

# OTIMIZAÇÃO DE DESPACHO ECONÔMICO COM PONTO DE VÁLVULA USANDO ESTRATÉGIA EVOLUTIVA E MÉTODO QUASE-NEWTON

Leandro dos Santos Coelho<sup>1</sup>  
Viviana Cocco Mariani<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS), Grupo Produtônica  
e-mail: leandro.coelho@pucpr.br

<sup>2</sup> Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM)  
e-mail: viviana.mariani@pucpr.br

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná  
Rua Imaculada Conceição, 1155, CEP 80215-901, Curitiba, PR, Brasil

**Resumo** - Os algoritmos evolutivos (AEs) são fundamentados em métodos de otimização e de busca estocástica, baseados nos princípios e modelos da evolução biológica natural (sistemas bioinspirados), destacam-se pelo crescente interesse recebido, nas últimas décadas, devido principalmente a sua versatilidade para a resolução de problemas complexos de otimização. As estratégias evolutivas são uma alternativa potencial de AE para a resolução de problemas de otimização contínua na área de sistemas de potência. As estratégias evolutivas utilizam como operador principal a mutação, que trabalha diretamente com vetores de valores reais (ponto flutuante) e permite a auto-adaptação dos parâmetros da estratégia através de desvio padrão e covariâncias. Este artigo apresenta uma abordagem híbrida de estratégia evolutiva (*Evolution Strategies*, ES) combinada ao método quase-Newton (QN) do tipo BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) para busca local. Esta proposta de metodologia híbrida de otimização é validada em três problemas de despacho econômico de energia elétrica considerando ponto de válvula. Os sistemas testados consistem de 3, 13 e 40 unidades geradoras. Quando comparados os resultados obtidos pela metodologia híbrida, observa-se que esta supera em termos de qualidade as melhores soluções apresentadas na literatura para estes problemas de despacho econômico de energia elétrica.

**Palavras-chaves** – algoritmos evolutivos, estratégia evolutiva, sistemas de potência, despacho econômico de energia elétrica, quase-Newton.

## 1. Introdução

O objetivo básico do problema de despacho econômico da geração de energia elétrica é o escalonamento das saídas das unidades de geração convenientes para encontrar a demanda de carga consumidora a um custo mínimo de operação, satisfazendo as restrições inerentes às unidades geradoras utilizadas e restrições de igualdade e desigualdade impostas pelo problema [1]. Quando o problema de despacho econômico trata de um intervalo de tempo simples, ele é referido como um problema de despacho econômico estático, enquanto o problema de despacho econômico dinâmico considera um número finito de intervalos de despacho acoplados com a previsão de carga para providenciar uma trajetória de geração “ótima” seguindo uma demanda variável de carga [2].

Muitos dos problemas de otimização em sistemas de potência, incluindo os de despacho econômico, possuem características complexas e não-lineares com a presença, muitas vezes, de restrições de igualdade e desigualdade. Desde que o problema de despacho econômico foi introduzido, diversos métodos têm sido utilizados para resolver este problema, tais como método iterativo  $\lambda$ , técnicas baseadas em gradiente, método dos pontos interiores, programação linear e programação dinâmica. Entretanto, muitas das abordagens convencionais usadas em problemas de despacho econômico podem não estarem aptas a providenciar uma solução ótima e, muitas vezes, a solução fica retida em armadilhas de mínimos locais.

A literatura tem apresentado muitos estudos referentes à utilização de metodologias da inteligência artificial clássica (busca tabu, *simulated annealing*, sistemas especialistas) e inteligência computacional [3]-[6]. Algumas abordagens, emergentes da inteligência computacional são os algoritmos evolutivos ou evolucionários (AEs). Os AEs incluem algoritmos genéticos, programação evolucionária, estratégias evolutivas, programação genética, entre outras variantes [7]. Dentre estes algoritmos evolucionários destacam-se as estratégias evolutivas (*Evolution Strategies*, ES). As ES operam diretamente em vetores de ponto flutuante enquanto os algoritmos genéticos (AGs) clássicos (representação binária ou canônica) operam com *strings* binárias. Deve-se mencionar também que as ES utilizam a mutação como operador principal, o que difere dos AGs onde o operador principal é o de cruzamento.

As ES não são apenas eficientes para resolver uma grande variedade de problemas de otimização [9], [10] mas também possuem uma consistente fundamentação teórica [11]-[13]. Entretanto, as ES sofrem de ineficiência, caracterizada por convergência lenta para buscas locais. Em contraste, os métodos de busca determinísticos focam na obtenção de uma solução local promissora. A dicotomia entre buscas globais e locais é um tema recorrente em modelos computacionais bio-inspirados. No contexto computacional, a hibridização de busca global e local é conhecida por produzir algoritmos de otimização mais eficientes.

A contribuição deste artigo é descrever e avaliar uma metodologia híbrida para resolução do problema de despacho econômico de carga com a presença do efeito do ponto de válvula. O método híbrido proposto integra uma abordagem híbrida de ES para a etapa de busca global combinada com um método Quase-Newton (QN) para a etapa de busca local.

A metodologia híbrida é testada em três estudos de caso que consistem, respectivamente, de 3, 13 e 40 unidades geradoras [14], [15] considerando-se o efeito de válvula. A escolha destes três conjuntos de unidades geradoras foi decorrente da disponibilidade dos dados e por se tratar de problemas teste consolidados na literatura de despacho econômico.

Os resultados obtidos são analisados e comparados com outros apresentados na literatura, que ressaltam a eficiência da abordagem de otimização proposta neste artigo.

