Correção Não-linear na Estimação de Energia para um Calorímetro de Altas Energias

 B. S. Peralva, A. M. Silva, L. M. A. Filho, A. S. Cerqueira Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPEE) Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF) Juiz de Fora, MG

Email: bernardo@cern.ch, alessa.monay@engenharia.ufjf.br, luciano.andrade@ufjf.edu.br, augusto.santiago@ufjf.edu.br

Resumo-Em ambientes de alta taxa de eventos, a resposta do experimento pode ser distorcida devido à presença de informação proveniente de eventos adjacentes. Este efeito de empilhamento de sinais degrada a eficiência de métodos lineares utilizados para estimar os parâmetros de interesse. No contexto de física de altas energias, a energia do sinal de interesse é medida através da estimação da amplitude do pulso recebido do sistema de calorimetria. No momento, o LHC (do inglês, Large Hadron Collider) opera numa taxa de eventos que produz o empilhamento de sinais. Este trabalho apresenta um método alternativo para estimar a energia das células do Calorímetro de Telhas (TileCal) do detector ATLAS no LHC nestas condições de empilhamento. A abordagem proposta neste trabalho utiliza uma técnica linear baseada no estimador de máxima verossimilhança combinada com uma rede neural. A rede neural tem a função de corrigir as não-linearidades introduzidas pela estatística do empilhamento de sinais na estimativa linear. Os resultados mostram que o uso da abordagem proposta melhora consideravelmente a resolução de energia em condições de operação em alta taxa.

Palavras-chave—Estimação, Empilhamento de Sinais, Redes Neurais, Física de Altas Energias.

I. INTRODUÇÃO

O Grande Colisor de Hádrons (LHC) [1] é o colisor de partículas mais energético do mundo. O LHC acelera dois feixes de prótons a um valor próximo da velocidade da luz e os faz colidir em pontos específicos. Detectores de partículas são posicionados ao redor dos pontos de colisão no túnel e coletam a informação dos subprodutos provenientes de cada colisão. O LHC completou o primeiro período de operação, com sucesso, entre 2010 e 2013, colidindo prótons a cada 50 ns e com energia de centro de massa variando entre 0, 9 e 8 TeV. Recentemente, em 2015, o LHC foi religado e coletará dados de colisões de 13 TeV a cada 25 ns pelos próximos 2 anos [2].

O ATLAS [3] é o maior detector do LHC e tem um extenso programa de física, sendo projetado para explorar todo o potencial de descoberta do LHC. Comprovações da existência do bóson de Higgs, partícula prevista pelo Modelo Padrão [4], já foram observadas pelo experimento em 2012 [5].

A física de interesse é rara e necessita de uma quantidade imensa de dados para se inferir algum comportamento nos dados. Visando aumentar a estatística e, consequentemente, aumentar a probabilidade de se observar fenômenos desconhecidos, o programa do LHC prevê um aumento na luminosidade J. M. Seixas Laboratório de Processamento de Sinais (LPS) Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/Poli) Rio de Janeiro, RJ Email: seixas@lps.ufrj.br

dos feixes de prótons. A luminosidade é proporcional ao número de interações por segundo dividido pela seção de choque do feixe. O aumento da luminosidade significa que o feixe será mais denso e, assim sendo, mais interações prótonpróton ocorrerão quando os feixes se cruzarem (colisão) [6]. Como a resposta da calorimetria do ATLAS é mais lenta que a taxa de eventos do LHC, o efeito do empilhamento de sinais poderá ser observado numa mesma janela de leitura, dificultando a reconstrução do sinal de interesse.

Usualmente, a estimação da energia é feita através da combinação linear das amostras digitais recebidas, na qual a matriz de covariância do ruído de fundo é utilizada no processo de otimização para diminuir as incertezas na medida [7]. Entretanto, a informação do empilhamento de sinais introduz não-linearidades no ruído de fundo, fazendo com que a eficiência destes métodos seja degradada.

Desta forma, este trabalho apresenta um método alternativo para estimar a energia do calorímetro TileCal [8] do ATLAS em condições de alta luminosidade. Para tratar as componentes não-lineares presentes no ruído de fundo, uma rede neural artificial (RNA) [9] é proposta, a qual realiza um ajuste fino na medida linear, a fim de corrigi-la. O uso de RNA com este propósito já foi aplicado com sucesso em outros contextos [10],[11].

Na próxima seção, o TileCal é brevemente descrito. Na Seção III, o método proposto para realizar a estimativa linear combinada com a correção não-linear é apresentado. Os resultados para simulações de Monte Carlo são discutidos na Seção IV. Por fim, as conclusões são apresentadas na Seção V.

