

Busca Harmônica com ajuste adaptativo de parâmetro por meio de Algoritmo Genético aplicada na otimização do projeto LQR

L. B. P. Nascimento, V. P. Pinto, M. A. B. Amora, D. A. Souza
Universidade Federal do Ceará (UFC)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação
Sobral, Brasil

luisbrunu@gmail.com, vandilberto@ufc.br, marcio@dee.ufc.br, daryewson@gmail.com

Resumo— Este artigo apresenta uma implementação do algoritmo de Busca Harmônica (HS) com um parâmetro adaptativo para a ponderação das matrizes Q e R do Regulador Linear-Quadrático. Um Algoritmo Genético foi implementado (GA) para ajustar automaticamente um dos parâmetros do HS. O algoritmo híbrido (HS+GA) foi aplicado na busca das matrizes de um sistema de teste, e comparado com o HS e GA na mesma aplicação. As simulações com o algoritmo híbrido apresentou melhores resultados em comparação com o HS, abordagem mais nova e GA, abordagem mais clássica para resolução deste problema.

Palavras-chave—Busca Harmônica; Algoritmo Genético; Regulador Linear-Quadrático; Otimização; Controle.

I. INTRODUÇÃO

Pesquisas na área de controle mostraram o quão relevante é a utilização de um controlador que garanta a estabilidade de um sistema. O Regulador Linear Quadrático (LQR) é uma técnica de controle ótimo no domínio do tempo baseada na realimentação de estados que apresenta boas propriedades de estabilidade robusta e minimiza um determinado índice de desempenho, apresentando também margens de ganho infinito e margens de fase a 60° . O controlador LQR é amplamente utilizado em sistemas lineares de controle [1]. Uma característica do LQR é a capacidade de estabelecer uma harmonia entre a energia gasta e o sinal de controle, sendo capaz de garantir a estabilidade do sistema frente a pequenas perturbações [2].

A maior dificuldade no projeto do controlador LQR é encontrar uma matriz de ganho de controle K que minimize uma função de custo que possui como parâmetros duas matrizes de ponderação Q e R. As matrizes adequadas permitem que o controlador atenda as especificações do projeto, entretanto, possui um grande espaço de busca, o que torna complexa a definição das matrizes [3][4][5].

Como forma de minimizar o esforço na definição dessas matrizes de ponderação, alguns pesquisadores têm amplamente utilizado algoritmos de Inteligência Artificial como Algoritmo Genético (GA) [6][7], Otimização por Enxame de Partículas [8], Recozimento Simulado [9], entre outros, para buscar de

maneira ótima as matrizes Q e R, encontrando-se assim os ganhos ótimos.

Um método de busca que têm se destacado durante os últimos anos foi o Algoritmo de Busca Harmônica (HS), meta-heurística inspirada na improvisação de músicos [10]. O HS possui a característica de identificar regiões de alto desempenho dentro do espaço de busca em um tempo razoável e tem sido aplicado nas mais diversas áreas, como mostra [11].

Nesse artigo, o algoritmo HS foi utilizado para buscar as melhores matrizes de ponderação Q e R do projeto LQR para uma planta de teste. Para atingir melhores resultados e diminuir tempo de convergência, o HS sofreu uma pequena alteração no parâmetro PAR para uma melhor aplicabilidade, sendo que, o mesmo foi definido de forma adaptativa através de um Algoritmo Genético (GA).

As próximas seções deste artigo estarão organizadas da seguinte maneira: na seção II serão abordados os conceitos que envolvem o algoritmo de Busca Harmônica. A seção III abordará uma introdução ao Algoritmo Genético. Na seção IV será apresentado o Regulador Linear Quadrático e o projeto do HS+AG aplicados ao LQR. A seção V apresentará os resultados dos experimentos, assim como a planta teste. Por fim, na seção VI estarão as considerações finais.

