

Série Temporal Fuzzy com “ n ” Diferenças para Identificação da Ordem do Modelo Via Função de Autocorrelação

José Gracildo de Carvalho Júnior; Carlos Tavares da Costa Junior

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, UFPA, 66075-110, Belém, PA, Brasil.
gracildo@ufpa.br, cartav@ufpa.br

João Caldas do Lago Neto

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, UFPA, 66075-110, Belém, PA, Brasil.
Grupo de Otimização e Sistemas Fuzzy, UFAM, Minicampus, No. 3000, 69.077-000, Manaus, Amazonas, Brasil.
jcaldas@ufam.edu.br

Resumo – A função de autocorrelação possui uma grande capacidade quanto à identificação da ordem de um modelo de série temporal, a partir das estimativas das correlações e covariâncias dos dados, neste sentido, esta função determina modelos autoregressivos sazonais e subconjuntos de maneira eficiente mediante a função de autocorrelação parcial, além de indicar se os dados são provenientes de um modelo não estacionário ou quase não estacionário. Assim, este trabalho utilizou o cálculo da função de autocorrelação amostral e parcial, para os conjuntos de dados *fuzzy* apresentados por (Song, 2003), e a partir dos resultados destas funções se fez à opção pela ordem ideal do modelo de série temporal *fuzzy* a ser adotado. Obteve-se ainda, uma medida de dependência entre os conjuntos de dados *fuzzy*, mediante a média dos valores da função de autocorrelação amostral e parcial conjunta calculada para diferentes conjuntos de dados.

Palavras-chave – Função de autocorrelação *fuzzy*, Construção de modelos de série temporal *fuzzy*.

Abstract – The autocorrelation function has a great capacity for the identification of a time series model, from estimates of covariance's and correlations of data, in this sense, this function determines seasonal autoregressive models and efficiently subsets by partial autocorrelation function, in addition to indicate if the data comes from an unsteady model or almost not stationary. Thus, this work used the sample autocorrelation function calculus and partial, for fuzzy data sets presented by (Song, 2003), and from the results of these functions are done in the order option ideal fuzzy time series model to be adopted. We obtained a measure of dependence between data sets by fuzzy average of values of the sample partial autocorrelation function and joint calculated for different sets of data.

Keywords – Fuzzy autocorrelation function, Fuzzy time series models building.

1 Introdução

Quando se utiliza a metodologia de séries temporais para a análise, interpretação e previsão de dados, a grande questão é identificar de maneira eficiente o modelo que capture as variações e características das observações. Neste sentido, a identificação do modelo de série temporal passa pela determinação de seus parâmetros, que no caso de séries não estacionárias (tendência crescente ou decrescente das observações com o passar do tempo), se tem um modelo Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), com os parâmetros p , d e q , para os quais se devem obter estimativas preliminares, onde o parâmetro p representa o componente Auto Regressivo (AR); o parâmetro d o número de diferenças na série necessárias para tornar a mesma estacionária, ou seja, livre de tendência; e o parâmetro q representa o componente de médias móveis (MA) a ser admitida no modelo. Dentre os procedimentos de identificação dos modelos de séries temporais tem-se:

1. Avaliar a possível necessidade de transformação da série original, com o intuito de estabilizar a variância, ou seja, tornar os dados mais simétricos em relação ao que se apresentavam anteriormente, se aproximando desta forma de uma distribuição de probabilidade Normal.
2. Aplicar uma ou mais diferenças na série original, para assim torná-la estacionária implicando com isto, em reduzir um processo ARIMA para um ARMA (Auto Regressivo de Médias Móveis), logo com um número menor de parâmetros (p e q somente) a serem estimados, o que satisfaz de maneira eficiente o critério da parcimônia, ou seja, um modelo mais simples possível para se representar o comportamento dos dados.
3. Mediante a análise da função de autocorrelação amostral e função de autocorrelação parcial as quais são estimadas para identificar o processo ARMA(p , q), se deve obter funções que precisam demonstrar comportamentos similares a de suas respectivas quantidades teóricas.

A escolha da ferramenta adequada a partir de um modelo de previsão, tal como, o proposto pela metodologia desenvolvida por *Box e Jenkins* para capturar toda a variabilidade inerente aos dados mediante um modelo ARIMA, consiste em uma tomada de decisão correta com vistas a obter êxito em um planejamento operacional de qualquer sistema que se esteja monitorando, além de gerar previsões consistentes e com a capacidade de antecipação a cenários futuros.