II. O CALORÍMETRO DE TELHAS DO ATLAS

O Calorímetro de Telhas (TileCal) tem como objetivo fornecer medidas precisas da energia das partículas que com ele interagem. No total, o TileCal possui, aproximadamente, 10.000 canais de leitura disponíveis a cada colisão. As partículas produzidas no ponto de interação atravessam o calorímetro e suas energias são amostradas por telhas cintilantes. A luz resultante é transmitida até células fotomultimplicadoras (PMT) por fibras óticas WLS (do inglês, *Wavelength Shifting*), onde o sinal elétrico é gerado. A Figura 1 ilustra o princípio de funcionamento do TileCal.

O pulso disponibilizado pela PMT é condicionado [12], de modo que sua amplitude seja proporcional à energia deposi-



Figura 1. Diagrama esquemático ilustrando o princípio de funcionamento do TileCal.

tada. Considerando-se que a forma do pulso seja invariante de canal para canal [13], a energia depositada pela partícula em um determinado canal pode ser calculada estimando-se a amplitude do pulso. Os sinais analógicos são digitalizados numa frequência de amostragem de 40 MHz e uma janela de sete amostras (150 ns) é suficiente para representar todo o pulso. A Figura 2 ilustra o pulso de referência normalizado do TileCal e as amostras digitais, representadas pelos pontos destacados na curva.



Figura 2. Pulso de referência normalizado do TileCal.

As sete amostras de cada canal do TileCal são transmitidas através de fibras ópticas até os ROD (do inglês, *Read-Out-Drivers*), onde é feito o processamento digital do pulso.

A. Reconstrução da energia do TileCal

O algoritmo atual de reconstrução da energia do TileCal é baseado em um Filtro Ótimo (OF) [14]. Este algoritmo estima a amplitude dos sinais recebidos (*online* e *offline*), e reconstrói a energia durante operação nominal do detector. A técnica é baseada na soma ponderada das amostras recebidas s[k] para obter a amplitude do pulso, de acordo com a Equação (1).

$$\hat{A}_{OF} = \sum_{k=0}^{6} a[k]s[k]$$
(1)

Os coeficientes a_k são obtidos a partir do pulso de referência (extraído do circuito de conformação do sinal [12]) e da matriz de covariância do ruído de fundo. O procedimento de otimização visa minimizar a variância da distribuição de amplitude. Assim, o método é ótimo para sinais determinísticos corrompidos por ruído gaussiano. Os coeficientes são obtidos pela minimização do efeito do ruído na reconstrução da amplitude utilizando os multiplicadores de Lagrange [7].

Como consequência do aumento da luminosidade, sinais provenientes de colisões adjacentes serão observados, ocasionando o efeito de empilhamento de sinais. Este efeito tem impacto direto no algoritmo de reconstrução de energia, uma vez que este não prevê o empilhamento em seu modelo. A Figura 3 ilustra o empilhamento de um sinal numa janela de leitura do TileCal, onde o sinal de interesse está centrado na quarta amostra enquanto um outro sinal, de outra colisão (50 ns atrasado), é observado distorcendo o pulso final.



Figura 3. Ilustração do efeito de empilhamento de sinais no TileCal.

III. O MÉTODO PROPOSTO

Diferentemente do algoritmo OF, o método proposto trata as não-linearidades presentes no sinal recebido devido ao efeito do empilhamento de sinais. O sistema proposto é baseado no estimador de máxima verossimilhança (MLE) [15] combinado a uma rede neural artificial.

A. Estimador de Máxima Verossimilhança Gaussiano

O algoritmo de estimação da amplitude utilizado pelo TileCal (ver Seção II-A) busca um filtro FIR (do inglês, *Finite Impulse Response*) que minimize a variância da estimação dadas algumas restrições. Já o MLE formula o problema de estimação a partir das funções de densidade de probabilidade do processo aleatório.