O artigo é organizado da seguinte forma. A formulação do problema de despacho econômico de energia elétrica é detalhada na Seção 2. Na Seção 3 são apresentados os fundamentos da ES e QN nas formas de concepção isolada e híbrida. O tratamento de restrições adotado é apresentado na Seção 4. A descrição de três estudos de caso de despacho econômico para 3, 13 e 40 unidades geradoras térmicas, respectivamente, e uma análise dos resultados de otimização obtidos são apresentados na Seção 5. Finalizando o artigo, a conclusão e as perspectivas de futuros trabalhos são apresentadas na Seção 6.

## 2. Problema de despacho econômico

O tipo de problema de despacho econômico, abordado neste artigo, pode ser descrito matematicamente com uma função objetivo e duas restrições. As restrições representadas pelas equações (1) e (2) devem ser satisfeitas, ou seja,

$$\sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_D = 0 \quad (1)$$

$$P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max} \quad (2)$$

A equação (1) representa as restrições de igualdade do balanço de potência (isto é, balanço entre suprimento e demanda), enquanto a expressão (2) representa as restrições de desigualdade relativas aos limites da capacidade de geração de potência de cada unidade geradora, onde  $P_i$  é a saída para a unidade geradora  $i$  (em MW);  $n$  é o número de geradores presente no sistema;

$P_D$  é a demanda de carga total (em MW);  $P_L$  são as perdas de transmissão (em MW) e  $P_i^{min}$  e  $P_i^{max}$  são respectivamente as saídas de operação mínimas e máximas da unidade geradora  $i$  (em MW). O custo total de combustível deve ser minimizado conforme representado na equação (3),

$$\min f = \sum_{i=1}^n F_i(P_i) \quad (3)$$

onde  $F_i$  é a função custo de combustível para a unidade geradora  $i$  (em \$/h), que é definida pela equação,

$$F_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \quad (4)$$

onde  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são restrições das características do gerador. A equação (4) para o cálculo do custo total pode ser modificada para considerar o efeito do ponto de válvula [16], tal que

$$\tilde{F}_i(P_i) = F(P_i) + \left| e_i \operatorname{sen} \left( f_i \left( P_i^{min} - P_i \right) \right) \right| \quad (5)$$

ou

$$\tilde{F}_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i + \left| e_i \operatorname{sen} \left( f_i \left( P_i^{min} - P_i \right) \right) \right| \quad (6)$$

onde  $e_i$  e  $f_i$  são constantes do efeito do ponto de válvula dos geradores. Conseqüentemente, o custo total de combustível que deve ser minimizado, conforme representado na equação (3), é modificado para

$$\min f = \sum_{i=1}^n \tilde{F}_i(P_i) \quad (7)$$

onde  $\tilde{F}_i$  é a função custo para a unidade geradora  $i$  (em \$/h), que é definida pela equação (6). Nos exemplos abordados, neste artigo, são desconsideradas as perdas de transmissão  $P_L$ , portanto, neste caso  $P_L = 0$ .

### 3. Metodologia de otimização

Os métodos de otimização têm duas formas de configuração: os métodos determinísticos e os métodos estocásticos. Os métodos determinísticos tendem a buscar um ponto de mínimo (quando o problema é de minimização) no espaço de busca baseados na informação dada pelo gradiente da função objetivo (função custo). A eficiência destas técnicas depende de diversos fatores, tais como: a solução inicial, a precisão da avaliação da direção descendente, o método utilizado para executar a busca em linha e o critério de parada de otimização adotado.

Os métodos estocásticos, dos quais as abordagens de algoritmos e inteligência coletiva fazem parte, não necessitam do cálculo do gradiente e são aptos a encontrar a solução global. Contudo, o número de avaliações da função objetivo, necessárias para encontrar a solução, é geralmente maior que o número requerido pelos métodos determinísticos.

A seguir são detalhados os fundamentos das ES, do método QN e do método híbrido combinando ES e QN.

#### 3.1. Estratégias evolutivas

Os AEs são paradigmas computacionais para resolução de problemas, inspirados nos princípios da teoria evolutiva e na genética. Os AEs são procedimentos de busca de propósito geral que sob o ponto de vista de otimização têm a vantagem de não necessitar de muitos requisitos matemáticos sobre o problema de otimização a ser resolvido. Os AEs são paradigmas da área do conhecimento denominada computação evolucionária (ou evolutiva) e são inspirados nos princípios da teoria da evolução natural (isto é, os mais adaptados ao ambiente sobrevivem) e na genética. Os AEs utilizam uma população de estruturas individuais, também denominadas de indivíduos, e cada indivíduo representa um ponto no espaço de busca de soluções potenciais para um dado problema.

Uma variedade de AEs tem sido desenvolvida e apresentada na literatura. Entretanto, todos os AEs têm uma base conceitual comum, através de procedimentos (operadores) de seleção, mutação e cruzamento (ou recombinação). O interesse nos AEs é por possuírem mecanismos de busca eficientes frente a buscas globais. A maioria das abordagens correntes dos AEs descende dos princípios de diferentes metodologias, principalmente: algoritmos genéticos, programação evolutiva, estratégias evolutivas e evolução diferencial.