Com vistas ao desenvolvimento de ferramentas capazes de monitorar processos de maneira cada vez mais precisas e menos suscetíveis as variações inerentes aos dados observados, sem consequentemente desconsiderar as características particulares de cada variável abordada nos fenômenos em análise, *Lotfi Zadeh* propôs a teoria dos conjuntos *fuzzy*, a qual se caracteriza por uma abrangência teórica a partir de métodos matemáticos mediante a implementação de critérios subjetivos (Zadeh, 1965). Esta teoria desenvolvida gera uma análise investigativa e eficaz quando combinada com os limites alcançados pelos preceitos das séries temporais, originando assim uma ferramenta *híbrida* que aborda duas técnicas simultaneamente, o método clássico de previsão a partir de séries temporais e a teoria *fuzzy*, como pode ser observado em (Song e Chissom, 1993a), (Song e Chissom, 1994) e (Tseng et al., 2001). Neste sentido, (Song e Chissom, 1993b) apresenta como proposta de previsão para uma série de dados históricos, uma determinada série que sofre uma abordagem mediante equações relacionais *fuzzy*, para com isto ter informação suficiente capaz de determinar e avaliar os modelos de séries temporais *fuzzy*. Em contra partida, (Tseng et al., 2001) propõe um modelo de previsão baseado no método de regressão linear *fuzzy*, com o intuito de *fuzzificar* os parâmetros obtidos *crisp* do modelo SARIMA (Sazonal Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis), o que suscita um modelo de previsão Sazonal Auto Regressivo de Médias Móveis *fuzzy* (SARIMA *fuzzy*).

2 Definições importantes

2.1 Função de autocorrelação amostral e função de autocorrelação parcial amostral

Segundo (Box e Jenkins, 1976) para os modelos auto regressivos informações adicionais sobre a ordem dos mesmos podem ser obtidas pelo exame da Função de Autocorrelação Parcial Amostral (FACPA). A FACPA pode ser usada para identificar a ordem de um processo AR(p). A Função de Autocorrelação Amostral (FACA) de um processo MA(1) se comporta, tal como, a FACPA do processo AR(1), com um corte na primeira defasagem. A FACPA do processo MA(1) decai *exponencialmente*, exatamente como a FACA do processo AR(1). A dualidade entre os processos MA e AR se reproduz nas “assinaturas” reveladas nas FACA e FACPA.

Dado ϕ_{kj} o j -ésimo coeficiente de um processo AR(k), sob a forma ϕ_{kk} , se pode comprovar a relação expressa pela Equação (1) abaixo,

$$\rho_j = \phi_{k1} \times \rho_{j-1} + \phi_{k2} \times \rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \times \rho_{j-k}, \quad (1)$$

onde, $j = 1; 2; \dots; k$.

Resolvendo as equações de *Yule-Walker*, mediante um produto matricial entre a matriz de correlações e o vetor de parâmetros da FACPA, se obtém o vetor de autocorrelações e consequentemente origina a FACPA, tal como, descrito pela Equação (2) a seguir,

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k^*}{\rho_k} \quad (2)$$

onde, ρ_k representa a matriz de correlações, ρ_k^* caracteriza a matriz de correlações ρ_k , com a última coluna substituída pelo vetor de autocorrelações.

A FACPA ϕ_{kk} se equivale à correlação parcial entre Z_t e Z_{t-k} , eliminados os efeitos intermediários (influência) de $Z_{t-1}; \dots; Z_{t-k+1}$.

2.2 Formas de identificação dos processos

- (a) FACA decai exponencialmente, o que representa um indício de que o processo seja um AR. Nesse caso, a FACPA ajuda a determinar a ordem do processo.
- (b) FACA apresenta um corte abrupto (íngreme) depois de poucas defasagens, o que caracteriza um processo MA. Isso se confirma se consequentemente a FACPA decai exponencialmente.

2.3 Significância Estatística da FACA e FACPA.

É possível obter apenas estimativas amostrais da FACA e FACPA, as quais são variáveis aleatórias. Deve-se então efetuar um teste de significância para grandes amostras, assim pode-se mostrar que, sob a hipótese nula de um ruído branco, se tem estas funções seguindo aproximadamente uma função densidade de probabilidade normal, com média e variância dadas pela Equação (3), a seguir.

$$\text{FACA} : r_k \approx N \left(0; \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad \text{e} \quad \text{FACPA} : \hat{\phi}_{kk} \approx N \left(0; \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad (3)$$

O intervalo de confiança com aproximadamente 95% para uma FACA ou FACPA, é dado por: $\pm \frac{2}{\sqrt{n}}$, se r_k ou $\hat{\phi}_{kk}$ estiver fora desse intervalo, é uma indicação de que o processo é um MA ou AR, respectivamente. Neste sentido, As principais ferramentas utilizadas na identificação e especificação de um modelo linear são a Função de Auto Correlação Amostral e Função de Auto Correlação Parcial Amostral .