O primeiro passo para obtenção do MLE é conhecer a função densidade de probabilidade do sinal recebido $p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})$ dado que este possui uma determinada amplitude a ser estimada A_{mle} . A melhor estimativa de A_{mle} é o valor que maximiza $p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})$. Desta forma, a estimativa da amplitude pode ser encontrada resolvendo a seguinte equação para a variável \hat{A}_{mle} :

$$\frac{\partial p(\mathbf{s}|A_{mle})}{\partial A} = 0 \tag{2}$$

Para o desenvolvimento do MLE, é necessário o conhecimento *a priori* sobre o processo aleatório descrito pelo sinal do TileCal. Desta forma, primeiramente, considera-se a fase do pulso fixa para cada canal de leitura. Além disso, o pedestal (linha de base do sinal) é subtraído de cada amostra digital recebida antes da operação de estimação. Assim, o sinal de entrada s para o estimador MLE se torna:

$$\mathbf{s} = A\mathbf{g} + \mathbf{n} \tag{3}$$

em que A representa a amplitude do sinal recebido, o vetor **g** corresponde às amostras do pulso de referência normalizado do TileCal, **n** são as amostras do ruído de fundo.

Para o caso particular em que as amostras do ruído podem ser modeladas por uma distribuição gaussiana multivariável com uma matriz de covariância **C**, a função densidade de probabilidade é dada pela seguinte expressão:

$$p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \det(\mathbf{C})}} \exp\left(\frac{-(\mathbf{s} - A\mathbf{g})^T \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{s} - A\mathbf{g})}{2}\right)$$
(4)

Através da extração do logaritmo em (4) e aplicando-se a derivada em relação a amplitude, a Equação (5) pode ser obtida.

$$\frac{\partial p(\mathbf{s}|\hat{A}_{mle})}{\partial A} = \frac{-1}{\sqrt{2\pi \det(\mathbf{C})}} \frac{(\mathbf{s} - A\mathbf{g})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{s} - A\mathbf{g})}{2}$$
(5)

O valor máximo da Equação (4) é obtido igualando a Equação (5) a zero, resultando assim na estimativa \hat{A}_{mle} descrita na Equação (6), chamada, neste trabalho de estimador MLE gaussiano (MLEG). Assim como o método OF, o estimador MLEG pode ser implementado em processadores digitais através de um filtro FIR (do inglês, *Finite Impulse Response*) de ordem 6 e coeficientes **w**.

$$\hat{A}_{mleg} = \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{g}}{\mathbf{g}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{g}} = \sum_{k=0}^6 s[k] w[k]$$
(6)

Uma observação que deve ser destacada é o fato do projeto do MLEG considerar o ruído de fundo gaussiano. Esta aproximação é válida para o cenário de baixa luminosidade, em que o efeito do empilhamento de sinais não é observado na maioria das células do TileCal. Entretanto, como o estimador MLE utiliza a densidade de probabilidade conjunta, o modelo correto do empilhamento de sinais pode ser incorporado ao projeto.

Já para o caso do estimador OF, atualmente utilizado no TileCal, isto não é possível, pois este corresponde a uma técnica de minimização da variância e assume o ruído de fundo sempre gaussiano. Por outro lado, o uso da estatística do empilhamento de sinais, além de requerer um conhecimento *a priori* muitas vezes não disponível, pode levar a sistemas que não têm solução analítica e/ou que seja muito complexa computacionalmente.

Ao invés de utilizar a estatística do empilhamento de sinais no projeto de um MLE não-gaussiano, este trabalho propõe um modelo combinado entre o MLEG e um corretor não-linear (como uma RNA) (ver Figura 4).

Nesta proposta, o processamento não-linear tem a função de corrigir o modelo linear, que não trata as não-linearidades presentes no ruído de fundo em condições de alta luminosidade. Ou seja, o corretor não estima a amplitude do pulso de entrada, mas fornece um ajuste à estimativa linear já estabelecida. Para eventos sem o efeito de empilhamento de sinais, a contribuição do corretor deve ser mínima, ou nula, sendo a estimativa final da energia igual ao MLEG.



Figura 4. Diagrama de blocos ilustrando o sistema combinado proposto, que utiliza um estimador linear e um corretor não-linear de ajuste.

A vantagem desde sistema é o fato da estimativa linear sempre estar disponível e o uso, ou não, do corretor nãolinear ser opcional. Além disso, como o corretor não-linear tem a função apenas de ajustar uma estimativa de amplitude já calculada, o seu projeto pode ser simples.

IV. RESULTADOS

Nesta seção, os resultados são apresentados. É importante ressaltar que, para o TileCal, uma contagem de ADC (do inglês, *Analog to Digital Converter*) corresponde a aproximadamente 12 MeV [16].

A. Banco de dados

Inicialmente, um conjunto de dados contendo sinais com amplitudes variando uniformemente entre 0 e 1023 contagens de ADC corrompidos com ruído eletrônico foi utilizado [17]. Ou seja, nenhuma interação adicional é observada por colisão nas células de leitura. O número médio de interações prótonpróton por colisão é representado pelo símbolo μ . Este conjunto caracteriza o cenário $\mu = 0$, em que os eventos não sofrem do efeito de empilhamento de sinais.