No contexto das estratégias evolutivas, Rechenberg [17] foi pioneiro e desenvolveu a teoria de velocidade de convergência para (1+1)-ES denominada *1/5-success rule*. Neste caso, Rechenberg criou um mecanismo simples de mutação e seleção em que um indivíduo (uma possível solução para o problema) gera um descendente por geração usando uma mutação baseada na geração de números com distribuição normal (Gaussiana). Rechenberg [17] também propôs a primeira estratégia evolutiva com múltiplos membros, a  $(\mu+1)$ -ES onde  $\mu \geq 1$  indivíduos trocam informações para gerar um descendente, que eventualmente substitui o pior indivíduo pai. Schwefel [18] introduziu o operador de recombinação e populações com mais de um indivíduo.

A motivação para estender (1+1)-ES e  $(\mu+1)$ -ES para  $(\mu+\lambda)$ -ES e  $(\mu,\lambda)$ -ES possui dois aspectos de importância essencial: a utilização de plataformas computacionais com processamento paralelo e habilitar auto-adaptação dos parâmetros (por exemplo, desvios padrões) da estratégia.

A nomenclatura  $(\mu+\lambda)$ -ES sugere que  $\mu$  antecessores (pais) produzam  $\lambda$  descendentes e toda população é reduzida novamente a  $\mu$  antecessores na próxima geração. Neste caso, embora os antecessores sobrevivam até eles serem superados por descendentes melhores. A  $(\mu,\lambda)$ -ES, por outro lado, sugere que somente os descendentes sofram seleção, e os antecessores sejam descartados.

A implementação básica da ES consiste das seguintes etapas:

- (i) iniciar o contador de número de gerações,  $k = 1$ ;

(ii) iniciar a população,  $P(k)$  de  $\mu$  indivíduos  $(x_i, \sigma_i)$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \mu\}$ , onde os  $x_i$ 's são dados pelo  $i$ -ésimo objeto variável (solução do problema) e os  $\sigma_i$ 's são as variáveis da estratégia (parâmetros de auto-adaptação);

(iii) avaliar a função de aptidão,  $f(x_i)$ , em cada indivíduo da população;

(iv) cada  $\mu$  antecessor cria seus  $\mu / \lambda$  descendentes, onde

$$x_i'(j) = x_i(j) + \sigma_i(j) \cdot N_i(0,1) \quad (8)$$

onde  $N_i(0,1)$  é um vetor de números independentes gerados aleatoriamente com função densidade de probabilidade Gaussiana (média zero e desvio padrão unitário) para a  $i$ -ésima variável objeto.

(v) avaliar a função aptidão,  $f(x_i')$ , de cada descendente  $(x_i', \sigma_i')$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \lambda\}$ ;

(vi) classificar os descendentes  $(x_i', \sigma_i')$ ,  $\forall i \in \{1, \dots, \lambda\}$  em ordem ascendente de acordo com seus valores de função de aptidão, e aplicar o operador de seleção de  $(\mu + \lambda)$  ou  $(\mu, \lambda)$  para a determinação dos antecessores na próxima geração;

(vii) incrementar o contador de gerações, tal que  $k = k + 1$ ;

(viii) enquanto o critério de parada (número de gerações máximo) não é satisfeito retornar para a etapa (iv).

As ES possuem bio-inspiração nos seguintes efeitos de alterações genéticas: (i) *pleiotropia* (um simples gene afeta múltiplas características fenotípicas), e (ii) *poligenia* (uma simples característica fenotípica é afetada por múltiplos genes).

A estratégia evolutiva utiliza como operador principal a mutação, que trabalha diretamente com vetores de valores reais (ponto flutuante) e permite a auto-adaptação dos parâmetros da estratégia através de desvio padrão e covariâncias. Diversos mecanismos de recombinação são utilizados em ES [7], [8] produzindo um novo indivíduo de dois indivíduos antecessores selecionados aleatoriamente com função densidade de probabilidade uniforme. O operador de recombinação pode ser aplicado tanto nos parâmetros da estratégia quanto nas variáveis objeto.

Neste trabalho, o operador de recombinação intermediária é aplicado aos parâmetros da estratégia. Na literatura, diversas estratégias de auto-adaptação têm sido propostas para ES [8], [19]. O procedimento usado nas ES clássicas (CES) para o passo de mutação é dado por uma estratégia de adaptação lognormal tal que,

$$\sigma_i'(j) = \sigma_i(j) \cdot \exp[\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_j(0,1)] \quad (9)$$

onde  $N(0,1)$  representa um vetor de números independentes gerados aleatoriamente com função densidade de probabilidade Gaussiana (média zero e desvio padrão unitário). O fator global,  $\tau'$ , permite uma mudança completa na mutabilidade, e o fator local  $\tau$  permite mudanças individuais dos tamanhos de passo. Os fatores  $\tau$  e  $\tau'$  são usualmente configurados para  $1/\sqrt{2\sqrt{n}}$  e  $1/\sqrt{2n}$ , onde  $n$  é o número de parâmetros a serem otimizados [19].

### 3.2. Método de quase-Newton

Uma aplicação direta do método de Newton é computacionalmente proibitiva devido ao custo computacional da avaliação da matriz Hessiana. Abordagens alternativas, conhecidas como Quase-Newton (QN) ou métodos da variável métrica, constroem uma aproximação da inversa da Hessiana usando somente a informação das primeiras derivadas da função erro sobre um número de passos [20].

Os procedimentos mais comumente utilizados são o Davidson-Fletcher-Power (DFP) e o Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). Neste trabalho, a abordagem BFGS é utilizada. A rotina BFGS utilizada neste trabalho é providenciada pelo *Matlab Optimization Toolbox* (função *fminunc*). Os detalhes do procedimento BFGS são apresentados em [21]-[23].