Se uma Série Temporal apresenta um par “FACA e FACPA”, com comportamento similar à de um processo estocástico teórico, então esse processo se torna candidato natural para modelar a série. As mesmas duas funções FACA e FACPA são utilizadas sobre a série de resíduos do modelo estimado para se verificar se restaram informações. Caso haja sobras, o modelo não está bem especificado.

2.4 Características para o “bom ajuste” de um modelo ARIMA

As características desejáveis de um modelo ARIMA incluem as seguintes condições:

- (1) Um modelo com o menor numero de coeficientes possíveis;
- (2) O modelo ser estacionário, ou seja, livre de tendência;
- (3) O modelo ser inversível;
- (4) Estimativas dos coeficientes do modelo de alta qualidade:
 - (4.1) O módulo do instante t , para cada estimativa do coeficiente, é maior ou igual a 2;
 - (4.2) Não existe “alta” correlação entre os coeficientes e as estimativas.
- (5) Os resíduos não são correlacionados.

2.5 Série temporal fuzzy

Um modelo de série temporal fuzzy foi apresentado por (Yan-Hua e Li-Xia, 2010) e (Tanuwijaya e Chen, 2009). Além disso, (Song e Chissom, 1993a) descreve o que representa um modelo autoregressivo de primeira ordem, o qual assume a caracterização dada pela Equação (4) a seguir,

$$Z(t+1) = R(t+1; t) \circ Z(t) \quad (4)$$

onde, $Z(t)$ e $Z(t+1)$ representam os valores observados de uma série temporal fuzzy $\{Z(t)\}$, no instante t e $t+1$, respectivamente, no entanto, estes valores observados $Z(t)$ e $Z(t+1)$ caracterizam conjuntos fuzzy, os quais são determinados a partir de um universo de discurso U , $R(t+1; t)$ define a relação fuzzy utilizada e “ \circ ” indica o operador “Max - Mim” ou outro operador expressivo utilizado. De maneira generalizada, se pode representar a Equação (4) de forma equivalente, tal como, descrito na Equação (5) abaixo,

$$\begin{aligned} Z(t+1) = & R(t+1; t) \circ Z(t) \cup R(t; t-1) \circ Z(t-1) \\ & \cup \dots \cup R(t-k+1; t-k) \circ Z(t-k), \end{aligned} \quad (5)$$

onde, \cup representa o operador união e $k > 1$ é um inteiro, tal como, visto em (Yang et al., 2010). Segundo, (Chi et al., 2010) desde os primeiros modelos de séries temporais propostos por (Song e Chissom, 1993a) e (Song e Chissom, 1994), com base nos trabalhos de (Zadeh, 1965) e (Zadeh, 1975), numerosos estudos têm sido realizados para melhorar a precisão das previsões e reduzir a sobrecarga computacional. Graficamente uma série temporal fuzzy, segundo (Song, 2003), apresenta os dados na forma de intervalos estabelecidos mediante uma função que relaciona estes dados a um intervalo específico, de acordo com o grau de pertinência da observação, em relação ao intervalo, tal como, se pode observar na Figura (2.5), a seguir.

É possível estabelecer segundo (Song e Chissom, 1993a), algumas etapas para descrever a construção de um modelo de série temporal fuzzy, sob a forma: $F(t) = F(t-1) \circ R(t, t-1)$, que pode ser considerado como um procedimento inicial. As etapas são descritas como,

- Etapa (I):** Definir o universo de discurso U no qual os dados históricos estão compreendidos e em quais conjuntos fuzzy os mesmos serão definidos;
- Etapa (II):** Particionar o universo U em vários intervalos de mesmo comprimento;
- Etapa (III):** Definir os conjuntos fuzzy sobre o universo U ;
- Etapa (IV):** Fuzzificar os dados históricos,
- Etapa (V):** Determinar as relações fuzzy;
- Etapa (VI):** Obter os resultados das previsões e
- Etapa (VII):** Interpretar os resultados obtidos.