II. ALGORITMO DE BUSCA HARMÔNICA

A Busca Harmônica [10] é uma meta-heurística de otimização relativamente recente baseada em população que foi inspirada no processo de improvisação musical onde os músicos tentam buscar as notas que melhor compõem uma harmonia perfeita.

Para realizar uma analogia entre o processo de improvisação musical e um problema de otimização, [12] exemplificou através de um trio de Jazz composto por um saxofonista, um contrabaixista e um violonista, cada instrumento compondo uma variável de decisão do problema; as notas tocadas nos instrumentos representam o intervalo de valores de cada variável; as combinações das notas representam as possíveis soluções e o ato de apreciação dos ouvintes representa a função de avaliação, ou função objetivo do problema. Fig. 1 apresenta esse exemplo.

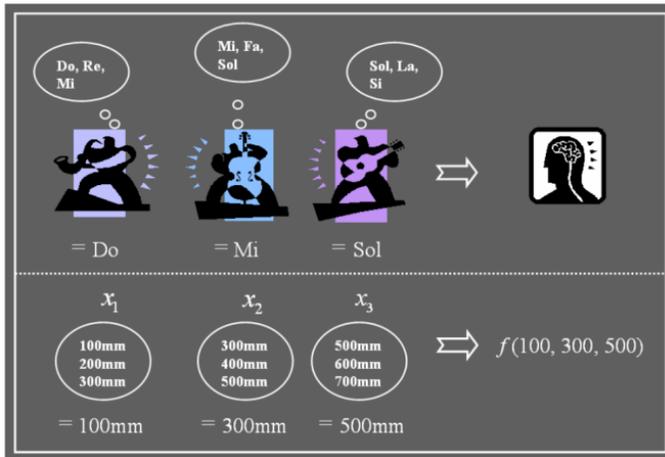


Fig. 1 - Processo de Improvisação e otimização [12]

A versão geral do HS [10] pode ser descrita em cinco passos, como segue:

- Passo 1:** Inicialização dos parâmetros do algoritmo;
- Passo 2:** Inicialização da Memória Harmônica
- Passo 3:** Improviso de uma nova harmonia;
- Passo 4:** Atualização da Memória Harmônica;
- Passo 5:** Verificação do critério de parada.

Os parâmetros da HS são o tamanho da memória harmônica (Harmony Memory Size - HMS), taxa de consideração da memória harmônica (Harmony Memory Consideration Rate - HMCR), taxa de ajuste dos valores (Pitch Adjustment Rate - PAR), largura de banda (BandWidth - BW) e número de máximo de improvisações (Number of improvisations - NI).

Na busca harmônica [10] são gerados HMS vetores de harmonias aleatoriamente e são armazenados na memória harmônica (Harmony Memory - HM), sendo que cada harmonia é avaliada individualmente de acordo com a função objetivo do problema.

No 3º passo, são criadas as novas harmonias, como segue:

```

para(j = 1 até n) faça
  se( $r_1 < \text{HMCR}$ ) então  $x_{\text{nova}}(j) = x_a(j)$ 
  se( $r_2 < \text{PAR}$ ) então  $x_{\text{nova}}(j) = x_{\text{nova}}(j) \pm r_3 \times \text{BW}$ 
  senão  $x_{\text{nova}} = \text{LB}_j + r \times (\text{UB}_j - \text{LB}_j)$ 
fimpara

```

Sendo que n é o tamanho do vetor da harmonia, x_{nova} é o novo vetor de harmonia, $a \in (1, 2, \dots, \text{HMS})$ e r, r_1 e $r_2 \in (0, 1)$. É considerada uma probabilidade de HMCR para a geração de cada elemento da harmonia e uma probabilidade de PAR para gerar uma pequena alteração no valor baseado no BW. LB e UB são a menor e a maior faixa das variáveis de decisão, respectivamente.