### 3.3. Estratégia evolutiva combinada com método de quase-Newton

O método QN e as ES possuem vantagens complementares. A combinação proposta neste artigo de CES com QN consiste em uma forma de hibridização sequencial baseada em [24] e [25]. Foram testadas três abordagens de métodos híbridos CES-QN, que são as seguintes:

CES-QN(1): Este método híbrido consiste em aplicar a CES ao problema de otimização e a melhor solução, a cada geração, é utilizada como solução inicial para o método de QN, que realiza a busca local. O método QN é utilizado em 40 avaliações da

função objetivo. Neste contexto, se a melhor solução do problema de uma geração para outra não mudou, o método de QN não é aplicado.

CES-QN(2): O método QN é utilizado para gerar a população inicial da CES com 30 indivíduos. Neste caso, o QN é utilizado em 40 avaliações da função objetivo por indivíduo da população inicial.

CES-QN(3): O método QN é utilizado para gerar apenas um indivíduo da população inicial da CES. Neste caso, o QN é utilizado em 40 avaliações da função objetivo para gerar o indivíduo.

#### 4. Tratamento de restrições

O problema de despacho econômico abordado neste artigo possui uma restrição de igualdade (1) e outras restrições de desigualdade. Neste trabalho adota-se uma função de penalidade quando do aparecimento de soluções infactíveis para tratar com as restrições, tal que

$$\min f = \begin{cases} f(P_i), & \text{se } P_i \in F \\ f(P_i) + \text{penalidade}(P_i), & \text{outros casos} \end{cases} \quad (10)$$

onde  $\text{penalidade}(P_i)$  é zero se nenhuma restrição é violada; em outros casos ela é positiva. A função de penalidade adotada é baseada na distância da solução mais próxima a região factível  $F$ .

A metodologia proposta para tratar com restrições é dividida em duas etapas. A primeira envolve as soluções encontradas pelas variáveis que estejam fora do limite superior ( $\text{lim}_{sup}$ ) e inferior ( $\text{lim}_{inf}$ ) definido pelo usuário, tal que  $x \in [\text{lim}_{sup}, \text{lim}_{inf}]$ , ou seja,  $x \in [P_{min}, P_{max}]$ . Neste contexto, a regra de reparo é a seguinte:

$$P_i^j(G+1) = P_i^j(G) + w \cdot \text{rand}_i[0,1] \cdot \left\{ \text{lim}_{sup}(P_i^j(G)) - \text{lim}_{inf}(P_i^j(G)) \right\} \quad (11)$$

$$P_i^j(G+1) = P_i^j(G) - w \cdot \text{rand}_i[0,1] \cdot \left\{ \text{lim}_{sup}(P_i^j(G)) - \text{lim}_{inf}(P_i^j(G)) \right\} \quad (12)$$

onde adotou-se  $w=0,05$ ,  $G$  é a geração considerada, e  $\text{rand}[0,1]$  é o número gerado aleatoriamente usando uma função densidade de probabilidade uniforme no intervalo entre 0 e 1.

Na segunda etapa, as variáveis de decisão são consideradas na equação (1). Neste trabalho, se a igualdade da equação (1) não é satisfeita, a equação (7) é reescrita como:

$$\min f = \sum_{i=1}^n \tilde{F}_i(P_i) + q_1 \left| \sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_D \right| \quad \text{se } \sum_{i=1}^n \tilde{F}_i(P_i) < \left| \sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_D \right| \quad (13)$$

$$\min f = \sum_{i=1}^n \tilde{F}_i(P_i) + q_2 \left| \sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_D \right| \quad \text{se } \sum_{i=1}^n \tilde{F}_i(P_i) > \left| \sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_D \right| \quad (14)$$

onde  $q_1$  e  $q_2$  são as constantes positivas, e  $|\cdot|$  é valor absoluto da expressão matemática  $\sum_{i=1}^n P_i - P_L - P_D$ .

#### 5. Descrição de 3 casos e análise dos resultados de simulação

Para mostrar o desempenho relativo da CES, QN e CES-QN, três casos são testados. As simulações são validadas para sistemas com 3, 13 e 40 unidades geradoras térmicas com funções incrementais de custo de combustível considerando o efeito de ponto de válvula. Os algoritmos para resolução do exemplo foram implementados em ambiente computacional Matlab 6.5<sup>®</sup>, da MathWorks, usando processador Pentium IV de 3,2 GHz com 2 MB de memória.

Foram realizados 30 experimentos com cada abordagem de otimização testada. No caso do CES, a cada simulação os membros da população foram iniciados usando uma semente diferente de números aleatórios. Além disso, na CES do tipo  $(\mu+\lambda)$  foi utilizado um critério de parada  $G_{max}$  com valor de 1000. Em relação ao método de QN, a cada simulação a estimativa inicial foi gerada usando uma semente de números aleatórios (geração com distribuição uniforme) diferente.

## 5.1. Estudo de caso 1: Sistema com 3 unidades geradoras

O primeiro estudo de caso consiste de 3 unidades geradoras e está descrito em [14] e [15]. Neste caso a demanda de potência a ser encontrada pelas unidades geradoras é  $P_D = 850$  MW. Os dados do sistema são apresentados na Tabela 1 e também podem ser encontrados em [14] e [15]. Os parâmetros de configuração usados na estratégia evolutiva nas simulações foram:  $G=50$  gerações,  $\mu = 1$  indivíduo e  $\lambda = 30$  indivíduos. Neste primeiro estudo de caso foram utilizados  $q_1=1500$  e  $q_2=100$  presentes nas equações (13) e (14), respectivamente.