As etapas descritas acima para a construção de um modelo de série temporal fuzzy se observam também em (Lago Neto, 2011).

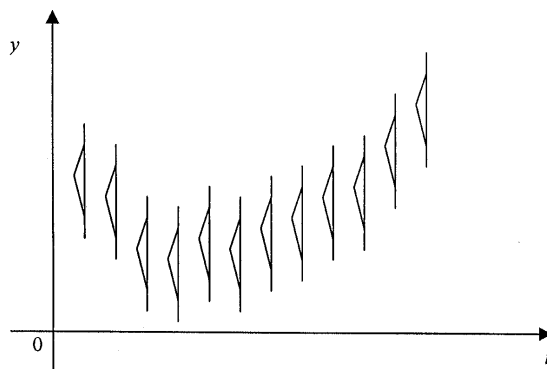


Figura 1: Série temporal fictícia mediante os conjuntos *fuzzy*, tal como, apresentado por (Song, 2003).

3 Resultados

Segundo (Morettin e Tolo, 2004), a função de autocorrelação amostral e função de autocorrelação parcial amostral só devem ser aplicadas à séries estacionárias. Porém, os dados utilizados por (Song, 2003), não satisfazem esta condição, pois como se observa na Figura (3), os dados *defuzzificados* apresentam problemas quanto ao nível e tendência, o que resulta em uma forma de escada da série utilizada. Para (Song, 2003) o fato da série dos dados *defuzzificados* ser não estacionária, se caracteriza como irrelevante para o processo de identificação da série o que justifica a aplicação da FACA, e capacita desta forma a mesma para determinar a ordem do modelo de série temporal *fuzzy* de maneira significativa. No entanto, (Kai e Wen-Gang, 2009) propõe um modelo heurístico de ordem “*n*” de uma série temporal *fuzzy* para qual adotam “*n*” diferenças nas observações e as tomam como informação heurística para melhorar ainda mais a precisão das previsões do modelo de série temporal *fuzzy*. Como a FACA aplicada aos dados *defuzzificados* de (Song, 2003), não satisfaz a condição de estacionariedade estabelecida por (Morettin e Tolo, 2004), se procedeu com a aplicação de uma diferença na série dos dados *defuzzificados* com o intuito de tornar a série livre de tendência e posteriormente poder aplicar as funções de autocorrelação, tal como, se apresenta na Figura (3), a seguir.

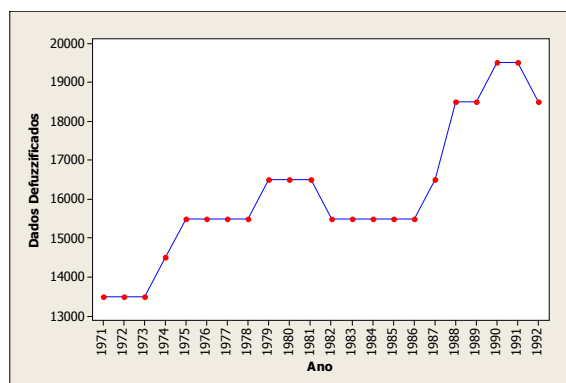


Figura 2: Série temporal dos dados *defuzzificados* utilizados por (Song, 2003).

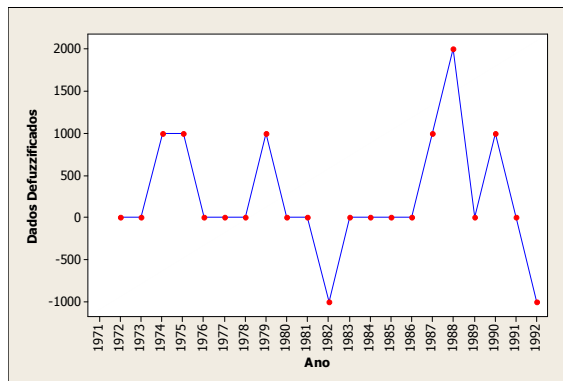


Figura 3: Série temporal dos dados *defuzzificados* de (Song, 2003) com 1 diferença.

Após se obter uma série estacionária com o auxílio de uma diferença nos dados *defuzzificados* de (Song, 2003), segundo (Morettin e Toloi, 2004) é possível determinar a função de autocorrelação dos dados. Na Tabela (1), verifica-se os valores da FACA e FACPA, respectivamente.