Ao avaliar a nova improvisação, é verificado se ela é melhor que a pior harmonia armazenada na HM. Sendo assim,

ocorre a atualização da memória harmônica, ou seja, os vetores são substituídos. Caso alguma harmonia resolva de maneira ótima o problema ou o número de improvisações seja alcançado, o algoritmo pode parar, ou seja, atendeu a um critério de parada.

III. ALGORITMO GENÉTICO

É uma técnica de busca inspirada na teoria da evolução das espécies, partindo do princípio da seleção natural dos seres vivos e sobrevivência do mais apto (Charles Darwin, 1859), genética (Gregor Mendel, 1865) e teoria da mutação (Hugo de Vries, 1901). O GA pode atuar na resolução de diversos problemas englobando os de busca e otimização. Foi introduzido por John Holland [13] e popularizado por seu aluno David Goldberg [14].

Nesse algoritmo é criada uma população inicial composta por um conjunto de possíveis soluções (Indivíduos ou Cromossomos) geradas aleatoriamente, que por conseguinte, serão calculadas suas aptidões. No processo evolutivo são selecionados indivíduos (pais) para aplicação das operações de Crossover e Mutação que representam a troca de material genético e uma alteração no material genético, respectivamente. Com as operações, são gerados novos indivíduos (filhos), os quais passam a fazer parte da nova população, fechando-se assim o ciclo de busca.

O GA pode ser descrito por algumas etapas, as quais são apresentadas no pseudocódigo que segue:

```

População = Cria_população_inicial();
Avalia_população();
repita
  Seleciona_Indivíduos();
  Reproduz_e/ou_Muta_Indivíduos();
  Avalia_população();
  Substitui_menos_aptos();
até (fitness == ideal);

```

IV. O PROJETO DO LQR

A. O Regulador Linear Quadrático

O LQR é um controlador ótimo que garante a estabilidade do sistema em meio a pequenas perturbações, sendo restrito à equação de estado linear invariante no tempo

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

É caracterizado pela busca do vetor u de controle que minimiza a função de custo (2) que representa o índice de desempenho quadrático J , que pondera tanto a eficácia da regulação, quanto o uso do vetor de controle.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (2)$$

Em (1) temos A e B , matrizes relacionadas ao modelo do sistema, e $x(t)$ o variável de estados. Em (2) temos $Q \in R^{n \times n}$, $R \in R^{m \times m}$, sendo $Q \geq 0$ e $R > 0$. O LQR permite determinar uma matriz K de ganho ótimo através da lei de controle

$$u(t) = -Kx(t) \quad (3)$$

Sendo

$$K = R^{-1}B^T P \quad (4)$$

A matriz P é determinada a partir da resolução da equação algébrica de Riccati:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (5)$$

Utilizando-se o conceito de matriz aumentada [15], pode-se obter uma matriz de ganho Kr e uma matriz de ganho integral Ki , definidas por

$$K = [Kr \quad -Ki]. \quad (6)$$

B. Modelagem do Controlador Inteligente

Essa abordagem trata da determinação das matrizes Q e R , utilizando HS+GA para ajustar os ganhos do controlador ótimo a fim de atender aos critérios de projeto.

1) Busca Harmônica

a) Codificação da Harmonia

A fim de reduzir a complexidade no projeto do controlador, nesse trabalho, considerou-se as matrizes Q e R diagonais, ou seja, $Q = \text{diag}(Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$ e $R = \text{diag}(R_1, \dots, R_n)$. Dessa forma, o vetor de harmonia é dado por:

$$QR_i = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n, R_1, R_2, \dots, R_n] \quad (7)$$

b) Função de Avaliação

Para esse problema, o HS deve minimizar o erro correspondente ao somatório do módulo dos resíduos gerados entre os valores dos parâmetros definidos nos critérios de projeto, dessa forma, cada harmonia receberá um valor de erro correspondente, definido por:

$$f(QR_i) = \sum (Tr - Tr_i)(Ts - Ts_i)(Mp - Mp_i)(Es - Es_i) \quad (8)$$

Os parâmetros da função (8) representam o tempo de subida (*Rise Time - Tr*), tempo de regime estacionário (*Settling Time - Ts*), taxa de sobressinal (*Overshoot/ Maximum Peak - Mp*) e erro em regime estacionário (*Es*).