Os resultados de convergência são apresentados na Tabela 2 que mostram as características de convergência e tempo computacional com cada abordagem avaliada. Os diferentes tempos de processamento dos diferentes métodos são importantes para avaliação da complexidade computacional de cada método de otimização testado. Entretanto, embora os tempos de processamento apresentados na Tabela 2 sejam de ordens de grandeza diferentes entre si não são, na maior parte das vezes, relevantes se fossem de fato aplicados em situações reais.

Na Tabela 3 é apresentado o melhor resultado, este obtido usando CES-QN(1) e também CES-QN(2). Nota-se que a restrição de igualdade de  $P_D = 850$  MW e também as de desigualdade são todas satisfeitas.

Nota-se que o QN para o caso estudado foi afetado pela estimativa inicial, contudo apresenta pequeno tempo computacional, ou seja, 0,05 segundos para obtenção de uma solução. As abordagens CES-QN(1) e CES-QN(2) obtiveram o mesmo resultado na análise estatística de desempenho e entre as abordagens testadas neste trabalho tiveram o melhor custo médio, menor desvio padrão e menor custo máximo. Entretanto, a CES-QN(1) e também a CES-QN(2) apresentaram maior custo computacional que a QN e CES quando usadas de forma isolada.

No final desta Seção, os resultados obtidos neste trabalho são também comparados com outros métodos apresentados na literatura, conforme apresentado na Tabela 4. Nota-se que o valor obtido para este estudo de caso é de aproximadamente 8234,07 \$/h.

Tabela 1: Dados para o estudo de caso 1, onde as potências  $P_i^{min}$  e  $P_i^{max}$  são em MW.

unidade geradora	$P_i^{min}$	$P_i^{max}$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	100	600	0,001562	7,92	561	300	0,0315
2	100	400	0,001940	7,85	310	200	0,042
3	50	200	0,004820	7,97	78	150	0,063

Tabela 2. Resultados de convergência para o caso de 3 unidades geradoras com ponto de válvula e  $P_D = 850$  MW (dados de 100 experimentos com cada método de otimização).

técnica	tempo médio (s)	custo mínimo (\$/h)	custo médio (\$/h)	desvio padrão do custo (\$/h)	custo máximo (\$/h)
QN	<b>0,05</b>	8234,584	8448,123	159,870	9050,271
CES	0,23	8255,084	8407,921	77,361	8550,491
CES-QN(1)	0,69	<b>8234,074</b>	<b>8318,197</b>	<b>84,108</b>	<b>8512,424</b>
CES-QN(2)	1,55	<b>8234,074</b>	<b>8318,197</b>	<b>84,108</b>	<b>8512,424</b>
CES-QN(3)	0,28	8241,390	8396,927	81,815	8550,492

Tabela 3. Melhor resultado (100 experimentos) para o estudo de caso 1 obtido usando CES-QN(1) e CES-QN(2).

Potência	geração
$P_1$	300,26418
$P_2$	400,00000
$P_3$	149,73583
somatório de $P_i, i=1..3$	850,00000

Tabela 4. Comparativo dos resultados apresentados na literatura e os obtidos neste trabalho para a função custo  $f$ .

método de otimização	referência	custo mínimo (\$/h) para 3 unidades geradoras
programação evolucionária	[15]	8234,07
nuvem de partículas	[26]	8234,07

nuvem de partículas modificado	[27]	8234,07
programação evolucionária híbrida com SQP	[26]	8234,07
nuvem de partículas híbrida com SQP	[26]	8234,07
busca tabu modificada	[28]	8234,07
programação evolucionária	[29]	8234,07
QN	este artigo	8234,58
CES	este artigo	8255,08
CES-QN(1) e CES-QN(2)	este artigo	8234,07

Notação: SQP (*Sequential Quadratic Programming*)

## 5.2. Estudo de caso 2: Sistema com 13 unidades geradoras

O segundo caso de despacho econômico estudado consiste de 13 unidades geradoras e está descrito em [15] e [30]. Neste caso a demanda de potência a ser encontrada pelas unidades geradoras é  $P_D = 1800$  MW. Os dados do sistema são apresentados na Tabela 5. Os parâmetros de configuração usados na estratégia evolutiva nas simulações foram:  $G=800$  gerações,  $\mu = 1$  indivíduo e  $\lambda = 30$  indivíduos. Neste segundo estudo de caso foram utilizados  $q_1=500$  e  $q_2=50$  presentes nas equações (13) e (14), respectivamente.

Na Tabela 6 são apresentados os resultados numéricos de simulação e o tempo demandado com cada abordagem avaliada do estudo de caso 2. Na Tabela 7 é apresentado o melhor resultado, este obtido usando CES-QN(2) de 17964,878 \$/h.

Nota-se que o método QN (realizados 100 experimentos usando diferentes valores de solução inicial) teve o menor tempo computacional dos métodos testados. O melhor resultado de simulação do QN, ou seja, um custo mínimo de 17998,199 \$/h ficou próximo ao melhor resultado obtido pelo CES-QN(2).

Dos métodos testados, nota-se pela Tabela 6 que a CES-QN(2) foi a técnica de otimização com menor custo mínimo e médio. Neste contexto, a CES-QN(2) apresentou maior custo computacional que a QN e CES quando usadas de forma isolada, mas menor que a CES-QN(1).