Tabela 1: FACA e FACPA dos dados de (Song, 2003) com uma diferença.

k	FACA	FACPA
1	0,15442	0,15442
2	-0,05525	-0,08102
3	-0,11442	-0,09558
4	-0,19787	-0,17535
5	-0,15511	-0,12062
6	-0,23856	-0,25649
7	-0,14239	-0,16947
8	-0,12390	-0,25108
9	0,17614	0,05540
10	0,06842	-0,18948
11	0,01410	-0,16964
12	0,00832	-0,22840
13	0,10448	-0,04524
14	0,12298	-0,09218
15	0,01526	-0,08580
16	0,03375	-0,05610
17	-0,12737	-0,17600
18	-0,10888	-0,24048
19	0,03583	-0,03955
20	0,03005	-0,05256

As Figuras (3) e (3), apresentam a FACA e FACPA respectivamente para os dados *defuzzificados* de (Song, 2003) diferenciados em 1 *lag*, já que os mesmos caracterizam uma série não estacionária, motivo o qual implicou na diferenciação da série original para que fosse possível a utilização da função de autocorrelação. Nas Figuras (3) e (3), a FACA e FACPA dos intervalos de valores *defuzzificados* com 1 diferença na série, respectivamente, não se observa nenhum *lag* significativo, o que implica em um modelo de série temporal *fuzzy* sem a componente de integração, ou seja, o processo anteriormente auto regressivo integrado de médias móveis, após a aplicação de uma diferença a série original foi reduzido à auto regressivo de médias móveis, resultado o qual difere do obtido por (Song, 2003) em virtude do mesmo ter trabalhado com a série original sem transformação dos dados e consequentemente obtendo uma função de autocorrelação amostral com a tendência crescente dos dados, tal como, é observada na Figura (3) implícita no resultado final processo.

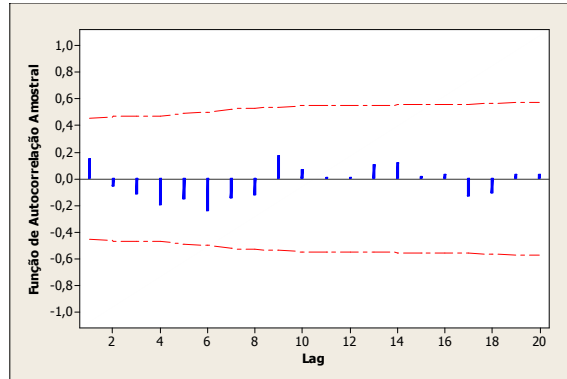


Figura 4: FACA para a série dos dados *defuzzificados* de (Song, 2003) com 1 diferença.

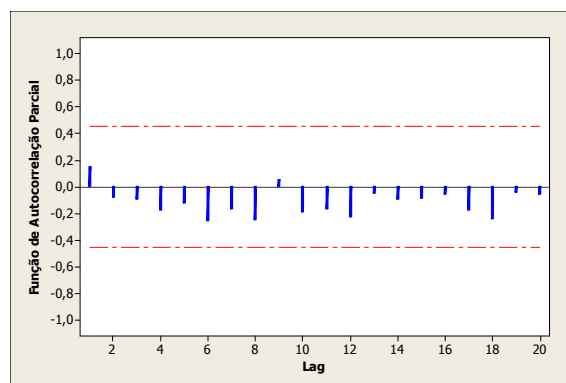


Figura 5: FACPA para a série dos dados *defuzzificados* de (Song, 2003) com 1 diferença.

Mediante análise da Figura (3) e Figura (3), não se observa qualquer *lag* significativo, ou seja, que ultrapasse o limite inferior e superior ($\pm 2n^{-\frac{1}{2}}$) previamente fixados para estas funções, o que leva a concluir que o modelo de séries temporais *fuzzy* não se comporta como um processo auto regressivo integrado de médias móveis. Desta forma, se tem um modelo de séries temporais *fuzzy* de baixa ordem, o que vem a tornar as possíveis previsões realizadas a partir do mesmo relativamente simples, em virtude do número de parâmetros necessários para serem estimados, também não ser elevado satisfazendo desta forma a condição de um modelo *parcimonioso*, assim como o sugerido por (Song, 2003), mediante a função de autocorrelação amostral.