c) Improvisação

Considerando o fato de que a matriz R é positiva definida e Q é positiva semi-definida, a forma clássica de ajuste de valores permite que os valores da harmonia possam diminuir de certa forma que comprometa a boa execução das simulações, dessa forma, considerou-se esse passo da seguinte maneira:

$$x_{\text{nova}}(j) = x_{\text{nova}}(j) + r \times BW, \quad r \in [0,1] \quad (9)$$

d) Parâmetro de Ajuste de valores

Para o propósito do LQR, neste trabalho considerou-se um parâmetro PAR para cada elemento do vetor de harmonia, dessa forma:

$$PAR_i = [PAR_1, PAR_2, \dots, PAR_{n_{QR_i}}] \quad (10)$$

2) Algoritmo Genético

O GA será aplicado na definição dos valores do vetor PAR do algoritmo de Busca Harmônica, dessa forma, o cromossomo será vetor definido em (10) e a função de fitness será a mesma, definida em (8).

A reprodução se deu através do Crossover Aritmético (11) e da Mutaçao Uniforme, onde um gene é substituído por um valor aleatório dentro de um intervalo definido no problema.

$$\begin{aligned} \text{filho1}_i &= \beta(\text{pai}_{1_i}) + (1 - \beta)\text{pai}_{2_i} \\ \text{filho2}_i &= (1 - \beta)\text{pai}_{1_i} + \beta(\text{pai}_{2_i}) \end{aligned} \quad (11)$$

V. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para fins de teste foi considerado o modelo linear do helicóptero Chinook CH-47 [16], buscando controlar duas médias: velocidade vertical (V_z) e ângulo de arfagem (θ).

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0,02 & 0,005 & 2,4 & -32 \\ -0,14 & 0,44 & -1,3 & -30 \\ 0 & 0,018 & -1,6 & 1,2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x & B &= \begin{bmatrix} 0,14 & -0,12 \\ 0,36 & -8,6 \\ 0,35 & 0,009 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 0,3048 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57,3 \end{bmatrix} x \end{aligned}$$

Os polos do sistema em malha aberta são $\{-2,2279 \pm 0,0652j, 0,4913 \pm 0,4151j\}$. Os critérios de projeto para o controle deste helicóptero é descrito em [17].

Foi aplicado no problema um algoritmo de Busca Harmônica padrão, um Algoritmo Genético que é a técnica mais tradicional e o algoritmo híbrido HS+GA para fins de comparação.

Os parâmetros utilizados nos algoritmos são apresentados nas Tabelas I e II.

TABELA I. PARÂMETROS DO HS

HMCR	BW	HMS	NI
0,9	30	20	250

TABELA II. PARÂMETROS DO GA

Taxa de Crossover	Taxa de Mutaçao	Tamanho da Populaçao	Beta (Crossover Aritmético)
0,9	0,2	20	0,4

TABELA III. PARÂMETROS DO HS+GA

Busca Harmônica			
HMCR	BW	HMS	NI
0,9	30	20	250
Algoritmo Genético			
Taxa de Crossover	Taxa de Mutação	Tamanho da População	Beta (Crossover Aritmético)
0,9	0,4	20	0,4

A. Resultados com Busca Harmônica Simples

O HS obteve um resultado satisfatório com boa performance, atendendo aos critérios do projeto. As matrizes Q e R obtidas foram:

$$Q = \text{diag}([0,0683 \ 0,4958 \ 0,9923 \ 1,7338 \ 18,0356 \ 20,3710])$$

$$R = \text{diag}([24,4043 \ 24,4041])$$

Fig. 2 apresenta a resposta ao degrau do sistema com otimização harmônica e Fig. 3 mostra a curva de convergência gerada pela função de avaliação durante as improvisações.