No final desta Seção, os melhores resultados de cada abordagem (apresentados na Tabela 6) são comparados com outros métodos apresentados na literatura, conforme apresentado na Tabela 8. Uma rápida análise da Tabela 8 mostra que o melhor resultado do CES-QN(2) é superior aos apresentados na literatura recente sobre o estudo de caso com 13 unidades geradoras.

Tabela 5. Dados para o estudo de caso 2, onde as potências  $P_i^{min}$  e  $P_i^{max}$  são em MW.

unidade geradora	$P_i^{min}$	$P_i^{max}$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	0	680	0,00028	8,10	550	300	0,035
2	0	360	0,00056	8,10	309	200	0,042
3	0	360	0,00056	8,10	307	150	0,042
4	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
5	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
6	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
7	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
8	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
9	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
10	40	120	0,00284	8,60	126	100	0,084
11	40	120	0,00284	8,60	126	100	0,084
12	55	120	0,00284	8,60	126	100	0,084
13	55	120	0,00284	8,60	126	100	0,084

Tabela 6. Resultados de convergência para o caso 2 com 13 unidades geradoras com ponto de válvula e  $P_D = 1800$  MW (dados de 100 experimentos com cada método de otimização).

técnica	tempo médio (s)	custo mínimo (\$/h)	custo médio (\$/h)	desvio padrão do custo (\$/h)	custo máximo (\$/h)
QN	<b>0,12</b>	17998,199	18944,079	783,309	22967,708
CES	9,10	18090,446	18356,618	135,191	18699,437
CES-QN(1)	28,15	17978,589	18099,839	<b>56,855</b>	<b>18240,399</b>
CES-QN(2)	12,19	<b>17964,878</b>	<b>18092,163</b>	70,838	18304,597
CES-QN(3)	9,14	18093,726	18315,100	122,966	18650,402

Tabela 7. Melhor resultado (100 experimentos) para o estudo de caso 2 obtido usando CES-QN(2).

Potência	geração
$P_1$	628,319808
$P_2$	224,112656
$P_3$	149,272752
$P_4$	109,865856
$P_5$	60,000000
$P_6$	109,866532
$P_7$	109,233651
$P_8$	109,831405
$P_9$	109,497379
$P_{10}$	40,000000
$P_{11}$	40,000000
$P_{12}$	55,000000
$P_{13}$	55,000000
somatório de $P_i$ , $i=1..13$	1800,0000

Tabela 8. Comparativo dos resultados apresentados na literatura e os obtidos neste trabalho para a função custo  $f$ .

método de otimização	referência	custo mínimo (\$/h) para 13 unidades geradoras
programação evolucionária	[15]	17994,070
nuvem de partículas	[26]	18030,720
programação evolucionária híbrida com SQP	[26]	17991,030
nuvem de partículas híbrida com SQP	[26]	17969,930
QN	este artigo	17998,199
CES	este artigo	18090,446
CES-QN(2)	este artigo	<b>17964,878</b>

Notação: SQP (*Sequential Quadratic Programming*)

### 5.3. Estudo de caso 3: Sistema com 40 unidades geradoras

O terceiro estudo de caso consiste de 40 unidades geradoras. Neste caso a demanda de potência a ser encontrada pelas 40 unidades geradoras é  $P_D = 10500$  MW. Os dados do sistema são apresentados na Tabela 9 e também podem ser encontrados em Sinha *et al.* [15]. Os parâmetros de configuração usados na estratégia evolutiva nas simulações foram:  $G=1000$  gerações,  $\mu = 1$  indivíduo e  $\lambda = 30$  indivíduos. Neste terceiro estudo de caso foram utilizados  $q_1=500$  e  $q_2=50$  presentes nas equações (13) e (14), respectivamente.

Os resultados de convergência são apresentados na Tabela 10 que mostram as características de convergência e tempo demandado com cada abordagem avaliada. Na Tabela 11 é apresentado o melhor resultado, este obtido usando CES-QN.

Nota-se que o QN para o caso estudado foi afetado pela estimativa inicial, contudo apresenta pequeno tempo computacional para obtenção de uma solução. A CES-QN foi a abordagem que obteve o menor custo para o problema de despacho econômico e obteve melhor custo médio, menor desvio padrão e menor custo máximo entre as técnicas utilizadas. Entretanto, a CES-QN apresentou maior custo computacional que a QN e CES quando usadas de forma isolada. A CES obteve resultados superiores ao método de QN, no entanto com tempo computacional aproximadamente 71,75 vezes maior.

Os melhores resultados obtidos para este estudo de caso (ver Tabela 10) são também comparados com outros métodos apresentados na literatura na Tabela 12. O resultado obtido com a CES-QN(1) é superior aos obtidos por [15], [26] e [27].

Tabela 9. Dados para o estudo de caso, onde as potências  $P_i^{min}$  e  $P_i^{max}$  são em MW.

unidade geradora	$P_i^{min}$	$P_i^{max}$	$A$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
2	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
3	60	120	0,02028	7,07	309,54	100	0,084
4	80	190	0,00942	818	369,03	150	0,063
5	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077