A Figura 5(a) mostra o histograma do ruído de fundo juntamente com um *fitting* gaussiano. Pode-se observar a forte presença de características gaussianas, validando o uso do MLEG ou OF.

Posteriormente, um outro conjunto de dados foi utilizado a fim de analisar a eficiência do método proposto sob condições de empilhamento de sinais. Este conjunto caracteriza células de leitura mais próximas do feixe de colisão e contém sinais (amplitude variando de 0 a 1023 contagens de ADC) corrompidos por ruído eletrônico e o empilhamento de sinais [17], no qual possui, em média, 40 interações por colisão ($\mu = 40$). Este cenário reflete os próximos períodos de operação do LHC.A Figura 5(b) apresenta o histograma do ruído de fundo para este tipo de dado assim como o *fitting* gaussiano. Pode ser notada a perda das características gaussianas devido à presença do empilhamento de sinais.

Cada conjunto de dados possui 50.000 sinais, em que 40% dos dados foi utilizado para treinar (conjunto de treinamento) o corretor não-linear (para o método proposto) e estimar a matriz de covariância (para os métodos MLEG e OF), e outros 60%, para validar (conjunto de teste) os algoritmos de estimação.



Figura 5. Distribuição das amostras do ruído de fundo para (a) μ =0 e (b) μ =40.

B. Projeto do corretor não-linear

Para o projeto do corretor não-linear do método proposto (ver Figura 4), foi utilizado uma rede neural MLP (do inglês, *Multilayer Perceptron*) [9] com uma camada escondida (com 4 neurônios) e uma camada de saída (com 1 neurônio), como mostra a Figura 6.



Figura 6. Topologia da rede neural utilizada para o corretor não-linear.

A função de ativação utilizada para os neurônios da camada escondida foi a tangente hiperbólica. Já para o neurônio da camada de saída, foi utilizada uma função linear. O algoritmo utilizado para treinamento foi o Levenberg-Marquardt [18], dada sua eficiência de convergência ao mínimo da função erro. Esta topologia foi escolhida por já ter sido utilizada em trabalhos que utilizam uma RNA para propósitos semelhantes ao sistema proposto [10],[11].

Os nós de entrada correspondem às sete amostras digitais recebidas. O número de neurônios na camada escondida foi escolhido baseado na dispersão (RMS) do erro de estimação da amplitude pelo método proposto quando aplicado ao conjunto de teste. A Tabela I mostra o comportamento do erro de estimação quando se varia o número de neurônios na camada

escondida sob condições de luminosidade μ =0 e μ =40. Podese observar que a configuração com 4 neurônios apresenta o melhor equilíbrio entre complexidade e eficiência (erro de estimação). Para fins de comparação, o erro de estimação para o estimador linear MLEG, sem a correção não-linear, é 1,6 e 10,8 contagens de ADC para o cenário μ =0 e μ =40, respectivamente.

 Tabela I.
 Erro de estimação (RMS) para diferentes números de neurônios na camada escondida (em contagens de ADC).

	Número de neurônios					
	1	2	3	4	5	10
$\mu=0$	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4
µ=40	8,3	8,1	7,4	7,1	7,1	7,2

A rede neural foi treinada utilizando o conjunto de treinamento onde o vetor alvo corresponde à diferença entre o valor verdadeiro da amplitude (conhecido da simulação) e a estimativa linear MLEG. O conjunto de teste foi utilizado para testar e comparar o método proposto com os métodos MLEG e OF.

C. Testes de eficiência

Para avaliar a eficiência do método proposto, os parâmetros de erro de estimação, contribuição do corretor não-linear, complexidade e linearidade foram analisados. As figuras 7(a) e 7(b) mostram as distribuições para o erro de estimação para o conjunto de dados $\mu = 0$ e a contribuição do corretor neural, respectivamente. O erro de estimação é calculado como sendo a diferença absoluta entre o valor estimado e o valor de referência (simulação). Como esperado, o corretor neural possui uma contribuição mínima (quase nula) para a medida final da energia, uma vez que o sinal não contém não-linearidades do empilhamento de sinais.