Com o intuito de se obter uma medida de dependência entre os conjuntos *fuzzy*, (Song, 2003) estabeleceu uma Função de Autocorrelação Amostral Média Aleatória (FACAMA), função a qual foi calculada a partir da simulação de 1.000.000 de dados dentro de cada intervalo dos conjuntos *fuzzy* obtidos, desta forma, para cada um dos vinte e dois intervalos dos valores *defuzzificados* se obteve uma média aleatória, a partir das quais foram calculadas a FACA e FACPA. A Figura (6), a seguir mostra a série das funções de autocorrelação amostrais médias aleatórias geradas a partir da simulação de 1.000 observações aleatórias dentro de cada um dos vinte e dois intervalos dos conjuntos *fuzzy* de (Song, 2003). Assim para cada intervalo foram calculadas 1.000 FACA e obtida uma média dentre as mesmas no *i-ésimo* intervalo ($i = 1, \dots, 22$), o que posteriormente gerou uma série contendo 22 (vinte e duas) FACAMA com o intuito de verificar a eficácia da função de autocorrelação quanto à identificação da ordem de um modelo de séries temporais *fuzzy*.

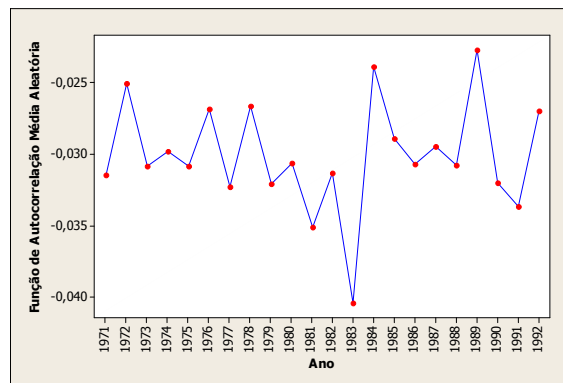


Figura 6: Série temporal das funções de autocorrelação médias aleatórias dos intervalos de valores *defuzzificados* determinados por (Song, 2003).

Como pode ser verificado na Figura (3), que representa a série das FACAMA para cada um dos vinte e dois intervalos de valores *defuzzificados* determinados por (Song, 2003), esta série apresenta problema quanto ao nível, ou seja, há momentos em que a série é descrita entre um intervalo de valores (-0,032 a -0,025, aproximadamente), e posteriormente entre outros valores, o que segundo (Morettin e Toloí, 2004) inviabiliza a utilização da função de autocorrelação, pois segundo o mesmo a série deve ser estacionária (livre de tendência). Portanto, devido a forma que se apresentou a série dada pela Figura (3), se procedeu a aplicação de 1 (uma) diferença na série das FACAMA dos intervalos de valores *defuzzificados* com o intuito de tornar a série estabelecida dentro de um intervalo de valores aproximados, ou seja, com média zero e variância contante σ^2 como se observa na Figura (3), para a partir de então ser possível aplicar a função de autocorrelação.

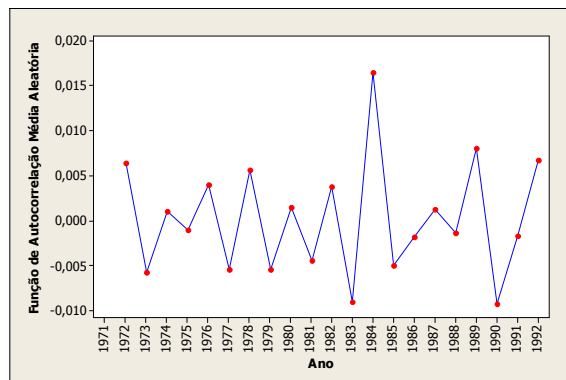


Figura 7: Série temporal das funções de autocorrelação médias aleatórias dos intervalos de valores *defuzzificados* determinados por (Song, 2003) com 1 diferença na série.

Após se obter uma série estacionária dada pela Figura (3), com o auxílio de uma diferença na série das funções de autocorrelação médias aleatórias dos intervalos de valores *defuzzificados* de (Song, 2003), segundo (Morettin e Toloi, 2004) a FACA e FACPA podem ser obtidas. Na Tabela (2), a seguir verifica-se os valores destas funções, respectivamente.