6	68	140	0,01142	8,05	222,33	100	0,084
7	110	300	0,00357	8,03	278,71	200	0,042
8	135	300	0,00492	6,99	391,98	200	0,042
9	135	300	0,00573	6,60	455,76	200	0,042
10	130	300	0,00605	12,90	722,82	200	0,042
11	94	375	0,00515	12,90	635,20	200	0,042
12	94	375	0,00569	12,80	654,69	200	0,042
13	125	500	0,00421	12,50	913,40	300	0,035
14	125	500	0,00752	8,84	1760,4	300	0,035
15	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
16	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
17	220	500	0,00313	7,97	647,85	300	0,035
18	220	500	0,00313	7,95	649,69	300	0,035
19	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035
20	242	550	0,00313	7,97	647,81	300	0,035
21	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
22	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
23	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
24	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
25	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
26	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
27	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
28	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
29	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
30	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077
31	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
32	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
33	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
34	90	200	0,00010	8,95	107,87	200	0,042
35	90	200	0,00010	8,62	116,58	200	0,042
36	90	200	0,00010	8,62	116,58	200	0,042
37	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
38	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
39	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
40	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035

Tabela 10. Resultados de convergência para o caso de 40 unidades geradoras com ponto de válvula e  $P_D = 10500$  MW. (dados de 30 experimentos com cada método de otimização)

técnica	tempo médio (s)	custo mínimo (\$/h)	custo médio (\$/h)	desvio padrão do custo (\$/h)	custo máximo (\$/h)
QN	<b>0,41</b>	124095,342	126133,553	955,354	128247,588
CES	28,67	122589,907	123104,353	631,358	123808,925
CES-QN(1)	97,41	<b>121894,524</b>	122170,622	239,109	122309,405
CES-QN(2)	39,43	122616,133	123231,149	785,581	123116,111
CES-QN(3)	28,94	122287,940	123426,552	1015,131	123237,030

Tabela 11. Melhor Resultado (30 experimentos) obtido usando CES-QN(1).

potência	geração	potência	geração	potência	geração
$P_1$	113,997453	$P_{15}$	394,279398	$P_{29}$	10,000000
$P_2$	113,626347	$P_{16}$	394,279381	$P_{30}$	88,297938
$P_3$	97,399937	$P_{17}$	489,279397	$P_{31}$	190,000000
$P_4$	179,733101	$P_{18}$	489,279390	$P_{32}$	190,000000
$P_5$	90,494299	$P_{19}$	511,279371	$P_{33}$	190,000000
$P_6$	105,400153	$P_{20}$	511,279371	$P_{34}$	164,888390
$P_7$	259,599877	$P_{21}$	523,279390	$P_{35}$	164,812509
$P_8$	300,000000	$P_{22}$	523,279437	$P_{36}$	200,000000
$P_9$	284,601078	$P_{23}$	523,279474	$P_{37}$	91,371556
$P_{10}$	204,799816	$P_{24}$	523,279398	$P_{38}$	93,306261
$P_{11}$	94,000001	$P_{25}$	523,279375	$P_{39}$	110,000000
$P_{12}$	94,000000	$P_{26}$	523,279370	$P_{40}$	511,279371
$P_{13}$	214,759791	$P_{27}$	10,000000	somatório de $P_i, i=1..40$	
$P_{14}$	394,279373	$P_{28}$	10,000000	10500,0000	

Tabela 12. Comparativo dos resultados apresentados na literatura para a função custo  $f$  e os obtidos neste trabalho.

método de otimização	referência	custo mínimo (\$/h) para 40 unidades geradoras
programação evolucionária	[15]	122624,350
nuvem de partículas	[26]	122930,450
nuvem de partículas modificado	[27]	122252,265
programação evolucionária híbrida com SQP	[26]	122379,630
nuvem de partículas híbrida com SQP	[26]	122094,670
método Taguchi	[31]	122477,780
QN	este artigo	124095,342
CES	este artigo	122589,907
CES-QN(1)	este artigo	<b>121894,524</b>

Notação: SQP (*Sequential Quadratic Programming*)

## 6. Conclusão e pesquisa futura

Neste artigo, foi apresentada uma nova metodologia híbrida combinando CES e QN para resolução do problema de despacho econômico de energia elétrica com a presença do efeito do ponto de válvula. A CES foi utilizada junto ao método QN em três diferentes configurações de projeto.

Em relação ao procedimento de resolução do problema de despacho econômico de energia elétrica considerando o efeito do ponto de válvula, os resultados de algumas abordagens de métodos híbridos de CES e QN testados para a otimização (problema de minimização) das equações (1) e (2) foram melhores que os apresentados na literatura atual para o caso de 13 e 40 unidades térmicas.

A QN quando aplicada de forma isolada explora o espaço de busca rapidamente com a direção do gradiente e garante uma solução “ótima” local. O desempenho da CES-QN testada foi animador, pois estas abordagens encontraram solução global de alta qualidade em tempo computacional aceitável. No entanto, em relação ao método de QN aplicado de forma isolada, a desvantagem foi o custo computacional maior da CES e da CES-QN para obtenção da convergência para um valor de função custo competitivo com outras técnicas apresentadas na literatura, tais como programação evolucionária e nuvem de partículas.

Outros problemas de otimização podem beneficiar-se da utilização das abordagens híbridas de CES e QN. Neste contexto, em futura pesquisa, os autores desejam estender a utilização do CES-QN em problemas de otimização nas áreas de projeto de dispositivos eletromagnéticos, identificação de sistemas não-lineares e sintonia de controladores para aplicações multivariáveis.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao editor Prof. Dr. Carlos E. Pedreira e aos revisores deste trabalho, que contribuíram significativamente através de suas sugestões.