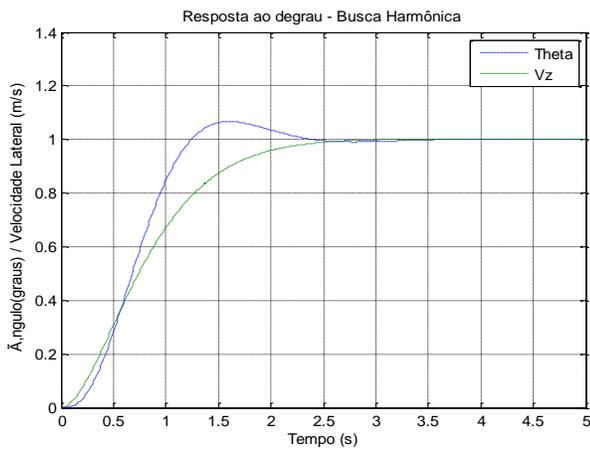


Fig. 2 - Resposta do sistema ao degrau unitário. Resultado por Busca Harmônica

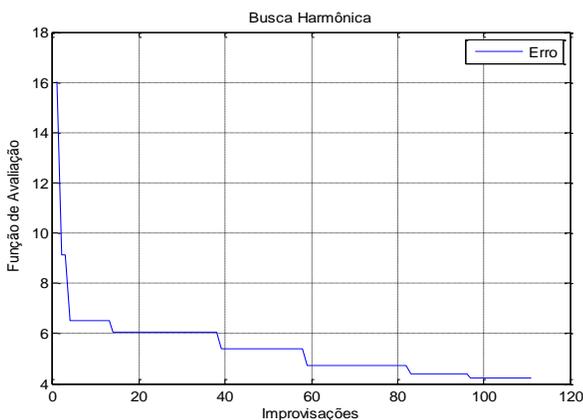


Fig. 3 - Curva de convergência da Busca Harmônica

Os valores com a análise da simulação obtidos com o HS são apresentados na Tabela IV.

TABELA IV. ANÁLISE DO HS

Menor Erro $f(QR)$	Tempo de Busca (s)	Número de Iterações
4,221	26,128	111

B. Resultados com Algoritmo Genético

A simulação com GA também apresentou bons resultados, obtendo as seguintes matrizes ponderadas:

$$Q = \text{diag}([0,0794 \ 0,4317 \ 0,7168 \ 0,0515 \ 16,0617 \ 27,3835])$$

$$R = \text{diag}([12,9371 \ 12,9371])$$

Em Fig. 4 é apresentada a resposta ao degrau do sistema com otimização por GA e Fig. 5 mostra a curva de convergência gerada pela função de avaliação durante as gerações.

