless sensor networks." *IEEE Sensors Journal*, vol. 11, no. 3, pp. 545–554, 2011.
- [11] I. Gurobi Optimization, "Gurobi optimizer reference manual," 2014.
  [Online]. Available: http://www.gurobi.com



Figura 6. Taxa de Cobertura 81 Sensores com 70% e 95% de cobertura, respectivamente