Tabela 2: FACA e FACPA das FACAMA dos intervalos de valores *defuzzificados* determinados por (Song, 2003) com 1 diferença.

k	FACA	FACPA
1	-0,62657	-0,62657
2	0,21728	-0,28862
3	-0,18653	-0,34472
4	0,17329	-0,18075
5	-0,05538	-0,03166
6	0,01903	0,02343
7	-0,16906	-0,24984
8	0,21876	-0,11064
9	-0,10599	-0,04898
10	0,06453	-0,01094
11	-0,09990	-0,02907
12	0,05615	-0,07221
13	0,02383	-0,02997
14	-0,02441	-0,05483
15	-0,01185	-0,01032
16	-0,04732	-0,13380
17	0,11870	-0,01482
18	-0,05136	0,03945
19	-0,06292	-0,10088
20	0,04963	-0,07332

As Figuras (3) e (3) mostram a FACA e FACPA respectivamente, calculadas para as funções de autocorrelação médias aleatórias dos intervalos de valores *defuzzificados* obtidos por (Song, 2003) diferenciados em 1 *lag*, já que a série original não se mostrou apta segundo (Morettin e Toloi, 2004) para a aplicação da função de autocorrelação, motivo o qual implicou na diferenciação da mesma para que fosse possível a utilização da FACA e FACPA como ferramentas de identificação da ordem do modelo de série temporal *fuzzy*.

Nas Figuras (3) e (3), que retratam a FACA e FACPA respectivamente, das funções de autocorrelação médias aleatórias, se pode observar unicamente o primeiro *lag* como significativo (-0,62657), o que implica em um modelo de séries temporais *fuzzy* com a componente de integração, diferentemente do que ocorreu com a FACA e FACPA dadas pelas Figuras (3) e (3) analisadas anteriormente. Portanto, após a aplicação de uma diferença na série original das funções de autocorrelação médias aleatórias o processo ARIMA (p, d, q) se mostrou válido, sem redução de termos. A FACA dada pela Figura (3) apresenta resultados que diferem dos obtidos por (Song, 2003) para a função de autocorrelação amostral média aleatória, pelo fato de (Song, 2003) ter trabalhado com séries *não estacionárias*, tal como apresentado nas Figuras (3) e (3), o que claramente se mostra relevante mediante os resultados obtidos com este trabalho para a identificação da ordem do modelo de série temporal *fuzzy*.

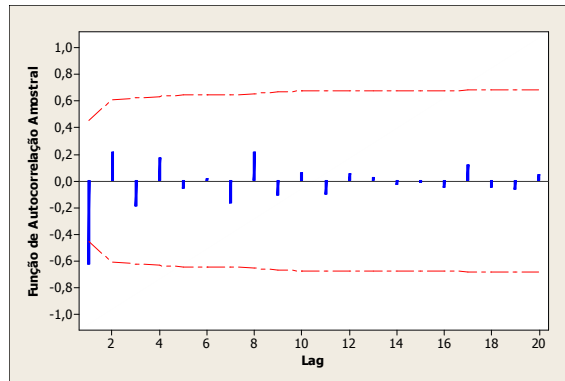


Figura 8: FACA das funções de autocorrelação amostrais médias aleatórias dos intervalos de valores *defuzzificados* determinados por (Song, 2003) com 1 diferença na série original.

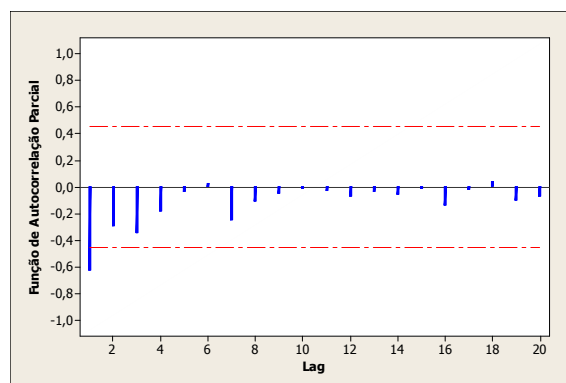


Figura 9: FACPA das funções de autocorrelação amostrais médias aleatórias dos intervalos de valores *defuzzificados* determinados por (Song, 2003) com 1 diferença na série original.