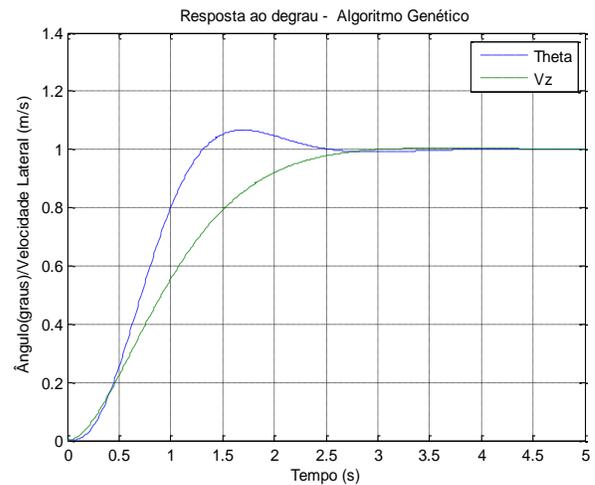


Fig. 4 - Resposta do sistema ao degrau unitário. Resultado por Busca Harmônica

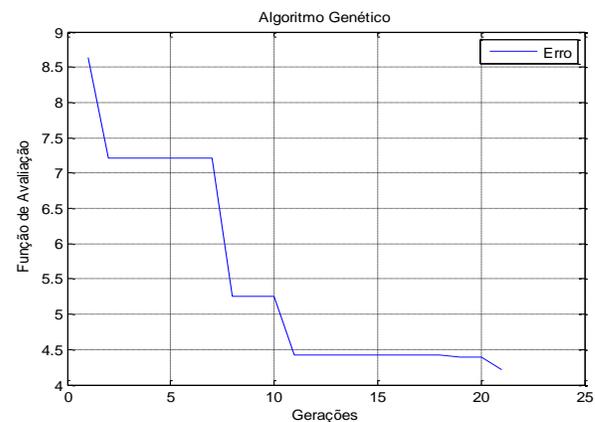


Fig. 5 - Curva de convergência do Algoritmo Genético

É importante destacar que no Algoritmo Genético, a cada geração, todos os indivíduos (são avaliados) e na Busca Harmônica, a cada improvisação, apenas uma harmonia é avaliada. Por esse motivo o GA possui uma curva de convergência menor, porém, possui um custo computacional maior. A Tabela V apresenta os valores relativos à curva do GA.

TABELA V. ANÁLISE DO GA

Menor Erro $f(QR)$	Tempo de Busca (s)	Número de Gerações
4,215	53,524	21

C. Resultados com Busca Harmônica e Algoritmo Genético

Com a aplicação da hibridização das técnicas HS e GA, foi possível obter excelentes resultados em termos de performance da busca. As seguintes matrizes de ponderação foram obtidas:

$$Q = \text{diag}([0,0535 \ 0,9303 \ 19,5922 \ 0,1964 \ 57,5503 \ 105,8666])$$

$$R = \text{diag}([25,3032 \ 25,3032])$$

O vetor PAR para esses resultados foi:

$$PAR = [0,544 \ 0,906 \ 0,627 \ 0,125 \ 0,971 \ 0,933 \ 0,230 \ 0,356]$$

Em Fig. 6 é apresentada a resposta ao degrau no sistema com otimização por HS+GA e Fig. 7 mostra a curva de convergência gerada pela função de avaliação durante as improvisações.

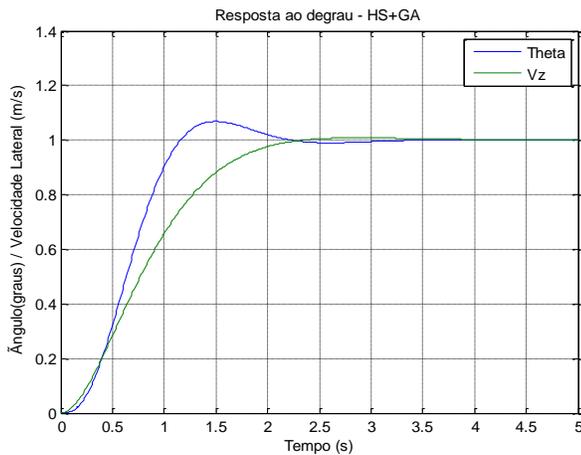


Fig. 6 - Resposta do sistema ao degrau unitário. Resultado por Busca Harmônica + Algoritmo Genético

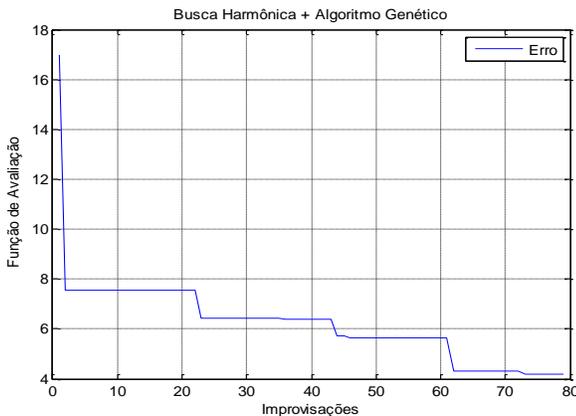


Fig. 7 - Curva de convergência da HS+GA

Os valores obtidos com as análises da simulação, obtidos com o HS+GA são apresentados na Tabela VI.