Já para o conjunto de dados $\mu = 40$, as figuras 8(a) e 8(b) mostram o erro de estimação e a contribuição do correto não-linear (saída da rede neural), respectivamente. Como o empilhamento de sinais introduz uma energia adicional ao sinal de interesse (ver Figura 5(b)), o corretor neural tem a função de compensar essa parcela extra de energia atribuída ao sinal de interesse. Por esse motivo, a característica da distribuição da contribuição neural para $\mu = 40$ tem a forma da Figura 8(b).

Em ambos cenários estudados (μ =0 e μ =40), os estimadores OF e MLEG foram projetados utilizando a matriz de covariância característica para o cenário em questão, apesar do ruído de fundo apresentar estatísticas de ordem superior não nula para o caso μ =40. O estimador OF foi o que apresentou pior eficiência (maior dispersão) no que tange o erro de estimação. Este resultado pode ser atribuído ao fato deste estimador utilizar restrições adicionais no processo de otimização para o cálculo de seus coeficientes.

Dada a capacidade e eficiência do uso de RNA em estimar uma função densidade de probabilidade complexa [19], uma outra MLP, chamada neste trabalho de RNAE (Rede Neural Artificial Estimadora), foi projetada com a finalidade de aproximar o estimador MLE ótimo para o cenário de empilhamento de sinais (μ =40). Neste método puramente neural, a RNA é projetada para estimar diretamente a amplitude do sinal a partir das amostras digitais recebidas.



Figura 7. Eficiência para o cenário $\mu = 0$: (a) erro de estimação e (b) contribuição do corretor neural.

O objetivo desta análise é verificar se o método proposto (MLEG+RNA) opera em condições próximas à ótima, além de avaliar e comparar a complexidade computacional de implementação de um estimador neural ótimo. Para encontrar o número de neurônios na camada escondida do RNAE, a Tabela II foi montada. Baseando-se nesta tabela, a configuração com 9 neurônios foi escolhida.

 Tabela II.
 Erro de estimação (RMS) para diferentes números de neurônios na camada escondida (em contagens de ADC).

	Número de neurônios					
	3	7	8	9	10	20
$\mu = 40$	8,2	7,2	7,9	7,0	7,1	7,5

A Figura 9 mostra os erros de estimação do método proposto (MLEG+RNA) e do método RNAE. É possível notar que os histogramas ficam quase sobrepostos, caracterizando assim a boa eficiência do método proposto. No que tange a complexidade computacional, a Tabela III mostra o número de operações para diferentes tipos de esforço.

Os métodos MLEG e OF demandam um esforço computacional pequeno e são indicados para aplicações *online*, com recursos lógicos limitados como a configuração atual do TileCal, a qual é baseada em dispositivos DSP (do inglês, *Digital Signal Processor*).



Figura 8. Eficiência para o cenário $\mu = 40$: (a) erro de estimação e (b) contribuição do corretor neural.



Figura 9. Eficiência dos estimadores neurais para o cenário $\mu = 40$.

Entre os métodos baseados em RNA, o método proposto apresentou uma melhor eficiência, ou seja, com menor custo computacional e ainda flexibilidade quanto ao uso da saída do estimador linear MLEG. Vale salientar que o método proposto pode ser implementado *offline*, e testado no ambiente *online* previsto para o programa de atualização do ATLAS [20], onde os dispositivos DSP serão substituídos por elementos mais sofisticados, baseados em FPGA (do inglês, *Field-Programmable Gate Array*) [21].

Tabela III. COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL DOS MÉTODOS.

	Operação					
	soma	multiplicação	busca em tabela			
MLEG	6	7	0			
OF	6	7	0			
MLEG+RNA	33	39	4			
RNAE	62	72	9			

Linearidade e tendência: Este estudo tem como objetivo avaliar se o erro de estimação se mantém constante ao longo de toda a faixa dinâmica de operação. A Figura 10 mostra a média e o desvio padrão do erro absoluto utilizando o método proposto (MLEG+RNA), para o conjunto de dados sem o empilhamento de sinais.



Figura 10. Linearidade e tendência do método proposto.

Pode ser observado que o método proposto possui comportamento linear e não introduz tendências na estimativa da amplitude, uma vez que ambos a média e o RMS se mantêm aproximadamente constante ao longo de toda faixa de amplitude.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um método alternativo para a estimação da energia do calorímetro de telhas do ATLAS no cenário de alta luminosidade do LHC. O método utiliza uma estimativa linear baseada no MLEG e uma rede neural para corrigir as não-linearidades presentes no sinal recebido. As técnicas atuais implementadas para estimação não incorporam a estatística do empilhamento de sinais em seus projetos. Como resultado, estas técnicas se mostram tendenciosas sob alta luminosidade devido ao efeito de empilhamento de sinais.