## Referências bibliográficas

- [1] B. H. Chowdhury & S. M. Rahman: “A review of recent advances in economic dispatch,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, **5**(4), 1990, pp. 1248-1259.
- [2] M. A. Abido: “A novel multiobjective evolutionary algorithm for environmental/economic power dispatch,” *Electric Power Systems Research*, **65**(1), 2003, pp. 71-81.
- [3] P. Attaviriyapap, H. Kita, E. Tanaka & J. Hasegawa: “A fuzzy-optimization approach to dynamic economic dispatch considering uncertainties,” *IEEE Transactions on Power Systems*, **19**(3), 2004, pp. 1299-1307.
- [4] V. Miranda, D. Srinivasan & L. M. Proença: “Evolutionary computation in power systems,” *Electric Power Energy Systems*, **20**(2), 1998, pp. 89-98.
- [5] S. C. Lee & Y. H. Kim: “An enhanced Lagrangian neural network for the ELD problems with piecewise quadratic cost functions and nonlinear constraints,” *Electric Power Systems Research*, **60**(3), 2002, pp. 167-177.
- [6] W. M. Lin, F. S. Cheng & M. T. Tsay: “An improved tabu search for economic dispatch with multiple minima,” *IEEE Transactions on Power Systems*, **17**(1), 2002, pp. 108-112.

- [7] T. Bäck, D. B. Fogel & Z. Michalewicz (eds.): *Handbook of evolutionary computation*, Bristol, Philadelphia: Institute of Physics Publishing, NY, Oxford: Oxford University Press, 1997.
- [8] T. Bäck: *Evolutionary algorithms in theory and practice*, New York: Oxford University Press, 1996.
- [9] V. Oduguwa, A. Tiwari & R. Roy: "Evolutionary computing in manufacturing industry: an overview of recent applications," *Applied Soft Computing*, **5**, 2005, pp. 281-299.
- [10] H. -G. Beyer & H. -P. Schwefel: "Evolution strategies," *Natural Computing*, **1**, 2002, pp. 3-52.
- [11] H. -P. Schwefel: *Evolution and optimum seeking*, Wiley, New York, NY.
- [12] H. -G. Beyer: "Toward a theory of evolution strategies: self-adaptation," *Evolutionary Computation*, **3**(3), 1996, pp. 311-347.
- [13] A. Ostermeier, A. Gawelczyk & N. Hansen: "A derandomized approach to self-adaptation of evolution strategies," *Evolutionary Computation*, **2**(4), 1995, pp. 369-380.
- [14] D. C. Walters & G. B. Sheble: "Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading," *IEEE Transactions on Power Systems*, **8**(3), 1993, pp. 1325-1332.
- [15] N. Sinha, R. Chakrabarti & P. K. Chattopadhyay: "Evolutionary programming techniques for economic load dispatch," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **7**(1), 2003, pp. 83-94.
- [16] A. Wood & B. F. Wollenberg: *Power generation, operation and control*, New York, John Wiley & Sons, 1994.
- [17] I. Rechenberg: *Evolutionsstrategie: optimierung systeme nach prinzipien der biologischen evolution*, Dr. -Ing. Thesis, Technical University of Berlin, Department of Process Engineering, Germany, 1973.
- [18] H. -P. Schwefel: *Kybernetische evolution als strategie der experimentellen forschung in der strömungstechnik*, Master's thesis, Technical University of Berlin, Germany, 1965.
- [19] T. Bäck & H. -P. Schwefel: "An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization," *Evolutionary Computation*, **1**(1), 1993, pp. 1-23.
- [20] C. M. Bishop: *Neural networks for pattern recognition*, Oxford University Press, New York, USA, 1995.
- [21] R. Fletcher: *Practical methods of optimization*, 2nd edition, John Wiley & Sons, New York, NY, 1987.
- [22] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali & C. M. Shetty: *Nonlinear programming: theory and algorithms*, John Wiley & Sons, New York, USA, 2nd edition, 1979.
- [23] J. Nocedal: "Theory of algorithms for unconstrained optimization," *Acta Numerica*, **1**, 1991, pp. 199-242.
- [24] Ph. Preux & E. -G. Talbi: "Towards hybrid evolutionary algorithms," *International Transactions in Operational Research*, **6**, 1999, pp. 557-570.
- [25] N. Krasnogor & J. Smith: "A tutorial for competent memetic algorithms; model, taxonomy, and design issues," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **9**(5), 2005, pp. 474-488.
- [26] T. A. A. Victoire & A. E. Jeyakumar: "Hybrid PSO-SQP for economic dispatch with valve-point effect," *Electric Power Systems Research*, **71**(1), 2004, pp. 51-59.
- [27] J. -B. Park, K. -S. Lee, J. -R. Shin & K. Y. Lee: "A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost function," *IEEE Transactions on Power Systems*, **20**(1), 2005, pp. 34-42.
- [28] W. -M. Lin, F. -S. Cheng & M. -T. Tsay: "An improved tabu search for economic dispatch with multiple minima," *IEEE Transactions on Power Systems*, **17**(1), 2002, pp. 108-112.
- [29] H. -T. Yang, P. -C. Yang & C. -L. Huang: "Evolutionary programming based on economic dispatch for units with non-smooth fuel cost functions," *IEEE Transactions on Power Systems*, **11**(1), 1996, pp. 112-118.
- [30] K. P. Wong & Y. W. Wong: "Genetic and genetic/simulated-annealing approaches to economic dispatch," *IEE Proc. Generation, Transmission, and Distribution*, **141**(5), 1994, pp. 507-513.

[31] Y. Cai & D. Liu: "An orthogonal array optimization for the economic dispatch with nonsmooth cost functions," *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, Seville, Spain, 2005, pp. 1264-1269.