TABELA VI. ANÁLISE DO HS+GA

Menor Erro $f(QR)$	Tempo de Busca (s)	Número de Iterações
4,197	20,301	79

É notório que o algoritmo híbrido apresentou melhores resultados levando em consideração a função de ativação e o tempo para realização das buscas. Fig. 8 apresenta uma comparação entre as três simulações, e com ela é possível observar que o algoritmo obteve melhores resultados analisando a resposta transitória do sistema, onde as curvas relacionadas ao ângulo theta e à velocidade vertical, estabilizam-se de maneira mais rápida na simulação com o HS+GA, em segundo estabiliza com HS e por último com GA. É possível observar que a curva possui um pico maior com HS+GA, entretanto o valor em graus é irrisório, o que não influenciaria no sistema real.

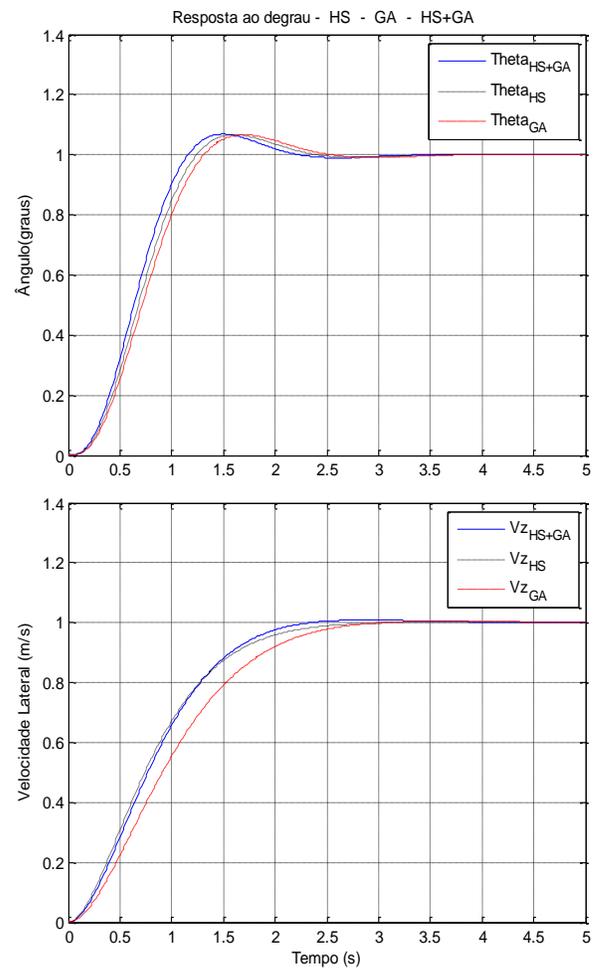


Fig. 8 - Comparação entre HS, GA e HS+GA

Levando em consideração a natureza estocástica das técnicas aqui aplicadas, todos os algoritmos foram executados 30 vezes independentemente. A análise da simulação está presente na Tabela VII.

TABELA VII. ANÁLISE MÉDIA DAS SIMULAÇÕES

Algoritmo	Erro Médio $f(QR)$	Desvio Padrão $f(QR)$	Tempo Médio (s)
HS	4,0523	0,0566	28,8911
GA	4,1296	0,0669	71,0760
HS+GA	4,0107	0,0530	21,6804

Na análise dos valores da Tabela VII, pôde-se perceber que o algoritmo HS apresentou soluções mais otimizadas em relação ao GA, e que o algoritmo híbrido HS+GA apresentou soluções melhores que o HS, conseqüentemente melhores que o GA. O algoritmo híbrido otimizou da melhor forma o controle, tanto em termos de desempenho do sistema quanto em tempo de busca das matrizes.