O método proposto se mostrou eficiente em ambientes sem e com o empilhamento de sinais, onde o corretor não-linear faz uma correção na medida linear mantendo o erro de estimação o menor possível, com desempenho semelhante à um estimador puramente neural o qual se aproxima do estimador ótimo MLE.

Outra vantagem do método proposto é disponibilizar a estimativa linear sem correção, ficando a critério do usuário utilizar ou não a correção não-linear. Além disso, a capacidade de generalização da rede neural bem treinada torna o método independente da luminosidade sem a necessidade de treinamento para diferentes níveis de luminosidade. A característica de generalização da rede neural é interessante uma vez que, tomadas de dados reais, a luminosidade varia ao longo do tempo.

Os trabalhos futuros se concentram no teste do método proposto utilizando dados reais adquiridos durante operação nominal do LHC.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES, CNPq, FAPEMIG, RE-NAFAE (MCTI) e FAPERJ pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- [1] L. Evans and P. Bryant (editors), *LHC Machine*, J. Instrum., vol. 3, p. S08001, 2008.
- [2] C. Solans, Status of the Atlas Calorimeters: their performance after two years of LHC operation and plans for future upgrades, Proceedings of 36th International Conference on High Energy Physics, Melbourne, Australia, 4-11 Jul, 2012.
- [3] The ATLAS Collaboration, *The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider*, J. Instrum., vol. 3, p. S08003, 2008.
- [4] W. N. Cottingham and D. A. Greenwood, An Introduction to the Standard Model of Particle Physics, Cambridge University Press, 1998.
- [5] The ATLAS Collaboration, Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, Physics Letters B, v. 716, pp. 1-29, 2012.
- [6] F. Ruggiero, LHC Accelerator R&D and Upgrade Scenarios, The European Physical Journal C Particles and Fields, v. 34, pp. 433-442, 2004.
- [7] G. Bertuccio, E. Gatti and M. Sapietro, *Sampling and optimum data processing of detector signals*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, v. 322, pp. 271-279, 1992.
- [8] The ATLAS Collaboration, Readiness of the ATLAS Tile Calorimeter for LHC collisions, EPJC 70, pp. 1193-1236, 2010.
- [9] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, 1998.
- [10] P. P. Madsen, Neural network for combining linear and non-linear modelling of dynamic systems, IEEE World Congress on Computational Intelligence, vol.7, pp. 4541-4546, 1994.
- [11] Z. Wang et al., Application of BP neural networks in non-linearity correction of optical tweezers, Frontiers of Electrical and Electronic Engineering, Volume 3, Issue 4, pp. 475-479, 2008.
- [12] K. Anderson et al., Design of the front-end analog electronics for the ATLAS tile calorimeter, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Vol. 551, No. 2-3, pp. 469-476, 2005.
- [13] M. Tylmad, Pulse shapes for signal reconstruction in the ATLAS Tile Calorimeter, 16th IEEE-NPSS, pp. 543-547, 2009.
- [14] E. Fullana et al., Digital Signal Reconstruction in the ATLAS Hadronic Tile Calorimeter, IEEE Transaction On Nuclear Science, v. 53, number 4, pp. 2139-2143, 2006.
- [15] Steven M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing, Estimation Theory, Prentice Hall, 1993.
- [16] O. Lundberg *et al.*, *Calibration Systems of the ATLAS Tile Calorimeter*, Proceedings of 32nd Symposium on Physics in Collision, 2012.
- [17] J. Chapman, ATLAS Simulation Computing Performance and Pile-Up Simulation in ATLAS, LPCC Detector Simulation Workshop, CERN, 2011.
- [18] M. T. Hagan and M. B. Menhaj, *Training feed-forward networks with the Marquardt algorithm*, IEEE Transactions on Neural Networks, Vol. 5, No. 6, pp. 989-993, 1994.
- [19] A. Sarajedini, R. Hecht-Nielsen and P. Chau, Conditional Probability Density Function Estimation with Sigmoidal Neural Networks, IEEE Transactions on Neural Networks, v. 10, Issue 2, pp. 231-238, 1999.
- [20] F. Carrió et al., The sROD module for the ATLAS Tile Calorimeter Phase-II Upgrade Demonstrator, J. Instrum., vol. 9, p. C02019, 2014.
- [21] U. Meyer-Baese, *Digital Signal Processing with Field Programmable Gate Arrays*, Springer, 2007.