4 Conclusão

A partir da análise das Figuras (3) e (3), as quais demonstram a FACA e FACPA respectivamente, se observa unicamente o primeiro *lag* como significativo (-0,62657), ou seja, ultrapassando o limite inferior previamente fixado para estas funções, o que automaticamente leva a concluir que o modelo de série temporal *fuzzy* se comporta como um processo auto regressivo integrado de médias móveis de primeira ordem. Desta forma, se tem um modelo de série temporal *fuzzy* de características diferentes aos encontrados pelas funções de autocorrelação para os dados defuzzificados com uma diferença, que são identificados a partir das Figuras (3) e (3). Foi possível verificar neste trabalho que a FACA e FACPA desempenham um papel fundamental na identificação da ordem de um modelo de série temporal *fuzzy*, sobre tudo em processos auto regressivos integrados de médias móveis sazonais, que implica em período(s) na série onde alguma(s) observação(ões) assume(m) valor(es) discrepante(s) das demais observações associadas ao processo (*outliers*). As funções de autocorrelação amostral e parcial também se apresentaram como uma ferramenta essencial para determinar o numero de diferenças necessárias para uma série não estacionária, como pode ser observado em (Song, 2003), pois as séries utilizadas por este autor caracterizam um processo com problemas tanto quanto ao nível, como quanto a tendência segundo a literatura. A partir desse estudo foi possível constatar ainda, que a não diferenciação da série para que a mesma se torne estacionária e portanto passível de ser monitorada a partir de uma função de autocorrelação assim como se estabelece por alguns autores, foi determinante para a identificação correta da ordem do modelo de série temporal *fuzzy*, visto que, os resultados obtidos neste trabalho para a função de autocorrelação amostral são diferentes dos apresentados por (Song, 2003), em virtude do mesmo ter calculado a função de autocorrelação a partir de um processo *não estacionário*, além de que, a precisão das previsões a partir deste tipo de processo são comprometidas, caso a série original não seja diferenciada, como defende (Chi et al., 2010). Por fim, a função de autocorrelação para as médias aleatórias das funções de autocorrelação geradas para cada um dos vinte e dois intervalos de valores defuzzificados de (Song, 2003), apresentou resultados muito semelhantes aos obtidos para os dados defuzzificados apenas, ou seja, dados sem diferenciação o que veio a resultar em modelos de série temporal de ordens muito semelhantes, no caso deste trabalho especificamente, em um modelo ARIMA de ordem 1 vindo de encontro ao que (Song, 2003) já havia estabelecido, ou seja, que a ordem do modelo de série temporal *fuzzy* determinado a partir da função de autocorrelação para os dados utilizados pelo mesmo são de baixa ordem, logo implicando em uma redução na quantidade de estimativas dos parâmetros, o que facilita a estimação e determinação do modelo de série temporal *fuzzy*.

5 Referências

- Box, G. E. P., Jenkins, G.M. (1970). Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco CA. (Revised edition, 1976).
- Chi, K., Che, W.G., Fu, F.P., Zhuo, M.K. (2010). Second-order difference heuristic model of fuzzy time series based on particle swarm optimization, IEEE 2nd International Conference on Computer Engineering and Technology, Chengdu, China, V2:125-129.
- Kai, C., Wen-Gang, C. (2009). N-order difference heuristic model of fuzzy time series forecasting, IEEE, 358-361.
- Lago Neto, J. C. (2011). Modelo de previsão fuzzy para séries temporais curtas - estudo de caso para sistemas elétricos isolados no Estado do Amazonas. Tese de Doutorado: Universidade Federal do Pará. Belém.
- Morettin, P.A., Toloi, C.M.C. (2004). Análise de Series Temporais. Edgard Blucher, São Paulo, Brasil.
- Song, Q. (2003). A note on fuzzy time series model selection with sample autocorrelation functions, Cybernetics and Systems 34, 93-107.
- Song, Q., Chissom, B.S. (1993a). Fuzzy time series and its models, Fuzzy Sets and Systems 54, 269-277.
- Song, Q., Chissom, B.S. (1993b). Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part C, Fuzzy Sets and Systems 54, 1-10.
- Song, Q., Chissom, B.S. (1994). Forecasting enrollments with fuzzy time series - Part C, Fuzzy Sets and Systems 62, 1-8.
- Tanuwijaya, K., Chen, S.M. (2009). TAIEX forecasting based on fuzzy time series and clustering techniques, IEEE Proceedings of the Eighth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Baoding, 2982-2986.
- Tseng, F.M., Tzeng, G.H., Yu, H.C., Yuan, B.J.C. (2001). Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market, Fuzzy Sets and Systems 118, 9-19.
- Yan-Hua, Y., Li-Xia, S. (2010). On fuzzy time series method, IEEE 3rd International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, TBD Wuhan, China, 297-300.
- Yang, Y., Lertworapachaya, Y., John, R. (2010). High-order Type-2 fuzzy time series. IEEE International Conference of Computing and Pattern Recognition, Istanbul, Turkey, 363-368.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets, Information and Control 8, 338-353.
- Zadeh, L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning III, Information Science 9, 43-80.