VI. CONCLUSÃO

Pôde-se confirmar com o presente trabalho que a busca das matrizes de ponderação do projeto LQR pode ser tratado como um problema de otimização através da minimização dos resíduos gerados pelos índices de desempenho.

A abordagem dada pela utilização do Algoritmo Genético na definição de um dos parâmetros da Busca Harmônica mostrou o quão é interessante a hibridização de técnicas para minimizar a definição de parâmetros por métodos empíricos em algoritmos.

As três técnicas cumpriram de forma satisfatória o seu papel que foi buscar as matrizes Q e R que atendessem aos critérios do projeto do Helicóptero, entretanto, além de obter uma performance superior às técnicas comparadas, a hibridização do GA+HS proporcionou uma menor taxa de erro (fitness), podendo ser considerada um potencial satisfatório na otimização do projeto desse controlador.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP) pelo fomento à pesquisa de mestrado referente ao Programa Estratégico de Bolsas para Promoção da Inovação Tecnológica (03/2014)

REFERÊNCIAS

- [1] R. H. B. Richard C. Dorf, Modern Control Systems. Addison-Wesley, 1995
- [2] M. J. Maciejowski, Multivariable Feedback Design. Addison – Wiley, 1989
- [3] G. Stein, Generalized Quadratic Weights for Asymptotic Regulator Properties. IEEE Transactions on Automatic Control 24 (4), 559-566, 1979.
- [4] J. Medanic, H. S. Tharp e W. R. Perkins, “Pole Placement by Performance Criterion Modification”. IEEE Transactions on Automatic Control 33 (5), 469-472, 1988.
- [5] D. Graupe, “Derivation of Weighting Matrices towards satisfying Eigenvalue requirements”. Int. J. Control 16 (5), 881-888, 1972.
- [6] C. Wongsathan e C. Sirima, “Application of GA to design LQR controller for an Inverted Pendulum System”. IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2008. ROBIO 2008. pp. 951–954, 2009.

- [7] M. Yuhendri, M. Ashari, M. H. Purnomo, “Linear Quadratic Regulator design for modular matrix converter using Genetic Algorithm”. IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN). pp. 175 – 179, 2011.
- [8] J. Hamid, “Control System Design Using Particle Swarm Optimization (PSO)”, IJSCE, International Journal of Soft Computing and Engineering. V-1, 2012.
- [9] J. A. Jaleel e R. M. Francis, “Simulated annealing based control of an Inverted Pendulum System”, ICCS 2013, International Conference on Control Communication and Computing, p.204-209. 2013.
- [10] Z. W. Geem e J. H. Kim, G. V. Loganathan, “A new heuristic optimization algorithm: harmony search”. Simulation 76 (2), pp. 60–68. 2001.
- [11] D. Manjarres, et al. “A survey on applications of the harmony search algorithm”. Engineering Applications of Artificial Intelligence. Vol. 26. pp. 1818–1831, 2013.
- [12] Z. W. Geem, Z. W. “State-of-the-art in the structure of harmony search algorithm” In GEEM, Z. W.(Ed.). Recent Advances In Harmony Search Algorithm. (Studies in Computational Intelligence, v. 270). pp. 1–10. 2010.
- [13] J. H. Holland. “Adaptation in Natural & Artificial Systems”. Press 2nd ed.: MIT Press, 1992, 1975.
- [14] D. E. Goldberg, “Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning”. Addison-Wesley. 1989.
- [15] Ogata, K. “Engenharia de Controle Moderno”. Ed. 5. São Paulo, 2010.
- [16] J. C. Doyle e G. Stein. “Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classic/Modern Synthesis”. IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. 26, 1981.
- [17] Hartmann, G. L., Stein, G. e Pratt, S. G. “Digital adaptive controllers for VTOL vehicles”, NASA Contractor Report. 159154. Vol. 1. 1979.